1/III 28c
9
Ph. U.
152 b

Louis Con
d. 1. Nov.
1810.

Ph. U. 152b

Unterweiſung
in den
philoſophiſchen und mathematiſchen
Wiſſenſchaften
für die obern Claſſen
der Schulen und Gymnaſien
herausgegeben
von

Johann Jacob Ebert,
Prof. der Mathematik zu Wittenberg und Mitglied der ehemal. Churf. Maynziſchen Akademie nützlicher Wiſſenſchaften.

Fünfte vermehrte und verbeſſerte Auflage.

Mit Kupfern.

Leipzig,
in E. G. Hertels Buchhandlung. 1810.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorbericht.

Dieſe Unterweiſung in den philoſophiſchen und mathematiſchen Wiſſenſchaften iſt eigentlich durch die, in eben dieſem Verlage herausgekommene und ſchon einigemal wieder aufgelegte Unterweiſung in den vornehmſten Künſten und Wiſſenſchaften, zum Nutzen der niedern Schulen, veranlaßt worden. Das Verlangen verſchiedner Perſonen, welche ſich dieſes Buches bey dem erſten Unterrichte ihrer Kinder oder Untergebenen mit Vortheil bedienten, und für die

Erwachſenen eine etwas vollſtändigere und ſyſtematiſche Erklärung einiger Kapitel wünſchten, bewog den Herrn Verleger, mich um die Ausarbeitung dieſes Lehrbuchs zu erſuchen; welches alſo für diejenigen Jünglinge beſtimmt iſt, die ſich bereits aus der erſten Unterweiſung einen Begriff von den Wiſſenſchaften gemacht haben. Ich weiß wohl, daß viele die Ausgabe der gegenwärtigen Schrift für ganz überflüſſig halten werden, da es in unſern Zeiten an Büchern nicht mangelt, welche den Unterricht der Schuljugend betreffen. Ich kann auch nicht läugnen, daß es verſchiedene vortrefliche Bücher dieſer Art gibt, mit welchen ich meine geringe Arbeit nicht vergleichen will. Allein, die Erziehung und Unterweiſung der Jugend iſt gleichwohl, wie niemand läugnen wird, eine ſo wichtige und

für ein ganzes Land ſo nothwendige Sache, daß ich es immer für beſſer halte, wenn man etwas thut, das vielleicht entbehrlich iſt, als wenn man etwas unterläßt, das doch einigen Nutzen ſchaffen könnte.

Da die vorher erwähnte Unterweiſung einen andern, nämlich den berühmten Herrn Hofrath Adelung zum Verfaſſer hat, und da auch überhaupt die Abſicht jener und der gegenwärtigen Schrift nicht völlig einerley iſt; ſo wird man ſich nicht wundern, daß die philoſophiſchen und mathematiſchen Wiſſenſchaften hier in einer andern Ordnung abgehandelt worden ſind. Wenn man, wie der würdige Herr Verfaſſer der Unterweiſung in den vornehmſten Künſten und Wiſſenſchaften, blos die Abſicht hat, jungen Leuten einen hiſtoriſchen, kurzen Begriff

von den Wiſſenſchaften beyzubringen, ſo halte ich ſelbſt die Ordnung, in welcher er die Wiſſenſchaften auf einander folgen läßt, für eine der ſchicklichſten und vortheilhafteſten. Sollen aber die vornehmſten Wahrheiten der Wiſſenſchaften im Zuſammenhange und mit Gründen vorgetragen werden; ſo würde es unmöglich ſeyn, dieſe Abſicht völlig zu erreichen, wenn man den Anfang mit der natürlichen Geſchichte, Naturlehre und Cosmographie machen wollte; weil dieſe Wiſſenſchaften ſchon viele Sätze aus der Mathematik und den übrigen Theilen der Philoſophie vorausſetzen.

Ich behaupte unterdeſſen ganz und gar nicht, daß die Ordnung, nach welcher ich die hier erklärten Wiſſenſchaften vorgetragen habe, allen übrigen vorzuziehen ſey, deren ſich andre

Gelehrte in ihren Lehrbüchern zu bedienen pfle- gen, indem ich völlig überzeugt bin, daß man auch nach einer andern Ordnung ſeine Abſicht erhalten könne.

Einige würden es vielleicht lieber geſehen haben, wenn ich den Anfang mit der Mathe- matik, und nicht mit der Vernunftlehre, ge- macht hätte. Denn es iſt unläugbar, daß der Verſtand durch die mathematiſchen Wiſſenſchaf- ten am meiſten geſchärft wird, weswegen auch die Alten gemeiniglich mit der Geometrie den Anfang ihres Unterrichts zu machen pflegten. Allein, da mich die Erfahrung mehr als ein Mal gelehrt hat, daß Jünglinge von mittel- mäßigem Genie, welche doch überall die größte Anzahl ausmachen, die mathematiſchen Erklä- rungen und Beweiſe nicht allemal vollkommen

verſtehen lernen, wenn ſie noch keine deutliche Begriffe von den vornehmſten Sätzen der Vernunftlehre haben, ſo ſchien mirs höchſt nöthig, die Anfangsgründe dieſer Wiſſenſchaft noch vor der Mathematik abzuhandeln. Wer ſich bey dem mündlichen Unterrichte einer andern Ordnung bedienen will und bey manchen Fähigkeiten kann es wirklich rathſam ſeyn, der wird dem ungeachtet die gegenwärtige Unterweiſung dabey gebrauchen können.

Von der Ordnung der übrigen Wiſſenſchaften finde ich nichts zu erinnern, zumal da in der That viel Willkührliches in dieſer Sache iſt; daher ich mich auch mit niemand darüber in einen Streit einlaſſen werde.

Was das Verhältniß der hier abgehandelten Wiſſenſchaften betrift, ſo habe ich be-

merkt, daß nicht alle Recenſenten damit zufrieden geweſen ſind. Einige ſchienen zu verlangen, daß alle Wiſſenſchaften gleichviel Raum einnehmen ſollten, ohne daran zu denken, daß nicht von jeder Wiſſenſchaft für einen jungen Gymnaſiaſten gleichviel nöthig iſt. In dieſer Abſicht habe ich die Metaphyſik ſehr kurz abgehandelt, weil dieſe Wiſſenſchaft ſchon geübte Denker erfordert, und ganz jungen Leuten nicht ſo ausführlich vorgetragen werden kann, als die Mathematik.

Bey dieſer dritten Auflage ſind überall, wo es nöthig ſchien, Verbeſſerungen und Zuſätze angebracht worden, die ich aber hier nicht alle anführen kann, ohne zu weitläuftig zu werden. Die meiſten Vermehrungen hat die Naturlehre und Naturgeſchichte erhalten.

Ich habe die Theile der angewandten Mathematik, und einige Theile der Philoſophie weggelaſſen, weil die kurze Zeit, welche jetzt die meiſten jungen Leute auf den niedern Schulen zubringen, zu dem Unterricht in allen mathematiſchen und philoſophiſchen Wiſſenſchaften nicht hinreichend iſt, wofern ſie nicht das Studium der Sprachen, der Geſchichte und der Alterthůmer vernachlåſſigen ſollen, welches doch nebſt der Erlernung der Religionswahrheiten in der That die vorzůglichſte Beſchåftigung junger Leute, die ſich dem Studiren widmen, auf den niedern Schulen ſeyn muß. Ich war anfangs zwar Willens, bey dieſer neuen Auflage dem Rath einiger Freunde zu folgen, und die nothwendigſten Theile der angewandten Mathematik und der practiſchen Philoſophie nebſt einer

Anleitung zur Beredſamkeit und Poeſie in einem zweyten Bande beyzufügen; allein die Erinnerung des Herrn Verlegers, daß ein Lehrbuch in zwey Bänden für die meiſten Schulen zu groß und zu theuer ſeyn würde, bewog mich, dieſes Vorhaben fahren zu laſſen.

Ich wünſche übrigens nichts ſo ſehr, als daß diejenigen Gelehrten, welche ſich ſelbſt mit der Unterweiſung junger Leute beſchäftigen, und dieſe Blätter des Durchleſens würdigen ſollten, mir aufrichtig ihre Erinnerungen mittheilen möchten, weil ich ſehr weit von der Thorheit entfernt bin, meine Arbeit für untadelhaft zu halten. Geſchrieben zu Wittenberg in der Oſtermeſſe 1787.

Wegen der vierten Auflage finde ich weiter nichts zu bemerken, als daß ich nur da Aenderungen und Zuſätze angebracht, wo es mein Plan und wichtige Entdeckungen der jetzigen Zeiten erforderten, aber der Mode zu Gefallen nichts umgeformt habe, wenn ich mich gleich dadurch der Gefahr ausſetze, von manchen jungen Gelehrten, die alles nach ihren nachgeſchriebenen Heften beurtheilen, getadelt zu werden.

Wittenberg in der Neujahrmeſſe 1796.

Vorrede
zur fünften Auflage.

Die öftern, zum Theil ſehr ſtarken Auflagen dieſer Unterweiſung in den philoſophiſchen und mathematiſchen Wiſſenſchaften und der häufige Gebrauch derſelben in Schulen und Gymnaſien geben den beſten Beweis ihrer Brauchbarkeit.

Bey dieſer abermaligen neuen Auflage ſind wir bemüht geweſen, dieſelbe, ſo weit es möglich war, noch mehr zu erhöhen und beſon=

ders hat die Naturlehre und Naturgeſchichte viele Zuſätze und Berichtigungen erhalten. Doch wird man auch übrigens im ganzen Werke die beſſernde Hand nicht verkennen und wir hoffen, daß es noch lange mit Nutzen gebraucht werden und zur Verbreitung nützlicher und gründlicher Kenntniſſe recht viel beytragen möge.

Leipzig in der Michaelis-Meſſe 1809.

Die Verlagshandlung.

Inhalt.

Einleitung in die Philoſophie überhaupt.

Von der Bedeutung der Wörter Philoſoph und Philoſophie. §. 1. 2. S. 1
Was für eine Wiſſenſchaft nach dem jetzigen Sprachgebrauch unter dem Worte Philoſophie verſtanden werde. §. 3. 3
Woher das deutſche Wort Weltweisheit ſeinen Urſprung habe. §. 4. 4
Eintheilung der Philoſophie. §. 5. 5
Nutzen der Philoſophie, ſowohl in Anſehung der Materie, als auch in Anſehung der Form. §. 6. 8

Die Vernunftlehre.

Erſtes Kapitel.

Von der Vernunftlehre überhaupt.

Von dem Unterſchiede zwiſchen der natürlichen und wiſſenſchaftlichen Logik. §. 1. 9
Von den Fähigkeiten der Seele, wodurch die Erkenntniß der Wahrheit möglich iſt. §. 2. 11
Von den ſogenannten drey Wirkungen des menſchlichen Verſtandes überhaupt. §. 3. 12

Zweytes Kapitel.

Von den Begriffen.

Von der Art und Weiſe, wie wir unſre Begriffe erhalten. §. 4. 13
Eintheilung der Begriffe. §. 5—9. 14
Von der Klarheit und Deutlichkeit der Begriffe. §. 10. 17

)(

Drittes Kapitel.

Von den Urtheilen und Sätzen.

Von der Natur unſrer Urtheile überhaupt, und von den Haupttheilen derſelben. §. 11 — 13. S. 18

Von der Eintheilung und Bezeichnung der Sätze in der Vernunftlehre. §. 14 — 21. 20

Von den in den mathematiſchen Schriften gewöhnlichen Namen der Sätze. §. 22. 25

Von den identiſchen Sätzen. §. 23. 24. 26

Viertes Kapitel.

Von den Definitionen oder Erklärungen.

Unterſchied zwiſchen Definitio applicata und applicans. §. 25. 29

Was zu einer Definition gehöre und wie man ſie eintheile. §. 26 — 28. 29

Regeln, die bey Abfaſſung und Beurtheilung einer Erklärung zu merken ſind. §. 29. 30. 32

Von den unvollkommnen Erklärungen oder den ſogenannten Beſchreibungen. §. 31. 36

Fünftes Kapitel.

Von den Eintheilungen.

Was man eigentlich durch eine logiſche Eintheilung oder Diviſion verſtehe. §. 32. 37

Haupttheile einer Diviſion. §. 33. 37

Was eine Subdiviſion und Condiviſion ſey. §. 34. 38

Eigenſchaften einer richtigen Eintheilung. §. 35. 36. 39

Sechstes Kapitel.

Von den Schlüſſen.

Was ein Schluß ſey, und aus was für Theilen er beſtehe. §. 37. 38. 41

Unterſchied zwiſchen einer förmlichen Schlußrede und einem abgekürzten Schluſſe. §. 39. 42

Figuren der Schlüſſe. §. 40. 41. 43

Materie und Form eines Schluſſes. §. 42. 43. 45

Allgemeine Grundſätze und Regeln für die Schlüſſe der erſten Figur. §. 44. 46

Von den möglichen Modis der Schlüſſe in der erſten Figur. §. 45. S. 50
Regel zur Verwandlung der übrigen Figuren in die erſte Figur. §. 46. 52
Von den hypothetiſchen und disjunctiviſchen Schlüſſen. §. 47 — 49. 54
Von dem gehörnten Schluſſe. §. 50. 60
Von der Induction und den Kettenſchlüſſen. §. 51. 53. 61

Siebentes Kapitel.
Von den Beweiſen.

Worin der Beweis eines Satzes beſtehe, und wie man die Beweiſe eintheile. §. 54 — 58. 66
Gewöhnliche Fehler, die bey den Beweiſen begangen werden. §. 59. 60. 69

Achtes Kapitel.
Von der Wahrheit.

Was man eigentlich durch das Wort Wahrheit in der Vernunftlehre und in den übrigen Theilen der Philoſophie verſtehe. §. 61. 70
Ob es wirklich eine Wahrheit in der logikaliſchen Bedeutung dieſes Worts gebe, und an was für einem Merkmale ſich dieſelbe erkennen laſſe. §. 62. 63. 71
Von der Gewißheit und Wahrſcheinlichkeit. §. 64. 65. 75

Neuntes Kapitel.

Von der Lehrart. §. 66 — 68. 77

Die mathematiſchen Wiſſenſchaften.
Einleitung.

Erklärung der Begriffe, welche durch die Wörter Mathematik, Größe und Meſſen bezeichnet werden. §. 1 — 4. 81
Eintheilung der mathematiſchen Wiſſenſchaften. §. 5 — 7. 85
Von dem Nutzen der Mathematik. §. 8. 89

Die Arithmetik.

Erſtes Kapitel.

Erklärungen und Grundſätze. §. 1 — 20. S. 91

Zweytes Kapitel.

Von der gewöhnlichen Bezeichnung der Zahlen. §. 21. 22. 102

Von der Leibnitziſchen Dyadik. §. 23. 106

Drittes Kapitel.

Von den vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen. §. 24 — 45. 108

Viertes Kapitel.

Von den vier Rechnungsarten in gebrochnen Zahlen. §. 46 — 67. 142

Fünftes Kapitel.

Von den Quadrat- und Cubikzahlen. §. 68 — 87. 168

Sechstes Kapitel.

Von den Verhältniſſen und Proportionen. §. 88 bis 120. 205

Siebentes Kapitel.

Von den Progreſſionen und Logarithmen. §. 121 bis 138. 240

Anhang.

Von den üblichſten Münzen, Maaßen und Gewichten. 265

Die Geometrie.

Erſtes Kapitel.

Erklärungen und Grundſätze. §. 1 — 36. 273

Zweytes Kapitel.

Von den Linien, Winkeln und Figuren in Anſehnng ihrer Gleichheit. §. 37 — 122. 290

Drittes Kapitel.

Von der Ausmeſſung der Figuren. §. 123 — 140. 350

Viertes Kapitel.

Von der Aehnlichkeit der Figuren. §. 141 — 162. 365

Fünftes Kapitel.

Von der Ausübung der Geometrie auf dem Felde. §. 163 — 176. S. 383

Sechstes Kapitel.

Von den Körpern. §. 177 — 229. 409

Die ebene Trigonometrie.

Erſtes Kapitel.

Erklärungen und allgemeine Grundſätze der ebenen Trigonometrie. §. 1 — 29. 446

Zweytes Kapitel.

Aufgaben, die Berechnung der geradlinigen Triangel betreffend. §. 30 — 45. 471

Tafel zur Meſſung der Bogen und Winkel durch Hülfe der Chorden. §. 46. 497

Die Naturlehre.

Einleitung.

Von dem Begriff, Umfang und Nutzen der Naturlehre. §. 1 — 3. 513

Erſtes Kapitel.

Von den allgemeinen Eigenſchaften der Körper. §. 4 — 27. 516

Zweytes Kapitel.

Von den merkwürdigſten Unterſchieden der Körper. §. 28 — 35. 541

Drittes Kapitel.

Von den elementariſchen Körpern überhaupt, und von der reinen Erde insbeſondre. §. 36 — 39. 546

Viertes Kapitel.

Von dem Lichte. §. 40 — 47. 549

Fünftes Kapitel.

Von dem Feuer. §. 48 — 60. 559

Sechstes Kapitel.

Von der Luft. §. 61 — 78. S. 569

Siebentes Kapitel.

Von dem Waſſer. §. 79 — 87. 586

Achtes Kapitel.

Von der magnetiſchen Kraft. §. 88 — 96. 593

Neuntes Kapitel.

Von der Electricität. §. 97 — 104. 599

Zehntes Kapitel.

Von dem Weltgebäude. §. 105 — 126. 607

Eilftes Kapitel.

Von dem Erdkörper insbeſondere. §. 127 — 132. 629

Zwölftes Kapitel.

Von den Lufterſcheinungen. §. 133 — 153. 636

Die natürliche Geſchichte.

Einleitung.

Erklärung, Eintheilung und Nutzen der Naturgeſchichte. §. 1 — 5. 646

I. Das Thierreich.

Erſtes Kapitel.

Von der allgemeinen Eintheilung des Thierreichs. §. 6 — 9. 648

Zweytes Kapitel.

Von den ſäugenden Thieren. §. 10 — 17. 651

Drittes Kapitel.

Von den Vögeln. §. 18 — 24. 657

Viertes Kapitel.

Von den Amphibien. §. 25 — 29. 668

Fünftes Kapitel.

Von den Fiſchen. §. 30 — 34. 680

Sechstes Kapitel.
Von den Inſecten. §. 35 — 43. S. 686
Siebentes Kapitel.
Von den Gewürmen. §. 44 — 49. 691

II. Das Pflanzenreich.

Erſtes Kapitel.
Von den Pflanzen überhaupt und von den vornehmſten Theilen derſelben. §. 50 — 60. 696
Zweytes Kapitel.
Von der Eintheilung der Pflanzen in 24 Claſſen. §. 61 — 86. 701

III. Das Mineralreich.

Erſtes Kapitel.
Von den Mineralien überhaupt und von der gewöhnlichen Eintheilung derſelben. §. 87 — 89. 710
Zweytes Kapitel.
Von den vornehmſten Gattungen und Arten der Erde. §. 90 — 111. 712
Drittes Kapitel.
Von den merkwürdigſten Gattungen und Arten der Steine. §. 112 — 191. 721
Viertes Kapitel.
Von den Salzen. §. 192 — 203. 760
Fünftes Kapitel.
Von den brennlichen Mineralien. §. 204 — 218. 768
Sechstes Kapitel.
Von den Metallen. §. 219 — 239. 775

Etwas aus der Metaphyſik.

Einleitung.
Erklärung, Eintheilung und Grundſätze der Metaphyſik. §. 1 — 3. 785

Erſtes Kapitel.
Von den allgemeinen Eigenſchaften der Dinge §. 4 — 14. S. 788

Zweytes Kapitel.
Von der Exiſtenz und den Eigenſchaften Gottes. §. 15 — 24. 795

Drittes Kapitel.
Von der Natur der menſchlichen Seele. §. 25 — 33. 809

Nachricht an den Buchbinder.

Die Kupfertafeln werden insgeſammt an das Ende des Buchs gebunden, und zwar die zwölf Tafeln, welche zur Geometrie und Trigonometrie gehören, zuerſt, und hierauf die vier übrigen, welche die Naturlehre betreffen. Jedes Kupfer muß auch an ein Blatt Papier geleimt werden, damit man es beym Gebrauch des Buchs ganz herausſchlagen kann.

Einleitung.

Von der Philoſophie überhaupt, und der Eintheilung der philoſophiſchen Wiſſenſchaften.

§. 1.

Das Wort Philoſophie wird zwar heut zu Tage von Gelehrten und Ungelehrten ſo häufig gebraucht, daß eine Erklärung dieſes Worts beynahe unnöthig ſcheinen könnte. Allein da nicht alle diejenigen, welche ſich deſſelben bedienen, genau wiſſen, was ſie eigentlich dabey denken ſollen, und da ſelbſt unter den Philoſophen immer noch über die Erklärung dieſes Begriffs geſtritten wird; ſo werde ich wohl nichts überflüſſiges thun, wenn ich meinen jungen Leſern kürzlich erkläre, was für einen Begriff man in den ältern Zeiten mit dem Worte Philoſophie verbunden habe, und was man heut zu Tage dadurch verſtehe.

Denn das Wort Philoſophie hat eben das Schickſal gehabt, was viele andre Benennungen zu haben pflegen, die nach und nach ihre urſprüngliche Bedeutung entweder ganz, oder doch wenigſtens zum Theil verlieren.

§. 2.

Die Wörter Philoſoph und Philoſophie ſind eigentlich aus der griechiſchen Sprache entlehnt, wie ohne Zweifel den meiſten meiner jungen Leſer ſchon bekannt ſeyn wird. Philoſoph bedeutet nichts anders, als einen Liebhaber der Weisheit, und Philoſophie eine Liebe oder Neigung zur Weisheit. Vor den Zeiten des Pythagoras (er lebte etwa 540 Jahre vor Chriſti Geburt), welcher dieſe Namen aufgebracht haben ſoll, wurde nicht nur jeder Gelehrter und Künſtler, ſondern auch derjenige, welcher bey der Verwaltung eines Geſchäftes eine beſondere Geſchicklichkeit und Klugheit gezeigt hatte, ein Weiſer (σοφός) und die Gelehrſamkeit überhaupt, oder die Fertigkeit in einer Kunſt, ingleichen die kluge Verwaltung eines Amtes und die geſchickte Ausführung eines Unternehmens Weisheit (σοφία) genannt. Denn unter den ſogenannten ſieben Weiſen in Griechenland war nur ein einziger, nemlich Thales, welchen man, nach der heutigen Art zu reden, einen Gelehrten nennen könnte. Die übrigen ſechs Weiſen zeichneten ſich mehr durch einen guten natürlichen Verſtand, und durch eine beſondre Klugheit, als durch gelehrte Kenntniſſe von ihren Mitbürgern aus. Pythagoras aber, welcher den Titel eines Weiſen nicht annehmen wollte, weil derſelbe, nach

ſeiner Meinung, nur dem höchſten Weſen mit Recht gegeben werden könnte, nannte ſich blos einen Liebhaber der Weisheit (φιλόσοφος); und weil dieſer Name, wegen ſeiner Neuheit, bey vielen Beyfall erhielt, ſo ward er bald allgemein, ſo daß man nunmehr durch Philoſophie eben das verſtund, was man vorher durch das Wort Weisheit angezeigt hatte, nämlich die Gelehrſamkeit überhaupt, oder die Geſchicklichkeit in einer Sache. In den neuern Zeiten, da die Theile der Gelehrſamkeit anſehnlich vermehrt wurden, ſchränkte man den Namen der Philoſophie nur auf einige Wiſſenſchaften ein, deren Grenzen aber nicht von allen Schriftſtellern auf einerley Art beſtimmt werden, ob ſie gleich in Anſehung der zur Philoſophie gehörigen Gegenſtände ſo ziemlich einerley Meinung ſind.

§. 3.

Erſtlich ſtimmt heut zu Tage jeder Schriftſteller darin mit dem andern überein, daß ſich die Philoſophie nur mit ſolchen Dingen beſchäftiget, die wir mit der bloßen Vernunft, ohne die Hülfe einer Offenbarung, erforſchen können. Allein nicht alle Vernunftwahrheiten gehören zur Philoſophie, wie auch der Ungeübteſte ſchon wiſſen wird, der nur einige Wiſſenſchaften dem Namen nach kennt. Es fragt ſich alſo: was für Vernunftwahrheiten ſind das, die zuſammen genommen die Philoſophie ausmachen? Dieſe Frage wird man ſich ſchon einigermaaßen ſelbſt beantworten können, wenn man nur einige Beyſpiele mit Aufmerkſamkeit betrachtet. Jedermann rechnet die Unterſuchungen über die Beſchaffenheit des Welt-

gebäudes, über die Kräfte des Geiſtes, über die Eigenſchaften der Planeten, ja über die Eigenſchaften des kleinſten Wurms und der geringſten Pflanze zur Philoſophie; aber niemand hält es für eine philoſophiſche Abhandlung, wenn von den neuen Einrichtungen der Regierung eines Landes, von den ägyptiſchen Pyramiden, von der Beſchaffenheit der größten Paläſte, und von andern Wirkungen der menſchlichen Geſchicklichkeit gehandelt wird. Wenn wir nun unterſuchen, worin die Gegenſtände, welche man zur Philoſophie rechnet, von den übrigen unterſchieden ſind; ſo werden wir finden, daß jene von der urſprünglichen Einrichtung des Schöpfers, dieſe hingegen von der willkührlichen Einrichtung der Menſchen herrühren. Die Philoſophie ſoll alſo, nach dem jetzigen Sprachgebrauch, diejenige zuſammenhängende Sammlung (der Inbegriff) von Vernunftwahrheiten ſeyn, worin die Natur und Eigenſchaften derjenigen Dinge unterſucht werden, die von der Natur ſelbſt, und nicht von der veränderlichen Einrichtung der Menſchen ihren Urſprung haben. Wenn einige Schriftſteller die Philoſophie durch die Vernunftwiſſenſchaft aus Begriffen erklären, ſo haben ſie nur die Abſicht, durch eine ſolche Erklärung die philoſophiſche Erkenntniß von allen übrigen Arten der Erkenntniß zu unterſcheiden; weil ſie der Meinung ſind, daß die Philoſophie überhaupt nicht durch ihren Gegenſtand beſtimmt werden könne.

§. 4.

Die Philoſophie wird im Deutſchen auch Weltweisheit genannt, welcher Name aber nicht den rühmlichſten Urſprung zu haben ſcheint. Denn er iſt ohne Zweifel anfänglich nichts anders als eine Ueberſetzung der ſpöttiſchen Benennungen einiger alten Kirchenväter geweſen, welche die Philoſophie ſapientiam ſecularem, ſapientiam hujus ſeculi, die Weisheit dieſer Welt und die Philoſophen ſapientes hujus ſeculi zu nennen pflegten. Es gibt aber auch einige Gelehrte, welche behaupten, daß dieſer Name nicht von Welt, ſondern von *Wald* herzuleiten ſey, und eigentlich *Waldweisheit* heißen ſollte; weil die Philoſophen bey den alten Deutſchen die Gewohnheit hatten, vornemlich in den Wäldern zu philoſophiren. Allein wider dieſe Meinung läßt ſich die wichtige Erinnerung machen, daß der Name Weltweisheit viel jünger iſt, als die Gewohnheit in den Wäldern zu philoſophiren.

§. 5.

Da dieſe Wiſſenſchaft, wie man ſchon aus ihrer Erklärung ſehen kann, von einem anſehnlichen Umfange iſt; ſo hat man ſie in verſchiedene Theile zergliedert, und dieſelben wieder als beſondere Wiſſenſchaften abgehandelt. Alles nun, was in der Philoſophie gelehret wird, dient entweder blos zur Aufklärung unſers Verſtandes, oder zur Verbeſſerung unſers Willens. Derjenige Theil der Philoſophie, welcher die Aufklärung des Verſtandes zum Gegenſtande hat, wird der theoretiſche, und der andre,

in welchem zur Verbeſſerung des Willens Anleitung gegeben wird, der praktiſche genannt.

Sowohl der theoretiſche als auch der praktiſche Theil wird wieder aufs neue eingetheilet, nur daß man nicht bey allen Lehrern dieſer Wiſſenſchaften einerley Anzahl und Ordnung der Theile antrift. Die vornehmſten Theile der theoretiſchen Philoſophie ſind, nach der gewöhnlichſten Eintheilung, folgende. Weil man bey der Unterſuchung der Eigenſchaften der Dinge nothwendig wiſſen muß, wie man durch den Gebrauch ſeines Verſtandes die Wahrheit finden und den Irrthum vermeiden könne; ſo fängt man gemeiniglich mit demjenigen Theile an, worin dieſes gelehrt wird, und welchen man die Logik oder Denklehre nennet, obgleich einige Gelehrte es für nützlicher halten, den Anfang der Philoſophie mit der empiriſchen Pſychologie, d. i. mit derjenigen Wiſſenſchaft zu machen, welche von den Kräften und Wirkungen unſrer Seele handelt. Sonſt wurden die allgemeinen Eigenſchaften der Dinge in der Ontologie, die Eigenſchaften eines Geiſtes in der Pnevmatologie, die Lehre von Gott in der natürlichen Theologie, und die allgemeine Lehre von der Welt in der Kosmologie erklärt. Dieſe vier Wiſſenſchaften, Ontologie, Pnevmatologie, natürliche Theologie und Kosmologie, zuſammen genommen machten ehedem die Metaphyſik aus. Der neuere philoſophiſche Sprachgebrauch hat aber den Begriff der Metaphyſik anders beſtimmt, nachdem Kant die ſogenannte Schulmetaphyſik geſtürzt hatte.

Die Eigenſchaften der Körper unterſucht eigentlich die Phyſik oder Naturlehre, zu welcher man auch die Naturbeſchreibung rechnen kann, ungeachtet man dieſelbe we-

gen ihres weiten Umfangs gemeiniglich von der Naturlehre zu unterſcheiden pflegt. Nämlich in der eigentlichen Naturlehre wird blos von den allergemeinſten Eigenſchaften der Körper, von dem Weltgebäude und den einfachen Materien gehandelt. Hingegen die Naturbeſchreibung beſchäftiget ſich mit allen übrigen gemiſchten Körpern, welche auf der Erde gefunden werden, und durch die willkührliche Einrichtung der Menſchen noch nicht merklich verändert worden ſind. Diejenige Eigenſchaft der Körper, die man Größe nennt, und die auch andern Dingen zukömmt, wird in einer beſondern Wiſſenſchaft abgehandelt, die den Namen der Mathematik oder Meßkunſt erhalten hat, und die man meiſtentheils wegen ihres großen Umfangs von der Philoſophie abſondert, ungeachtet ſie ſonſt mit Recht als ein Theil derſelben angeſehen wird.

Die praktiſche Philoſophie, welche auch von einigen Schriftſtellern Moralphiloſophie genannt wird, läßt ſich bequem in zwey Haupttheile zergliedern, nämlich in das Recht der Natur im weitern Verſtande, und die Politik oder Klugheitslehre. Das Recht der Natur, im weitläuftigen Sinne des Worts, unterrichtet uns über das, was nach bloßer Vernunft ohne Rückſicht auf Verabredung und willkührliche Vorſchriften eines Oberherrn recht iſt, und enthält die allgemeine praktiſche Philoſophie, die Ethik, die natürliche Moraltheologie, und das Recht der Natur im engern Verſtande. In der allgemeinen praktiſchen Philoſophie werden die allgemeinen Gründe und Arten der Verbindlichkeiten betrachtet. Die Ethik oder Moral im engern Verſtande lehrt die Pflichten, welche der Menſch gegen ſich ſelbſt zu beobachten hat, nebſt den Mitteln zur Tugend. Die natürliche Moraltheologie erklärt die Pflichten gegen Gott, und das Recht der Natur, im engern Verſtande, die

Pflichten der Menſchen gegen einander. Einige neuere Schriftſteller aber ſetzen dem Rechte der Natur noch engere Schranken und verſtehen dadurch blos die Wiſſenſchaft der natürlichen Zwangsgeſetze und Verbindlichkeiten. Die Klugheitslehre oder die Politik lehrt uns, wie wir unſre Handlungen der Klugheit gemäß einrichten ſollen.

§. 6.

Wenn man alſo die Gegenſtände erwägt, mit denen ſich die Philoſophie beſchäftigt; ſo wird man ſich ſehr leicht von ihrem Nutzen überzeugen können. Die Philoſophie aber nützt nicht nur in Anſehung ihrer Materie, d. i. in Anſehung derjenigen Wahrheiten, welche darin abgehandelt werden, ſondern auch in Anſehung der Art und Weiſe, wie man dabey verfährt, indem dadurch das Nachdenken geübt und der Scharfſinn vermehrt wird. Der Schade, welchen die Philoſophie geſtiftet haben ſoll, iſt nicht dieſer Wiſſenſchaft ſelbſt, ſondern dem Mißbrauche derſelben und den Fehlern der Philoſophen zuzuſchreiben.

Denklehre.

Erſtes Kapitel.

Von der Denklehre überhaupt.

§. 1.

Wir erlangen zwar ſchon durch die bloße Uebung und durch den Umgang mit andern, eine gewiſſe Fertigkeit, unſern Verſtand in Erkenntniß der Wahrheit zu gebrauchen, welche man gemeiniglich die natürliche Logik nennet. Allein da man ſich der Regeln, nach welchen man zu denken pflegt, nicht allezeit deutlich bewußt, und folglich ſehr oft der Gefahr zu irren ausgeſetzt iſt, wenn man ſich mit dieſer natürlichen Geſchicklichkeit behelfen muß; ſo läßt ſich leicht einſehen, daß diejenige Wiſſenſchaft, worin die Geſetze unſers Denkens deutlich auseinander geſetzt werden, d. i. die eigentliche wiſſenſchaftliche Logik oder Denklehre nicht unter die überflüſſigen Dinge zu zählen ſey. Man muß ſich daher billig verwundern, daß es ſelbſt unter den Gelehrten viele Feinde dieſer Wiſſenſchaft gibt,

„Wenn das Auge ſieht, ſagen einige, wenn das „Ohr hört, und wenn alle andere Kräfte, ohne ei„ner Vorſchrift nöthig zu haben, ihre Geſchäfte or„dentlich verwalten; ſo wird auch der Verſtand, „ohne Beyhülfe der Logik, die Wahrheit beurthei„len und finden können.“ Dieſer Einwurf, ſo ſcheinbar er auch vielleicht einigen vorkommen wird, zumal da er ſehr berühmte Männer zu Urhebern hat, iſt von keiner großen Wichtigkeit. Man darf ihn nur genau erwägen, ſo wird er eher ein Beyſpiel geben, den Nutzen der Logik zu erläutern, als ihn zu widerlegen. Es iſt wahr, das Auge ſieht, das Ohr hört, auch ohne Regeln und Vorſchriften: aber die Erfahrung lehrt hinlänglich, daß unſer Auge beſſer ſieht, wenn es durch Vorſchriften geleitet wird, daß unſer Ohr beſſer und richtiger hört, wenn es von dem Künſtler unterrichtet worden iſt. Wer die Optik ſtudirt hat, worin die Regeln des Sehens erklärt werden, wird mehr Gegenſtände bemerken, und weniger im Sehen irren, als derjenige, der unwiſſend in dieſer Wiſſenſchaft iſt, indem er die Art und Weiſe kennt, wie man der Schwachheit des Auges zu Hülfe kommen, und wie man das, was man wirklich ſieht, von dem, was man zu ſehen ſcheinet, unterſcheiden könne. Wer die Tonkunſt nach Regeln gelernt hat, wird weit weniger Fehler begehen, als derjenige, der keine deutliche Einſicht in die Regeln dieſer Kunſt beſitzet, und ſich blos durch Uebung eine Fertigkeit darin erworben hat. Eben ſo verhält ſichs auch mit unſerm Verſtande. Wir können ihn zwar auch, ohne Vorſchrift einer Logik, zur Erkenntniß der Wahrheit gebrauchen; aber ſein Gebrauch wird gewiſſer

und richtiger, wenn wir uns durch dieſe Wiſſenſchaft eine deutliche Erkenntniß derjenigen Vorſchriften verſchaffen, nach welchen er ſich im Denken richtet.

§. 2.

Unſere Seele iſt mit verſchiedenen Fähigkeiten begabt, die uns die Erkenntniß der Wahrheit möglich machen; wie uns ſchon aus der bloßen Erfahrung bekannt iſt, ehe wir noch das geringſte von der philoſophiſchen Seelenlehre wiſſeu. Wir haben eine Kraft, durch Hülfe gewiſſer Theile unſers Körpers Vorſtellungen von gegenwärtigen Dingen zu erhalten. Wir ſind ferner im Stande, dieſe Vorſtellungen, die man auch Begriffe oder Jdeen zu nennen pflegt, eine Zeitlang fortzuſetzen und uns dieſelben, ſo oft es uns gefällt, wieder lebhaft zu machen, wenn auch die Dinge ſelbſt nicht mehr gegenwärtig ſind. Das unmittelbare Vorſtellen der Gegenſtände wird von vielen der neuern Philoſophen Anſchauen, die mittelbaren Vorſtellungen aber werden Gedanken genannt. Dieſe Vorſtellungen können wir wieder auf verſchiedene Art theilen und ſowohl die Theile, als auch die ganzen Begriffe mit einander vergleichen und unter einander verbinden; wodurch alle unſere Wiſſenſchaft und Erkenntniß möglich gemacht wird.

Den Zuſtand, wenn wir Vorſtellungen von gegenwärtigen Dingen haben, die auf uns wirken, nennen wir überhaupt Empfindung; woraus ſich alſo leicht einſehen läßt, was die Empfindungskraft ſey; und zwar wird die Empfindung äußerlich genannt, wenn der empfundene Gegenſtand etwas

iſt, das außerhalb unſrer Seele ſich befindet, innerlich hingegen, wenn wir etwas empfinden, das in unſerer Seele ſelbſt vorgehet. Wenn wir uns alſo, vermittelſt des Geſichts, einen Begriff von einem Schiffe oder Baume machen; ſo iſt dieſes eine äußerliche Empfindung. Wenn wir uns aber bewußt werden, daß ſich unſre Seele gern mit der Vorſtellung eines abweſenden Freundes beſchäftiget; ſo gehört dieſes zur innerlichen Empfindung, welche man alſo mit dem Gefühl deſſen, was in unſerm Körper vorgeht, nicht verwechſeln muß. Ein Schmerz im Magen, in der Lunge, oder in einem andern innerlichen Theile des Körpers, iſt blos eine äußerliche Empfindung.

Die Kraft, Begriffe fortzuſetzen, heißt das Gedächtniß, welches auch den Namen der Erinnerungskraft erhält, wenn wir dadurch erkennen, daß ein Begriff derjenige ſey, den wir ſchon zu einer andern Zeit bey gewiſſen Umſtänden gehabt haben. Die Kraft, abweſende Dinge ſo ſich vorzuſtellen, als ob ſie gegenwärtig wären, nennt man die Einbildungskraft. Das Theilen, Zuſammenſetzen und Vergleichen der Begriffe geſchieht durch die Beurtheilungskraft, welche den Namen Witz erhält, wenn ſie verſteckte Aehnlichkeiten der Begriffe leicht entdeckt. Alle dieſe jetzt erklärten Fähigkeiten der menſchlichen Seele machen den Verſtand aus; jedoch gebraucht man dieſes Wort auch noch in einer engern Bedeutung und verſteht dadurch blos das Vermögen, allgemeine Begriffe zu faſſen, und ihren Zuſammenhang ſich deutlich vorzuſtellen.

§. 3.

Alle unſere Gedanken laſſen ſich bequem unter drey Claſſen bringen, welche man die drey Wirkungen des menſchlichen Verſtandes nennt. Denn wir haben entweder blos Vorſtellungen von den Dingen; oder wir vergleichen dieſe Vorſtellungen unter einander, um Urtheile und Sätze zu bilden; oder wir ſtellen wieder eine Vergleichung verſchiedner Urtheile an, um daraus neue Urtheile oder Sätze herzuleiten, wodurch die ſogenannten Schlüſſe entſtehen. Dieſe drey Wirkungen des Verſtandes alſo, ohne welche die Erkenntniß der Wahrheit unmöglich ſeyn würde, müſſen in der Logik vorzüglich erklärt werden.

Zweytes Kapitel.

Von den Begriffen.

§. 4.

Unſre erſten Begriffe erhalten wir eigentlich durch die Empfindung, und zwar nicht nur durch die äußerliche, ſondern auch durch die innerliche Empfindung; alle übrigen Begriffe, die ſich noch in unſrer Seele befinden, entſtehen entweder durch die Theilung, oder durch die Zuſammenſetzung, oder durch die Vergleichung derſelben unter einander. Doch gibt es verſchiedne Philoſophen, wie z. B. diejenigen, welche nach den Grundſätzen des berühmten Kant philoſophiren, von denen dieſer allgemeine Urſprung unſrer Begriffe beſtritten und das Daſeyn ſolcher Begriffe

behauptet wird, die nicht aus einer Empfindung ihren Urſprung haben. In Anſehung dieſes Umſtands werden daher die Begriffe von den Philoſophen der Kantiſchen Schule in empiriſche und reine eingetheilt. Empiriſche Begriffe ſind diejenigen, welche Merkmale enthalten, die ſich äußerlich oder innerlich empfinden laſſen; hingegen reine Begriffe heißen diejenigen, welche nichts Empfindbares enthalten und nicht von der Erfahrung erborgt ſind.

§. 5.

Stellt ein Begriff ein wirkliches oder einzelnes Ding vor, das man in den Schulen der Philoſophen ein Individuum zu nennen pflegt, ſo heißt er ein Individual-Begriff; enthält er aber etwas, das verſchiednen wirklichen Dingen gemein iſt, ſo erhält er den Namen eines allgemeinen oder abſtracten Begriffes. Z. B. der Name Virgilius zeigt einen Individual-Begriff; hingegen das Wort Poet einen allgemeinen Begriff an; denn bey dem Wort Virgilius denke ich mir einen einzigen Menſchen, bey dem Wort Poet aber eine Eigenſchaft, die vielen Menſchen zukömmt.

§. 6.

Die allgemeinen oder abſtracten Begriffe erlangen wir alſo, indem wir von denjenigen Begriffen, die uns die Empfindung verſchaffet, gewiſſe Theile oder Umſtände weglaſſen, und das übrige, was auch in andern Individual-Begriffen angetroffen wird, beſonders betrachten; welches man in der

Sprache der Logik abſtrahiren zu nennen pflegt. So entſteht z. B. der allgemeine Begriff Philoſoph durch die Abſtraction aus den Individual-Begriffen, Plato, Ariſtoteles, Leibnitz, Kant u. ſ. f.

§. 7.

Bey den allgemeinen Begriffen, die wir aus der Betrachtung einzelner Dinge durch die Abſtraction derſelben erhalten haben, läßt ſich wieder eine neue Abſtraction vornehmen; wodurch ſolche Begriffe entſtehen, die noch allgemeiner ſind, als die vorhergehenden. Z. B. aus den allgemeinen Begriffen, Philoſoph, Theolog, Juriſt, Medicus u. ſ. f. entſteht auf dieſe Weiſe der Begriff Gelehrter, der dasjenige enthält, was in allen vorhergehenden gefunden wird. Man nennt einen allgemeinen Begriff, welcher die Aehnlichkeit einzelner Dinge enthält, eine Art oder Species, und einen ſolchen, der die Aehnlichkeit verſchiedener Arten anzeigt, eine Gattung, Geſchlecht oder Genus. Bildet man ſich durch eine wiederholte Abſtraction aus den Gattungen noch allgemeinere Begriffe; ſo heißen dieſe höhere und jene niedere Gattungen. So wird z. B. durch das Wort Hecht eine Art, durch Fiſch eine Gattung, und durch Thier eine höhere Gattung angezeigt.

§. 8.

Aus der willkührlichen Verbindung der Begriffe, die wir durch die Empfindung und Abſtraction erhalten, entſtehen eine Menge zuſammenge-

ſetzter Begriffe, unter denen oft einige ſolche Dinge vorſtellen, die nirgends zu finden ſind. Z. B. aus der Zuſammenſetzung der Begriffe eines geflügelten Thieres und eines Pferdes iſt der Begriff Pegaſus; aus den Begriffen Fiſch und Frauenzimmer der Begriff Sirene gemacht worden. Man kann alſo aus dem Daſeyn einer Idee in unſrer Seele nicht wiſſen, ob ein ſolches Ding in der Natur wirklich vorhanden ſey, das durch dieſe Idee abgebildet wird.

§. 9.

Begriffe, welche nicht anzeigen, was eine Sache an und für ſich ſelbſt, ſondern nur was ſie in Anſehung einer andern iſt, nennt man relative, die übrigen aber abſolute Begriffe. Von der erſten Art ſind die Begriffe Klein, Groß, Vater, Sohn, Herr, Diener; von der andern hingegen Menſch, Thier, Erde u. ſ. f. Von ſolchen Begriffen, die ſich auf einander beziehen, wird der eine das Correlatum von dem andern genannt. So iſt in den vorigen Beyſpielen Vater das Correlatum von Sohn, und Sohn wiederum das Correlatum von Vater. Die relativen Begriffe ſetzen alſo allemal eine Vergleichung voraus; und weil dieſelbe von unſrer Willkühr abhängt, ſo iſt es kein Wunder, daß verſchiedne Menſchen von einerley Dingen ſich ſo verſchiedne Begriffe machen, und daß der eine z. B. eine Sache ſehr groß nennt, welche von dem andern für klein gehalten wird: denn es kömmt hier blos darauf an, womit man die Sache vergleicher. Eine Katze iſt ſehr klein, wenn

ſie mit einem Elephanten verglichen wird, hingegen ſehr groß, wenn man ſie mit einer Käſemilbe vergleicht. Dieſer Unterſchied zwiſchen den relativen und abſoluten Begriffen iſt deswegen ſehr wohl zu merken, weil aus der Verwirrung derſelben oft ſehr unnöthige Streitigkeiten entſtanden ſind, und noch immer zu entſtehen pflegen.

§. 10.

Unter den Vollkommenheiten der Begriffe iſt vorzüglich die Klarheit und Deutlichkeit zu merken. Durch die Klarheit verſteht man diejenige Beſchaffenheit derſelben, vermöge welcher man ſie von allen andern unterſcheiden kann; Deutlichkeit aber ſchreibt man ſeinen Begriffen nur alsdenn zu, wenn man ſich zugleich der Merkmale bewußt iſt, die dieſen Unterſchied ausmachen. Ein deutlicher Begriff iſt daher auch ein klarer, aber ein klarer nicht allemal ein deutlicher Begriff. Z. B. wir können das Süße von dem Bittern, das Rothe von dem Blauen ſehr genau unterſcheiden; wir ſind aber nicht im Stande die Merkmale anzugeben, in welchen dieſer Unterſchied beſtehet. Unſre Begriffe von dieſen Dingen ſind alſo klar, aber nicht deutlich. Hingegen Quadrat und Rhombus können wir nicht nur von einander unterſcheiden, ſondern wir wiſſen auch, daß der Rhombus ſich von dem Quadrate durch die Ungleichheit der Winkel unterſcheidet, und nur die Gleichheit der Seiten mit ihm gemein hat. Wir haben daher von beyden deutliche Begriffe.

Drittes Kapitel.

Von den Urtheilen oder Sätzen.

§. 11.

Wenn wir zwey Begriffe, z. B. Luft und Körper, oder Luft und Geiſt mit einander vergleichen, und derſelben Verſchiedenheit oder Uebereinſtimmung erkennen; ſo entſtehet ein Urtheil oder Satz. Z. B. die Luft iſt ein Körper; die Luft iſt kein Geiſt. Hieraus iſt alſo klar, daß bey einem Satze drey Theile unterſchieden werden können, nämlich die beyden Begriffe, die man mit einander vergleicht, und der Begriff, welcher das Verhältniß derſelben ausdrückt. Derjenige, den man als den Hauptbegriff, oder als den Gegenſtand der Betrachtung anſiehet, wie in den vorigen Beyſpielen die Luft, wird das Subject; der andre, den man mit dieſem vergleicht, z. B. in dem vorhergehenden erſten Satze Körper, und in dem andern Geiſt, das Prädicat, und der dritte, wodurch man das Verhältniß derſelben anzeigt, nämlich das Wort iſt oder iſt nicht, die Copula oder das Verbindungszeichen genannt. Diejenigen Gelehrten, welche nur zwey Theile in einem Satze annehmen, rechnen die Copula mit zum Prädicat.

§. 12.

Sowohl im Reden als auch im Schreiben pflegt man bisweilen, des Nachdrucks oder andrer Urſachen wegen, die gewöhnliche Ordnung der Theile zu ändern; daher man bey der Beurtheilung eines Satzes, wenn man das Subject ſuchen will, nicht auf die Stellung der Worte, ſondern auf die Abſicht des Redenden oder Schreibenden ſehen muß; weil nicht die Idee, welche man durch das zuerſt geſchriebene oder ausgeſprochene Wort bezeichnet, ſondern diejenige, die eigentlich zuerſt gedacht worden iſt, das Subject genannt wird. Z. B. in dem Satze: ein ſehr angenehmer Schriftſteller iſt Cicero, macht das letzte Wort: Cicero das Subject, und der erſte Ausdruck: ein ſehr angenehmer Schriftſteller, das Prädicat aus.

Das Subject und Prädicat eines Satzes beſteht auch nicht allemal aus einem einzigen Worte, ſondern iſt oft aus ſehr vielen Worten zuſammen geſetzet, welche aber nur einen einzigen Begriff anzeigen. Z. B. in dem Satze: derjenige, welcher allezeit die Nachrichten von dem Glücke ſeiner Mitbürger mit Verdruß anhöret, iſt ein verächtlicher Menſch, beſteht das Subject aus den Worten: derjenige, welcher allezeit die Nachrichten von dem Glücke ſeiner Mitbürger mit Verdruß anhöret, wodurch ein einziger Begriff, nemlich ein Neidiſcher, angezeigt wird.

§. 13.

Allein obgleich bey einem jeden Satze dieſe drey Theile nothwendig gedacht werden müſſen, ſo pflegt

man ſie doch nicht allezeit durch drey verſchiedene Worte auszudrücken, indem ſehr oft das Prädicat und die Copula, ja bisweilen alle drey Theile in einem einzigen Worte enthalten ſind. Z. B. die Seele denket, iſt ein völliger Satz: denn in dem Worte denket ſteckt ſowohl das Prädicat als auch die Copula, und es iſt eben ſo viel, als wenn ich ſagte: die Seele iſt dasjenige, welches denket. Das einzige Wort eſurio enthält ebenfalls einen ganzen Satz, wie man ſchon aus der Ueberſetzung: ich bin hungrig, ſehen kann.

§. 14.

In einigen Urtheilen oder Sätzen läßt ſich ſchon das Prädicat durch Zergliederung des Subjects beſtimmen; in andern aber iſt dieſes nicht möglich. Die erſte Art von Sätzen, nemlich diejenigen, deren Prädicat im Begriff des Subjects enthalten iſt, pflegen die Philoſophen der Kantiſchen Schule analytiſche, die übrigen aber, in deren Subject das Prädicat nicht ſchon als Merkmal oder Beſtandtheil liegt, ſynthetiſche Sätze zu nennen. So iſt z. B. der Satz, alle Körper ſind theilbar, ein analytiſcher, hingegen der Satz, alle Körper ſind ſchwer, ein ſynthetiſcher Satz. Denn wenn ich den Begriff Körper, in ſeine Beſtandtheile: zuſammengeſetzte Subſtanz, auflöſe, ſo finde ich, daß zwar die Theilbarkeit, aber nicht die Schwere darin enthalten iſt.

§. 15.

Werden in einem Satze die Begriffe mit einander verbunden, ſo heißt er bejahend (propoſitio

affirmativa); werden ſie aber von einander getrennt, ſo wird er verneinend (propoſitio negativa) genannt. Z. B. die Seele iſt einfach, wäre ein bejahender; die Seele iſt nicht ſterblich, ein verneinender Satz. Die Verneinung muß alſo zur Copula gehören, wenn der Satz verneinend ſeyn ſoll; denn ſonſt, wenn dieſelbe zum Subject oder Prädicat gehöret, kann der Satz ſelbſt bejahend ſeyn, und in dieſem Falle wird er infinit (propoſitio infinita) genannt. Z. B. wer ſeinen Abſichten nicht gemäß handelt, iſt ein Thor; oder: die Elemente ſind diejenigen Theile der Körper, welche nicht wieder aus andern Theilen beſtehen. In dieſen Sätzen kömmt zwar eine Verneinung vor; allein in dem erſten Satze gehört dieſelbe zum Subject, welches durch die Worte: wer ſeinen Abſichten nicht gemäß handelt, ausgedrückt wird, und in dem andern zum Prädicat, das aus den Worten: welche nicht wieder aus andern Theilen beſtehen, zuſammen geſetzt iſt. Beyde Sätze ſind alſo infinit und gehören unter die bejahenden Sätze, weil die Copula keine Verneinung enthält. Dieſe Beſtimmung eines Satzes, ob er bejahend oder verneinend iſt, nennt man ſeine Qualität.

§. 16.

In einem bejahenden Satze wird entweder das Prädicat von allen Dingen, die durch das Subject angezeiget werden, oder nur von einigen behauptet; und eben ſo wird in den verneinenden Sätzen das Prädicat entweder allen Dingen, die das Subject anzeiget, oder nur einigen abgeſprochen. Diejeni-

gen, in welchen von allen etwas bejaht oder verneinet wird, heißen allgemeine (propoſitiones univerſales); diejenigen aber, wo nur von einigen die Rede iſt, beſondere Sätze (propoſitiones particulares). In jene Claſſe gehören alſo folgende beyde: Alle Schmeichler ſind niederträchtig. Kein Verläumder iſt ein rechtſchaffener Mann. Zu dieſer hingegen: Einige Metalle laſſen ſich leicht zu Aſche verbrennen. Einige Lehrer der Tugend ſind nicht tugendhaft. Dieſe Beſchaffenheit der Sätze, vermöge welcher ſie allgemeine oder beſondere genannt werden, heißt man ihre Quantität, welche man oft nur aus dem Inhalte, oder aus der Abſicht des Redenden beurtheilen kann; weil die Wörter: Alle, Keiner und Etliche, wodurch man ſonſt die Quantität anzuzeigen pflegt, in vielen Fällen außen gelaſſen werden. Z. B. der Satz: die Körper ſind zuſammengeſetzte Subſtanzen, iſt ein allgemeiner; hingegen die Spanier ſind hochmüthig, ein beſondrer Satz.

§. 17.

Man pflegt die bejahenden Sätze durch die erſten beyden Vocale des Wortes affirmo, und die verneinenden mit den beyden Vocalen des Wortes nego anzudeuten. Nämlich A bedeutet einen allgemein bejahenden, I einen beſonders bejahenden, E einen allgemein verneinenden, O einen beſonders verneinenden Satz. Dieſe Sache iſt vornämlich deswegen zu merken, weil man ſich dieſer Bezeichnung der Sätze, wie ich in der Folge zeigen will, bey den Schlüſſen bedient.

§. 18.

Wenn das Subject ein Individuum, d. i. ein einzelnes Ding anzeigt, ſo nennt man ſolche Sätze Individual-Sätze, (propoſitiones ſingulares); unter welche Art folgende gehören: Newton iſt ein großer Geiſt; Kant iſt ein ſcharfſinniger Philoſoph. Weil aber das Prädicat hier ebenfalls, wie bey den allgemeinen Sätzen, ohne Einſchränkung von dem Subjecte geſagt wird; ſo werden ſie bey den Schlüſſen den allgemeinen Sätzen gleich geachtet, und aus dieſer Urſache ebenfalls durch die Buchſtaben A und E bezeichnet.

§. 19.

Zwey Sätze heißen contradictoriſch oder widerſprechend (propoſitiones contradictorie oppoſitae), wenn der eine davon den andern ohne Einſchränkung für falſch erklärt. Z. B. Die Welt iſt ewig. Die Welt iſt nicht ewig. Von ſolchen Sätzen kann alſo nur einer wahr und auch nur einer falſch ſeyn. Widrig aber oder contrair (propoſitiones contrariae) werden diejenigen Sätze genannt, die eine verſchiedene Ausſage von einerley Sache enthalten, und die zwar alle falſch, aber nicht alle wahr ſeyn können. Z. B. Cajus iſt ein Soldat. Cajus iſt ein Kaufmann. Oder: Alle Menſchen ſind tugendhaft. Kein Menſch iſt tugendhaft. Sind die Sätze, welche man mit einander vergleicht, beſondere Sätze und von der Beſchaffenheit, daß der eine dasjenige bejahet, was der andre verneinet: ſo werden ſie ſubcontrair, oder zum Theil widrig genannt. Z. B. Einige Sol-

daten ſind tapfer. Einige Soldaten ſind nicht tapfer. Subcontraire Sätze können alſo beyde wahr, aber nicht beyde falſch ſeyn.

§. 20.

Wenn man zwey Sätze mit einander verbindet, wovon der eine die Bedingung enthält, unter welcher der andre für wahr gehalten wird; ſo heißt der zuſammengeſetzte Satz, welcher durch eine ſolche Verbindung entſteht, ein bedingter oder hypothetiſcher Satz. Derjenige Theil, der die Bedingung enthält, wird das Antecedens, die Hypotheſis, oder das Vorderglied, und der übrige Theil das Conſequens, die Theſis, oder das Hinterglied, genannt. Z. B. Wenn die Aſtrologie eine betrügeriſche Kunſt iſt; ſo muß man nicht die Zeit mit Erlernung derſelben verderben. Zu der Wahrheit eines hypothetiſchen Satzes wird alſo nicht nothwendig die Wahrheit derjenigen Sätze erfordert, aus denen er zuſammengeſetzt iſt. Es kann das Vorderglied, oder das Hinterglied, oder es können auch alle beyde falſch, und der daraus zuſammengeſetzte hypothetiſche Satz kann dennoch wahr ſeyn; ſo können auch beyde Theile, einzeln genommen, wahr und der ganze bedingte Satz doch falſch ſeyn; weil es hier blos darauf ankömmt, ob das Hinterglied aus dem Vordergliede richtig folgt. Z. B. der Satz: Wenn die Seele unter die einfachen Subſtanzen gehört, ſo muß ſie nothwendig unſterblich ſeyn, iſt offenbar falſch; weil die Unſterblichkeit nicht aus der Einfachheit fließt, und gleichwohl iſt nicht nur das Vorderglied, ſondern auch das Hinterglied dieſes bedingten Satzes wahr.

§. 21.

Den hypothetiſchen Sätzen werden die kategoriſchen oder unbedingten entgegengeſetzt, dergleichen folgender Satz iſt: Der Krieg iſt ein nothwendiges Uebel. Weil man aber nichts ohne Grund für wahr hält; ſo läßt ſich jeder kategoriſche Satz in einen hypothetiſchen verwandeln, wenn man die Urſache, warum man einen Satz für wahr hält, zum Vordergliede macht. Man pflegt daher in der Mathematik, bey jedem zu erweiſenden Satze, wenn er auch nicht die Geſtalt eines hypothetiſchen Satzes hat, die beyden Theile, Theſis und Hypotheſis, zu unterſcheiden, wovon der letztere oft in einem einzigen Beyworte ſteckt. Z. B. In dem bekannten geometriſchen Lehrſatze: Das Quadrat der größten Seite eines rechtwinklichten Triangels beträgt ſoviel, als die Quadrate der übrigen beyden Seiten zuſammen genommen, enthält das einzige Beywort rechtwinklicht die ganze Bedingung oder Hypotheſis; weil dieſer Satz nicht von allen Triangeln, ſondern nur von den rechtwinklichten gilt.

§. 22.

Bisweilen werden Sätze auf dieſe Art zuſammengeſetzt, daß man entweder für das Subject, oder für das Prädicat, oder für beyde zugleich verſchiedne Begriffe annimmt, von denen keiner eine bloße Beſtimmung des andern iſt. Gilt nun der Satz von allen dieſen Begriffen, ſo wird er copulativiſch genannt, und durch die Wörter und, ſowohl, als auch u. ſ. w. bezeichnet. Z. B. Die vierfüßigen

Thiere, die Vögel und die Fiſche haben rothes Blut; oder: Sowohl die Planeten, als auch die Kometen ſind von Natur dunkle Körper. Gilt hingegen der Satz nicht von allen, ſondern nur von einem einzigen Begriffe, der aber nicht angezeigt wird, ſo nennt man ihn theilend oder disjunctiviſch; dergleichen ſind folgende beyde: Die Welt iſt entweder endlich oder unendlich. Die Tugend wird entweder in dieſem, oder in einem andern Leben, oder gar nicht belohnt.

§. 23.

In den mathematiſchen Schriften ſind noch verſchiedene andre Namen von Sätzen gewöhnlich, die auch bisweilen in andern Abhandlungen vorkommen, und daher angeführt zu werden verdienen. Man theilt zuerſt die Sätze überhaupt in theoretiſche und praktiſche ein. In den theoretiſchen wird blos geurtheilt, wie eine Sache beſchaffen ſey, in den praktiſchen aber wird geſagt, daß man etwas thun könne oder ſolle. Iſt ein Satz ſeiner Natur nach ſo deutlich, daß ein jeder von ſeiner Wahrheit überzeugt wird, ſobald er nur die Worte verſteht: ſo heißt er ein Grundſatz, und zwar ein Axioma, wenn er theoretiſch iſt; ein Poſtulatum, oder Forderungsſatz, wenn er etwas Praktiſches enthält. Z. B. Ein Theil iſt kleiner als das Ganze, iſt ein Axioma: hingegen: eine jede Linie kann verlängert werden ein Poſtulatum. Iſt aber ein Satz von der Art, daß man ſeine Wahrheit nicht eher erkennen kann, als bis er mit andern Sätzen verglichen, d. i. bewieſen worden iſt; ſo heißt er

ein Theorema oder Lehrſatz, wenn er unter die theoretiſchen gehört; und ein Problema oder eine Aufgabe, wenn er praktiſch iſt. Der Satz alſo: Die Seele des Menſchen iſt unſterblich, wäre ein Theorem; hingegen der Satz: die laſterhaften Neigungen des Menſchen zu verbeſſern, eine Aufgabe.

Die Lehrſätze erhalten unter verſchiedenen Umſtänden noch andre Namen. So heißt z. B. ein Lehrſatz, der aus einem andern ohne weitläuftigen Beweis hergeleitet werden kann, ein Corollarium, eine Folgerung, oder ein Zuſatz; und ein ſolcher, den man aus einer andern Wiſſenſchaft zu ſeiner gegenwärtigen Abſicht entlehnt hat, ein Lemma oder Lehnſatz. Diejenigen Sätze, die eigentlich nichts Weſentliches enthalten, ſondern nur der Erläuterung wegen hinzu geſetzt werden, nennt man Scholia oder Anmerkungen. Bisweilen nimmt man auch Sätze an, die nicht nothwendig aus der Natur der Sache flieſſen, ſondern von unſrer Willkühr abhängen, aber, ohne Nachtheil der Wahrheit, zur Bequemlichkeit in der Ausübung ſo angenommen werden können; welche man daher willkührliche Sätze, (hypotheſes), zu nennen pflegt. Hierunter gehört folgender Satz aus der Geometrie: die Peripherie eines jeden Cirkels enthält 360 Grade. Denn es läßt ſich aus der Natur des Cirkels nicht darthun, daß man die Peripherie nothwendig in 360 Grade theilen müſſe. Dieſe Anzahl der Theile iſt blos willkührlich von den Mathematikern, wegen einer Bequemlichkeit im Rechnen, angenommen worden.

§. 24.

Ein Satz, in welchem das Subject mit dem Prädicat einerley iſt, heißt ein identiſcher Satz. Es iſt aber hier von der Einerleyheit der Begriffe, und nicht der Wörter, die Rede. Es gehört alſo ein Satz nicht unter die identiſchen, wenn gleich das Subject und Prädicat aus einerley Worte beſtehet, wofern es nicht beydemal in einerley Verſtande genommen wird. Z. B. folgender Satz iſt nicht identiſch: Dresden iſt doch Dresden; weil das Wort Dresden im Subject die bekannte Stadt, im Prädicat aber die Artigkeit bedeutet, die man darin antrift. Hingegen: Ovidius iſt derjenige lateiniſche Dichter, der auch den Namen Naſo führet, iſt ein wahrer identiſcher Satz; weil Subject und Prädicat einerley Sache ausdrücken, obgleich die Wörter nicht einerley ſind. Solche identiſche Sätze, in welchen das Prädicat diejenigen Ideen enthält, die zuſammen genommen das Subject ausmachen, und die alſo hinlänglich ſind, daſſelbe von allen andern Dingen zu unterſcheiden, nennt man Definitionen oder Erklärungen, von denen jetzt beſonders gehandelt werden ſoll.

Viertes Kapitel.

Von den Definitionen.

§. 25.

Einige rechnen die Lehre von den Definitionen zu dem Theile der Logik, der von den Begriffen handelt; alsdenn aber verſtehen ſie durch dieſes Wort nur das Prädicat eines ſolchen Satzes, in welchem der Begriff des Subjects aufgeklärt wird. In dieſer letztern Bedeutung wird eine Erklärung auch Definitio applicata, und in der erſtern Definitio applicans genannt. Das Subject in einem ſolchen Erklärungs-Satze, oder die Sache, die erklärt wird, heißt das Definitum. Z. B. folgender Satz: die Markſcheidekunſt iſt diejenige Wiſſenſchaft, welche ſolche Größen meſſen lehrt, die bey dem Bergbau vorzukommen pflegen, iſt die Definitio applicans; das Prädicat: eine Wiſſenſchaft, welche ſolche Größen meſſen lehrt, die bey dem Bergbaue vorzukommen pflegen, die Definitio applicata, und das Subject: die Markſcheidekunſt, das Definitum.

§. 26.

Wenn man alſo eine Erklärung von einer Sache machen will, ſo ſucht man zuerſt einen Begriff,

der diejenige Claſſe von Dingen anzeigt, worunter das Definitum gehört, und welcher daher auch das Genus, d. i. das Geſchlecht oder die Gattung genannt wird. Hierzu ſetzt man alsdenn einen oder mehrere Begriffe, welche die Merkmale enthalten, die zureichend ſind, das Definitum von allen andern Dingen zu unterſcheiden; und dieſe Merkmale zuſammen genommen heißen die differentia ſpecifica, d. i. der Unterſchied der Art. In dem vorigen Beyſpiele zeigt das Wort Wiſſenſchaft das Genus, und die folgenden Worte: welche ſolche Größen meſſen lehret, die bey dem Bergbau vorzukommen pflegen, die differentiam ſpecificam an. Man pflegt bisweilen das Genus in einer Definition wegzulaſſen, wenn es ſich nämlich von ſelbſt verſteht, wie z. B. in folgender Erklärung: ein Cirkel entſteht, wenn ſich eine gerade Linie auf einer ebenen Fläche um einen Punct herum bewegt, wo das eigentliche Genus Figur weggelaſſen wird; weil ſchon jeder von denen, für welche dieſe Erklärung beſtimmt iſt, wiſſen muß, daß der Cirkel unter die Figuren gehört. Bisweilen läßt ſich auch die eigentliche Claſſe von Dingen noch nicht angeben; in welchem Falle man ſich mit dem ganz allgemeinen Begriffe Ding oder Etwas behilft. Ohne Noth aber muß man kein ſo entferntes Genus in einer Definition gebrauchen, ſondern, ſo viel als möglich, das nächſte auszuforſchen ſuchen; weil ſonſt die Deutlichkeit, welche durch die Erklärungen befördert werden ſoll, dabey leidet.

§. 27.

Man theilet die Erklärungen in Nominal-Definitionen oder Worterklärungen, und Real-

Definitionen oder Sacherklärungen ein; dieſe Namen aber haben nicht bey allen Schriftſtellern einerley Bedeutung. Die Mathematiker, nach denen ſich auch viele andre Schriftſteller richten, nennen nur diejenigen Erklärungen Real-Definitionen, aus welchen ſich erſehen läßt, wie die Sache möglich ſey, oder entſtehen könne; alle andre aber, aus denen man die Möglichkeit oder Entſtehungsart der Sache nicht erſehen kann, Worterklärungen. Wenn ich alſo ſage: eine Linie entſteht, indem ſich ein Punct von einem Orte gegen einen andern bewegt; ſo iſt dieſes eine Sacherklärung. Wenn ich aber ſage: eine Linie iſt eine Länge ohne Breite und Dicke; ſo iſt dieſes nach der Sprache der Mathematiker, nur eine Worterklärung. Viele von den ältern und neuern Philoſophen hingegen verſtehen durch Worterklärungen diejenigen, wo man nur die Abſicht hat, die Bedeutung eines Wortes zu beſtimmen, und durch Sacherklärungen ſolche, wo der Begriff ſelbſt aufgeklärt werden ſoll. Diejenigen Sacherklärungen, aus denen man zugleich die Möglichkeit oder Entſtehungsart begreifen kann, werden von ihnen genetiſche Definitionen genannt.

§. 28.

Viele Erklärungen erhält man ſchon ohne weitläuftige Unterſuchungen aus der Erfahrung und vermittelſt der gemeinen Erkenntniß; andre hingegen erfordern eine genaue Unterſuchung und Vergleichung der zu erklärenden Sache mit verſchiednen andern Begriffen und Sätzen. Die erſte Art pflegt man daher Grunderklärungen oder erſte Begriffe, die an-

dre aber geſchloſſene oder fernere Erklärungen zu nennen. Z. B. der Satz: die Seele iſt dasjenige, was in uns denkt, gehört unter die Grunderklärungen; weil man hierzu nichts weiter, als die gemeine Erfahrung nöthig hat. Sage ich hingegen: die Seele iſt ein einfaches, von dem Körper unterſchiedenes, aber mit demſelben verbundenes Weſen, welches die Kraft zu denken und zu wollen beſitzt; ſo iſt dieſes eine geſchloſſene Erklärung, weil man erſt viele Sätze und Unterſuchungen über die Natur und Eigenſchaften der Seele vorausſchicken muß, ehe man zu dieſer Erklärung gelangen kann.

§. 29.

Nachdem wir alſo wiſſen, was eigentlich eine Difinition iſt, und wie man dieſelben einzutheilen pfleget; ſo wollen wir uns nunmehr um die vornehmſten Regeln bekümmern, die bey Abfaſſung und Beurtheilung derſelben zu merken ſind. Sie werden ſehr leicht zu finden und zu verſtehen ſeyn, wenn wir nur die Abſicht und die weſentlichen Theile einer Erklärung in Erwägung ziehen. Die Abſicht aber, welche wir durch die Erklärungen zu erhalten ſuchen, iſt keine andere, als die Deutlichkeit unſrer Erkenntniß, und die Vermeidung des Mißverſtändniſſes, wenn wir andern unſre Gedanken mittheilen wollen. Hieraus laſſen ſich alſo folgende Vorſchriften herleiten.

1) Zu einer ordentlichen Erklärung muß man nur ſolche Wörter gebrauchen, die jedem verſtändlich ſind, oder die man ſchon vorher erklärt hat. Figürliche Redensarten und Ausdrücke müſſen

alſo ganz vermieden werden, wofern ſie nicht etwa der Mangel anderer Ausdrücke nothwendig macht; weil ſonſt Erklärungen entſtehen, die noch dunkler ſind, als die Wörter oder Begriffe, die man erklären ſoll. Z. B. was würde folgende Erklärung nützen? Der Verſtand iſt nichts anders als eine Sonne, durch welche die Seele erleuchtet wird.

2) Man muß nicht blos überſetzen, oder einen Begriff durch gleichgültige Wörter erklären; weil dieſes nicht Merkmale angeben heißt, wodurch man die Sache von allen andern unterſcheiden könne. Folgende Erklärung würde man alſo verwerfen müſſen: die Algebra iſt nichts anders, als die Analyſis oder Auflöſungskunſt der Mathematiker; denn das Arabiſche Wort Algebra bedeutet eben ſo viel, als das griechiſche Wort Analyſis, und als das deutſche Wort Auflöſung.

3) Eine gute Definition muß nicht zu weitläuftig ſeyn, damit man ſie leicht faſſen könne; aber auch nicht zu kurz, damit ſie nicht dunkel werde.

4) Die Merkmale, die in einer Definition angegeben werden, müſſen der Sache beſtändig zukommen, und weſentlich ſeyn; weil die zufälligen Eigenſchaften nicht hinlänglich ſind, das Definitum jederzeit von allen übrigen Dingen zu unterſcheiden. Daher würde folgende Erklärung nicht gelten können: die Algebra oder

höhere Rechnungskunſt iſt diejenige Wiſſenſchaft, in welcher man die Begriffe von Zahlen und Größe durch einzelne lateiniſche Buchſtaben ausdrückt. Denn die Bezeichnung der Größen durch Buchſtaben iſt der Algebra nicht weſentlich, und wird daher auch häufig in der gemeinen Rechenkunſt gebraucht.

5) Eine Erklärung muß nicht auf mehr Dinge paſſen, als der Name der erklärten Sache, oder, wie man ſonſt zu ſagen pflegt, ſie muß nicht weiter ſeyn, als das Definitum, (ne ſit latior definito;) ſonſt würde dadurch leicht eine Verwirrung entſtehen. Dieſen Fehler würde alſo folgende Erklärung haben: Ein Komet iſt ein Stern, den man nicht zu jeder Zeit ſehen kann. Denn es gibt auch Planeten und Fixſterne, die man nicht zu jeder Zeit ſehen kann.

6) Eine Erklärung muß auch nicht weniger Dingen zukommen, als der Name der erklärten Sache, oder in der Sprache der Logiker zu reden, ſie muß nicht enger ſeyn, als das Definitum, (ne ſit anguſtior definito.) Wollte man daher einen Pedanten durch einen Schulmann definiren, der nicht zu leben weiß, und Kleinigkeiten aus ſeiner Wiſſenſchaft einen allzu großen Werth zuſchreibt; ſo würde man eine zu enge, und folglich unrichtige Erklärung gemacht haben, weil es auch Staatsmänner, Richter, Aerzte, Advocaten, und ſogar Hofleute gibt, denen man

den Namen Pedanten beylegt, und mit Recht beylegen kann.

7) Man muß im Erklären keinen Cirkel oder Wiederkehr machen, das heißt, man muß von einer Reihe Begriffe nicht die erſten durch die folgenden, und die folgenden wieder durch die erſten erklären; weil durch dergleichen Definitionen die Dunkelheit nicht gehoben würde. Was für Nutzen hätten wohl folgende Erklärungen? Ein Rubel iſt eine Rußiſche Silbermünze, die 10 Grieven gilt; eine Grieve eine Münze, die 10 Copeken beträgt, und ein Copeke eine kleine Münze, welche den 100ten Theil eines Rubels ausmacht.

§. 30.

Die jetzt angeführten Regeln gelten von den Definitionen überhaupt. Von den genetiſchen Erklärungen aber iſt noch insbeſondere folgendes zu merken. In einer genetiſchen Erklärung müſſen nicht nur die Dinge angegeben werden, die zur Möglichkeit oder Entſtehung einer Sache nothwendig ſind, ſondern man muß zugleich anzeigen, was und wie viel jedes davon zu der Sache ſelbſt beytrage. Folgende genetiſche Erklärung von dem Schießpulver, daß es eine Maſſe ſey, die aus zerriebenen Salpeter, Schwefel und Kohlen beſtehe, würde alſo wider dieſe Regel verſtoßen; weil darin nicht bemerkt iſt, wie viel von jeder Materie genommen werden ſoll, indem nicht durch jedes Verhältniß dieſer drey Dinge Schießpulver entſteht. Es müßte alſo, wenn ſie richtig ſeyn

ſollte, nothwendig hinzu geſetzt werden, daß man vom Salpeter ohngefehr 16, von den Kohlen 3, und von dem Schwefel nur 2 Theile zu nehmen habe.

§. 31.

Weil es unmöglich iſt, von allen Dingen vollkommne Erklärungen zu geben; ſo behilft man ſich bisweilen mit der Anführung einer Menge zufälliger Eigenſchaften, um dadurch andre wenigſtens in den Stand zu ſetzen, eine Sache zu gewiſſen Zeiten und bey gewiſſen Umſtänden von andern Dingen zu unterſcheiden. Dergleichen unvollkommne Erklärungen pflegt man Deſcriptionen oder Beſchreibungen zu nennen. Von dieſer Art ſind die ſogenannten Steckbriefe, in denen man entlaufene Perſonen kennbar zu machen ſucht, von denen der geübteſte Logiker keine eigentliche Definition würde geben können, weil zur genauen Kenntniß individueller Dinge auch nothwendig die Beſtimmung der Zeit und des Orts gehört, die beyde veränderlich ſind und daher nicht als Merkmale zu einer eigentlichen Definition gebraucht werden können.

Fünftes Kapitel.

Von den Eintheilungen.

§. 32.

Ein Satz, in welchem das Prädicat alle Species von dem Subjecte enthält, pflegt man eine Diviſion oder logiſche Eintheilung zu nennen, welchen Namen viele Schriftſteller auch dem bloßen Prädicate eines ſolchen Satzes geben. Das Beywort logiſch wird deswegen hinzugeſetzt, weil das Wort Eintheilung noch eine andere Bedeutung hat, und auch eine Zergliederung des Ganzen in ſeine Theile anzeigt, die man im Lateiniſchen Partitio nennt; von welcher aber jetzt nicht die Rede iſt. Die Eintheilung eines Satzes alſo in Subject, Prädicat und Copula, iſt eine Partition; hingegen die Eintheilung der Sätze in bejahende und verneinende, eine Diviſion.

§. 33.

Die Hauptidee, von welcher man eine Eintheilung angibt, wird das Totum diviſum, und die Begriffe, welche die Species derſelben anzeigen, die Theilungsglieder (membra dividentia) genannt. Der Umſtand, in Anſehung deſſen man die Eintheilung macht, der aber nicht allezeit beſonders ausge-

drückt wird, heißt das Fundamentum diviſionis. Z. B. in folgender Eintheilung: Die Triangel ſind entweder rechtwinklicht, oder ſtumpfwinklicht, oder ſpitzwinklicht, iſt Triangel das Totum diviſum; rechtwinklicht, ſtumpfwinklicht und ſpitzwinklicht, ſind die Membra dividentia, die Beſchaffenheit der Winkel aber das Fundamentum diviſionis. Man wird vielleicht auch ohne mein Erinnern ſchon einſehen, daß die Eintheilungen der Grund von den disjunctiviſchen Sätzen ſind, die §. 22. erklärt worden ſind.

§. 34.

Wird ein Theilungsglied aufs neue wieder eingetheilt, ſo nennt man eine ſolche neue Eintheilung eine Subdiviſion. Z. B. Wenn ich ſage: Inſecten ſind entweder geflügelt oder ungeflügelt, und die geflügelten Inſecten haben entweder zwey oder vier Flügel; ſo iſt die letzte Eintheilung der geflügelten Inſecten in Anſehung der erſten Eintheilung eine Subdiviſion. Wird aber einerley Sache in Anſehung verſchiedener Umſtände auf mehr als einerley Art eingetheilt, ſo heißen dieſe verſchiedenen Eintheilungen Condiviſiones. Z. B. Die Waſſerthiere haben entweder Füße, oder Floßfedern, oder keins von beyden; ferner ſind die Waſſerthiere entweder mit Schuppen, oder mit einer harten Schale, oder blos mit einer weichen Haut bekleidet. Hier iſt alſo einerley Sache auf zweyerley Art eingetheilt worden; woraus man zugleich ſehen kann, daß bey Condiviſionen zwar ein einziges Totum diviſum, aber verſchiedene Fundamenta diviſionis ſtatt haben.

§. 35.

Aus dem angeführten Begriff einer logiſchen Eintheilung werden ſich nunmehr die vornehmſten Eigenſchaften derſelben leicht herleiten laſſen.

1) Einem jeden Theilungsgliede muß die Definition und nicht blos der Name der eingetheilten Idee zukommen; denn ſonſt könnten die Theilungsglieder nicht Species von dieſer Idee ſeyn. Wenn alſo die Tugend von einigen Schriftſtellern in die wahre und Scheintugend eingetheilt wird, ſo kann man dieſes für keine eigentliche logiſche Diviſion halten; weil die Definition der Tugend denjenigen Handlungen, die man Scheintugenden zu nennen pflegt, nicht zukömmt.

2) Man muß kein Theilungsglied außen laſſen, wenn die Eintheilung vollſtändig und nützlich ſeyn ſoll. Wenn man alſo die Handlungen der Menſchen in ſolche, die Belohnungen, und in ſolche, die Strafe verdienen, eintheilen wollte; ſo würde dieſe Eintheilung nicht alle Arten derſelben enthalten, weil es Handlungen gibt, die weder eine Belohnung, noch eine Strafe verdienen.

3) Die Theilungsglieder müſſen nicht in einander enthalten ſeyn, ſondern einander ausſchließen. Z. B. man muß die Menſchen nicht eintheilen in reiche, vornehme, arme und geringe; denn ein Theil der Vornehmen iſt unter den Reichen, ein Theil derſelben unter den Armen,

und wiederum ein Theil der Reichen unter den Geringen u. ſ. f. enthalten.

4) Das Fundamentum diviſionis muß ein wichtiger Umſtand ſeyn, damit man nicht eine Menge unnützer Eintheilungen erhalte, die unſre Kenntniß ohne Noth weitläuftig machen würden. Was für einen Nutzen hätten wohl z. B. dieſe Diviſionen, wenn man die Gelehrten in Anſehung ihrer Geſichtsfarbe, oder in Anſehung ihrer Augen, oder in Anſehung ihrer Haare eintheilen wollte?

§. 36.

Mit der eigentlichen logiſchen Diviſion, von welcher jetzt die Rede geweſen iſt, muß man nicht die ſogenannte Diſtinction verwechſeln, welche von einigen Schriftſtellern auch unter dem Namen der Nominaldiviſion angeführt wird. Bey dieſer hat man nur die Abſicht, den Unterſchied zwiſchen ſolchen Begriffen, die leicht verwechſelt werden, oder die verſchiedene Bedeutungen eines Worts zu bemerken, aber nicht eben die Species von einem Begriffe anzugeben. Wenn ich z. B. ſage: **Welt** bedeutet bey den Philoſophen entweder den Inbegriff aller erſchaffnen Dinge, oder blos unſre Erdkugel, oder einen bewohnten Weltkörper überhaupt; ſo habe ich nicht die Abſicht, von einer Gattung die verſchiednen Arten anzuzeigen, ſondern nur die verſchiednen Begriffe anzugeben, welche man mit dem Wort Welt zu verbinden pflegt.

Sechſtes Kapitel.

Von den Schlüſſen.

§. 37.

Wenn wir Sätze mit einander vergleichen, und die Wahrheit des einen aus der Wahrheit eines oder einiger andern erkennen; ſo wird dieſe Wirkung unſers Verſtandes ein Schluß genannt (ratiocinium, ſyllogismus). Z. B. wenn wir einſehen, daß der Satz: der Diamant iſt der Zerſtörung unterworfen, aus den beyden Sätzen: jeder Körper iſt der Zerſtörung unterworfen, und der Diamant iſt ein Körper, ſich herleiten laſſe; ſo ſagen wir, daß wir den erſten aus den andern beyden ſchließen. Der Satz ſelbſt, den man aus andern herleitet, heißt die Concluſion oder der Schlußſatz, die übrigen aber, aus denen er folget, die Prämiſſen oder Vorderſätze; weil man ſie gemeiniglich zuerſt zu ſetzen pflegt. Das Prädicat der Concluſion wird der Terminus major oder das größere Hauptwort, und das Subject der Terminus minor oder das kleinere Hauptwort genannt; weil in den meiſten Fällen das Prädicat allgemeiner iſt, und alſo mehr Dingen beygelegt werden kann, als das Sub-

ject. So wird man in dem vorigen Beyſpiele finden, daß der Begriff, der Zerſtörung unterworfen, welcher das Prädicat des Schlußſatzes, und alſo der Terminus major iſt, von mehr Dingen geſagt werden kann, als der Begriff Diamant, welcher das Subject, und folglich der Terminus minor iſt.

§. 38.

In den Prämiſſen eines Schluſſes geſchieht eigentlich nichts weiter, als daß man das Subject und Prädicat der Concluſion mit einem gewiſſen dritten Begriffe vergleicht, um dadurch zu erkennen, ob ſich die beyden Begriffe der Concluſion mit einander verbinden laſſen, oder nicht. Dieſer dritte Begriff wird daher auch der Terminus medius oder der Mittelbegriff genannt. Daß der Begriff, der Zerſtörung unterworfen, dem Begriffe Diamant zukömmt, erkenne ich aus der Vergleichung dieſer beyden Begriffe mit dem Begriffe Körper, welcher alſo in dem vorigen Schluſſe der Terminus medius iſt. Derjenige Satz von den Prämiſſen, in welchem der Terminus major und der Terminus medius mit einander verglichen werden, heißt daher Propoſitio major, der Oberſatz, und der andere, worin die Vergleichung des Termini minoris mit dem Termino medio vorkömmt, Propoſitio minor, der Unterſatz. Der Satz: jeder Körper iſt der Zerſtörung unterworfen, macht daher in dem vorigen Beyſpiele den Oberſatz, und, der Diamant iſt ein Körper, den Unterſatz aus.

§. 39.

Wenn alle Sätze, die man bey einem Schluſſe denkt, wie in dem vorigen Beyſpiele, deutlich ausgedrückt werden; ſo heißt der Schluß eine förmliche Schlußrede oder ein ordentlicher Syllogismus. Wird aber einer von den nöthigen Sätzen ausgelaſſen; ſo nennt man einen ſolchen Schluß ein Enthymema, oder einen abgekürzten Schluß. Z. B. die größten Heiligen ſind Menſchen; alſo haben ſie ihre Schwachheiten und Fehler, iſt ein abgekürzter Vernunftſchluß, worin der Oberſatz: alle Menſchen haben ihre Schwachheiten und Fehler, nicht ausgedrückt worden iſt.

§. 40.

Die Stellung des Mittelbegriffs in Anſehung der übrigen beyden Begriffe nennt man die Figur eines Schluſſes. Iſt der Mittelbegriff das Subject in dem Oberſatze, und das Prädicat in dem Unterſatze, ſo heißt dieſe Stellung die erſte Figur; iſt er in beyden Prämiſſen das Prädicat, ſo wird dieſe Figur die zweyte; iſt er beydesmal das Subject, die dritte; und iſt er das Prädicat im Oberſatze, und das Subject in dem Unterſatze, die vierte Figur genannt. Z. B.

Erſte Figur.

Alle Wiſſenſchaften, welche den Verſtand ſchärfen, ſind jedem Studirenden nützlich.

Die Mathematik iſt eine Wiſſenſchaft, welche den Verſtand ſchärfet.

Folglich iſt die Mathematik einem jeden Studirenden nützlich.

Zweyte Figur.

Alle wahre Chriſten ſind freygebig gegen die Nothleidenden.

Ein Geiziger iſt nicht freygebig gegen die Nothleidenden.

Folglich iſt ein Geiziger kein wahrer Chriſt.

Dritte Figur.

Alle Körper ſind ſchwer.

Einige Körper ſind unſichtbar.

Folglich ſind einige unſichtbare Dinge ſchwer.

Vierte Figur.

Einige berühmte Männer ſind laſterhaft.

Jeder Laſterhafter iſt ein verachtungswürdiger Menſch.

Folglich ſind einige verachtungswürdige Menſchen berühmte Männer.

§. 41.

Weil die Schlüſſe der vierten Figur in dieſer Geſtalt, da nach der Analogie der übrigen Figuren der Terminus minor das Subject, und der Terminus major das Prädicat der Concluſion ſeyn muß, ſehr gezwungen ſind; ſo haben einige neuere Philoſophen bey dieſer Figur eine Aenderung vorgenommen, und, wider die Analogie der übrigen Figuren, den Terminum majorem zum Subjecte der Concluſion gemacht. Nach dieſer Einrichtung würde man alſo aus den beyden Prämiſſen des vorhergehenden Beyſpiels folgendergeſtalt ſchließen.

Einige berühmte Männer ſind laſterhaft.

Jeder Laſterhafter iſt ein verachtungswürdiger Menſch.

Folglich ſind einige berühmte Männer verachtungswürdige Menſchen.

Man wird aber überhaupt aus den angeführten Beyſpielen ſchon von ſelbſt einſehen, daß die erſte Figur die natürlichſte Art zu ſchließen iſt. Ich will mich daher in der gegenwärtigen Abhandlung bey den übrigen Figuren nicht aufhalten, zumal da die meiſten neuern Schriftſteller dieſelben zu übergehen pflegen, und da ſich auch alle Schlüſſe der zweyten, dritten und vierten Figur in Schlüſſe der erſten Figur leicht verwandeln laſſen.

§. 42.

Wenn wir die Urſache unterſuchen, warum wir einen Satz wegen der Wahrheit gewiſſer andrer Sätze einräumen; ſo werden wir finden, daß dieſes eigentlich von dem Verhältniß der darin enthaltenen Ideen herrührt. Die Sätze ſelbſt, woraus ein Schluß beſteht, nennt man die Materie deſſelben, und die Art und Weiſe, wie ſie mit einander verbunden werden, ſeine Form. Die Unterſuchung der Materie eines Schluſſes gehört alſo in diejenige Wiſſenſchaft, von denen die Sätze ſelbſt Theile ſind. Die Logik beſchäftiget ſich blos mit ſeiner Form, und von dieſer ſoll jetzt das nöthigſte geſagt werden.

§. 43.

Alle Schlüſſe der erſten Figur gründen ſich auf folgende, auch bey andern Schlußarten brauchbare

Sätze, von denen niemand einen Beweis verlangen wird, der die darin enthaltenen Wörter verſteht. Man nennt den erſten von dieſen Sätzen gemeiniglich in den philoſophiſchen Schulen das Dictum de omni und den zweyten das Dictum de nullo.

Was von einer ganzen Gattung bejaht wird, das muß auch von jeder Art und von jedem einzelnen Dinge welches unter dieſe Gattung gehört, bejahet werden.

Was von einer ganzen Gattung verneint wird, das muß auch von jeder Art und von jedem einzelnen Dinge, welches unter dieſe Gattung gehört, verneint werden.

Welchem Dinge die Definition zukömmt, dem muß auch das Definitum oder der Name der erklärten Sache zukommen.

Welchem Dinge die Definition nicht zukömmt, dem kann auch das Definitum oder der Name der erklärten Sache nicht zukommen.

§. 44.

Aus den jetzt angeführten Grundſätzen und aus dem Begriffe einer ordentlichen Schlußrede werden ſich nunmehr die dabey zu beobachtenden Regeln leicht herleiten laſſen, wovon die vornehmſten folgende ſind, die vorzüglich die erſte Figur betreffen.

1. In einem Syllogismus finden nicht mehr als drey Hauptbegriffe oder Termini Statt.

Denn in jedem Satze giebt es nur zwey Hauptbegriffe, wenn man die Copula nicht mitrechnet. Da nun

ein Syllogismus nicht mehr, als drey Sätze hat, und in dieſen drey Sätzen jeder Begriff zweymal vorkömmt; weil in dem Oberſatze der Terminus major, und der Terminus medius, im Unterſatze der Terminus minor, und der Terminus medius, in der Concluſion aber der Terminus major und minor mit einander verglichen werden müſſen; ſo iſt klar, daß ein Syllogismus nicht mehr und nicht weniger, als drey Hauptbegriffe, enthalten kann. Es iſt daher zu der Richtigkeit eines Schluſſes noch nicht hinlänglich, daß nur dreyerley Namen der Begriffe darin vorkommen, ſondern die Wörter müſſen auch in allen drey Sätzen genau einerley Bedeutung haben. Folgender Schluß würde alſo falſch ſeyn, und vier Terminos haben, ungeachtet nur drey Hauptwörter darin zu ſeyn ſcheinen.

Alles, was ſchwer iſt, hat ein Beſtreben gegen den Mittelpunkt der Erde.

Jeder Anfang iſt ſchwer.

Folglich hat jeder Anfang ein Beſtreben gegen den Mittelpunkt der Erde.

Der Fehler ſteckt hier in dem Worte ſchwer, welches im Oberſatze eine andere Bedeutung hat, als im Unterſatze.

2. Der Oberſatz in der erſten Figur muß allezeit ein allgemeiner Satz ſeyn.

Denn wollte man einen beſondern Satz dazu gebrauchen, ſo müßte man ſchließen können: was von etlichen Arten des Subjects gilt, das gilt auch

von allen Arten und einzelnen Dingen, die unter das Subject gehören; welches offenbar ungereimt wäre. Welcher Ungeübte würde nicht die Unrichtigkeit der folgenden Schlußrede einſehen?

Viele Soldaten ſind liederlich.
Cajus iſt ein Soldat.
Folglich iſt Cajus liederlich.

3. Der Unterſatz in der erſten Figur muß allemal ein bejahender Satz ſeyn.

Denn der Unterſatz in einem ſolchen Schluſſe, wie man aus dem vorhergehenden leicht ſehen kann, ſagt eigentlich dieſes: das Subject der Concluſion iſt in dem Subjecte des Oberſatzes enthalten, welches man ſubſumiren zu nennen pflegt; woraus hernach geſchloſſen wird, daß man von dem Subjecte der Concluſion eben das bejahen oder verneinen müſſe, was von dem Subjecte des Oberſatzes bejaht oder verneint wird. Wäre nun der Unterſatz nicht bejahend; ſo würde man ja alsdann das Gegentheil ſagen, nämlich, das Subject der Concluſion wäre nicht in dem Subjecte des Oberſatzes enthalten; und wie könnte man in dieſem Falle ſchließen, daß man von dem Subjecte der Concluſion eben das behaupten müſſe, was von dem Subjecte des Oberſatzes geſagt wird? Das würde einen ſolchen Schluß geben, wie der folgende iſt:

Alle Fiſche ſind Thiere.
Ein Löwe iſt kein Fiſch.
Folglich iſt ein Löwe kein Thier.

Man verwirre aber nicht verneinende Sätze mit ſolchen, wo eine Verneinung im Subject oder Prädicat vorkömmt, die man infinit zu nennen pflegt, und die dennoch bejahend ſeyn können, weil in einem eigentlich verneinenden Satze das Zeichen der Verneinung zur Copula gehören muß (§. 15). Folgender Schluß wäre alſo nicht unrichtig:

Was nicht aus Theilen zuſammen g/ſetzt iſt, das kann durch keine endliche Macht vernichtet werden.

Die Seele des Menſchen iſt nicht aus Theilen zuſammen geſetzt.

Folglich kann die Seele des Menſchen durch keine endliche Macht vernichtet werden.

Denn der Unterſatz bejahet wirklich etwas, indem er ſagt, die Seele des Menſchen gehöre unter die Dinge, die nicht aus Theilen zuſammen geſetzt ſind.

4. Die Concluſion richtet ſich in Anſehung der Qualität nach dem Oberſatze, und in Anſehung der Quantität nach dem Unterſatze. Das heißt: wenn der Oberſatz bejaht, ſo muß auch die Concluſion bejahen; iſt jener aber verneinend, ſo muß auch die Concluſion verneinend werden. Iſt der Unterſatz ein beſondrer Satz, ſo muß es auch die Concluſion ſeyn; iſt er aber allgemein, ſo muß auch der Schlußſatz allgemein werden. Z. B.

Kein Laſterhafter verdient Hochachtung.

Einige große Philoſophen ſind laſterhaft.

Folglich verdienen einige große Philoſophen keine Hochachtung.

In dieſem Schluſſe iſt die Concluſion ein beſondrer Satz, weil es auch der Unterſatz iſt, und verneinend, weil der Oberſatz eine Verneinung enthält.

§. 45.

Weil alſo die Concluſion durch die Prämiſſen beſtimmt wird, und der Oberſatz nur ein allgemein bejahender oder allgemein verneinender; der Unterſatz hingegen nur ein allgemein oder particular bejahender, aber niemals ein verneinender Satz seyn kann; ſo iſt klar, daß es in der erſten Figur, in Anſehung der Qualität und Quantität der Sätze, nicht mehr als vier Arten und ſogenannte Modos giebt. Man zeigt dieſe Modos in der Logik durch die Wörter bArbArA, cElArEnt, dArII, fErIO an; wo die Vocale diejenige Bedeutung haben, die ſchon oben in dem dritten Capitel von den Sätzen (§. 17.) erklärt worden iſt. Nemlich durch das Wort bArbArA, worin der Vocal A dreymal vorkömmt, wird ein ſolcher Schluß angedeutet, in welchem alle drey Sätze allgemein und bejahend ſind. Z. B.

Alle Menſchen ſind der Gefahr zu irren ausgeſetzt.

Alle Philoſophen ſind Menſchen.

Folglich ſind alle Philoſophen der Gefahr zu irren ausgeſetzt.

Oder:

Alle Planeten erhalten ihr Licht von der Sonne.

Der Saturn iſt ein Planet.

Folglich erhält der Saturn ſein Licht von der Sonne.

Der Unterſatz und die Concluſion ſind zwar in dem letzten Schluſſe Individual-Sätze; allein ſie werden den allgemeinen gleich geachtet, und daher mit eben denſelben Buchſtaben bezeichnet. (§. 18.)

Das Wort cElArEnt zeigt den Modum an, wo der Oberſatz und die Concluſion allgemein verneinend, der Unterſatz aber allgemein bejahend iſt. Z. B.

Kein Unzufriedner iſt wahrhaft glücklich.

Alle Geizige ſind unzufrieden.

Folglich iſt kein Geiziger wahrhaft glücklich.

Ein Syllogismus in dArII hat einen allgemein bejahenden Oberſatz, einen beſonders bejahenden Unterſatz, und eine beſonders bejahende Concluſion. Z. B.

Alle rechtſchaffene Männer verdienen Hochachtung.

Einige Juden ſind rechtſchaffene Männer.

Folglich verdienen einige Juden Hochachtung.

Zu fErIO iſt ein allgemein verneinender Oberſatz, ein beſonders bejahender Unterſatz, und eine beſonders verneinende Concluſion. Z. B.

Kein Hochmüthiger iſt ein guter Geſellſchafter.

Einige Gelehrte ſind hochmüthig.

Folglich ſind einige Gelehrte keine gute Geſellſchafter.

§. 46.

Wenn man Schlüſſe der übrigen Figuren in die erſte Figur verwandeln will, ſo darf man nur den Mittelbegriff ſuchen, welches derjenige iſt, der in den Prämiſſen zweymal vorkömmt. (§. 38.) Macht man nun den gefundenen Mittelbegriff zum Subjecte eines Satzes, und behält man das Prädicat der Concluſion, ſo hat man den Oberſatz. Das Subject der Concluſion und der Mittelbegriff, als Prädicat, giebt den Unterſatz, und ſo iſt die ganze Verwandlung geſchehen. Z. B. es ſey folgender Schluß der zweyten Figur zur Verwandlung in die erſte Figur gegeben.

Kein Fixſtern iſt ein dunkler Körper.

Die Venus iſt ein dunkler Körper.

Folglich iſt die Venus kein Fixſtern.

Hier kömmt in den Prämiſſen dunkler Körper zweymal vor; dieſes iſt alſo der Mittelbegriff, und muß das Subject des Oberſatzes werden. Wenn ich nun hiezu das Prädicat der Concluſion Fixſtern ſetze, ſo erhalte ich den Oberſatz ſelbſt.

Kein dunkler Körper iſt ein Fixſtern.

Der Unterſatz kann hier bleiben, weil er ſchon den kleinern Hauptbegriff oder das Subject der Concluſion und den Mittelbegriff in der gehörigen Ordnung enthält. Der ganze Schluß würde nunmehr alſo klingen, und nothwendig zur erſten Figur gehören.

Kein dunkler Körper iſt ein Fixſtern.

Die Venus iſt ein dunkler Körper.

Folglich iſt die Venus kein Fixſtern.

Gehört ein Schluß zur vierten Figur nach der oben (§. 41.) angeführten Form, ſo braucht man nur die Vorderſätze zu verwechſeln, um einen Schluß der erſten Figur zu erhalten. Der oben angeführte Schluß:

Einige berühmte Männer ſind laſterhaft.

Jeder Laſterhafte iſt ein verachtungswürdiger Menſch.

Folglich ſind einige berühmte Männer verachtungswürdige Menſchen;

würde alſo nach ſeiner Verwandlung in die erſte Figur folgendergeſtalt lauten:

Jeder Laſterhafte iſt ein verachtungswürdiger Menſch.

Einige berühmte Männer ſind laſterhaft.

Folglich ſind einige berühmte Männer verachtungswürdige Menſchen.

§. 47.

Außer der jetzt erklärten Gattung von Schlüſſen, welche die allergewöhnlichſte iſt, findet man noch viele andre Arten in den Schriften der Philoſophen, unter denen die hypotheriſchen und disjunctiviſchen Schlüſſe, welche ihre Namen von den Oberſätzen erhalten haben, zuerſt angeführt zu werden verdienen, weil ſie nicht nur häufig vorkommen, ſondern auch in der That wegen ihrer Deutlichkeit in Unterſuchung und Beurtheilung der Wahrheit ſehr gut zu gebrauchen ſind.

In einem hypotheriſchen oder bedingten Schluſſe wird aus einem hypothetiſchen Satze entweder von der Wahrheit des Vordergliedes auf die Wahrheit des Hintergliedes, oder von der Falſchheit des Hintergliedes auf die Falſchheit des Vordergliedes geſchloſſen. Die erſte Art zu ſchließen heißt Modus ponens; die andere aber Modus tollens. Z. B.

Modus ponens.

Wenn nichts ohne Urſach entſtehet; ſo müſſen die zufälligen Dinge einen Schöpfer haben.

Nun iſt das erſte wahr, daß nichts ohne Urſache entſteht.

Folglich auch das letzte, daß nämlich die zufälligen Dinge einen Schöpfer haben müſſen.

Modus tollens.

Wenn die Welt keinen Schöpfer haben ſollte; ſo müßte Etwas ohne Urſache entſtanden ſeyn.

Nun iſt aber das letzte falſch, daß nämlich Etwas ohne Urſache entſtehen könnte.

Folglich iſt auch das erſte falſch, daß die Welt keinen Schöpfer haben ſollte.

§. 48.

Daß aber außer dieſen beyden Arten in hypothetiſchen Schlüſſen keine andre möglich ſey, und daß man nicht von der Falſchheit des Vordergliedes auf die Falſchheit des Hintergliedes, oder von der Wahrheit des Hintergliedes auf die Wahrheit des Vordergliedes ſchließen könne, wird man leicht einſehen, wenn man nur Folgendes in Erwägung zieht. Weil das Hinterglied, wenn der hypothetiſche Satz richtig iſt, nothwendig aus dem Vordergliede fließt; ſo iſt klar, daß man das Hinterglied einräumen muß, ſo bald man das Vorderglied zugiebt, und dieſes iſt der Grund, warum man von der Wahrheit des Vordergliedes auf die Wahrheit des Hintergliedes ſchließen kann. Wenn aber gleich das Vorderglied falſch iſt, ſo kann doch das Hinterglied wahr ſeyn; weil es möglich iſt, daß ſich daſſelbe aus einem andern Satze herleiten läßt. Man kann daher von der Falſchheit des Vordergliedes keinen Schluß auf die Falſchheit des Hintergliedes machen. Z. B. in dem Satze: Wenn die Planeten eine Seele haben, ſo müſſen ſie ſich bewegen, iſt das Vorderglied of-

fenbar falſch, das Hinterglied aber vollkommen richtig. Ich würde daher ſehr irren, wenn ich ſchließen wollte: Nun iſt es falſch, daß die Planeten Seelen haben; folglich iſt es auch falſch, daß ſie ſich bewegen. Weil alſo ein wahrer Satz aus einem falſchen fließen kann, ſo folgt, daß der Schluß von der Wahrheit des Hintergliedes auf die Wahrheit des Vordergliedes nicht gelten könne. Wer würde wohl folgenden Schluß für richtig halten?

Wenn es wahr iſt, daß die Seelen der Verſtorbenen ihren Verwandten wieder erſcheinen, und ihnen Nachricht von der Beſchaffenheit der unſichtbaren Welt geben; ſo müſſen ſie auch nach der Trennung von ihren Körpern noch leben.

Nun iſt das letzte wahr, daß die Seelen nach der Trennung von ihren Körpern noch leben.

Folglich muß das erſte auch wahr ſeyn, daß die Seelen der Verſtorbenen ihren Verwandten wieder erſcheinen, und ihnen Nachricht von der Beſchaffenheit der unſichtbaren Welt geben.

Hingegen da aus einem wahren Satze kein falſcher folgen kann, und alſo jeder Satz, aus welchem ein falſcher fließt, ſelbſt unwahr ſeyn muß; ſo iſt klar, daß man mit Recht von der Falſchheit des Hintergliedes auf die Falſchheit des Vordergliedes ſchließen könne.

§. 49.

Disjunctiviſche Schlüſſe nennet man diejenigen, in welchen der Hauptſatz disjunctiviſch iſt, und folglich eine Eintheilung enthält. Man ſchließt alsdann entweder von der Setzung des einen Gliedes auf die Verneinung aller übrigen; oder von der Verneinung des einen auf die Setzung eines der übrigen; oder von der Verneinung aller Glieder, ausgenommen eins, auf die Setzung dieſes letztern. Enthält der disjunctiviſche Satz nur zwey Glieder; ſo ſind auch nur die beyden Fälle möglich, von der Wahrheit des einen auf die Falſchheit des andern, oder von der Falſchheit des einen Gliedes auf die Wahrheit des andern zu ſchließen. Z. B.

Der Mond leuchtet entweder mit eignem, oder mit fremden Lichte.

Nun iſt es erwieſen, daß er nicht mit eignem Lichte leuchten könne.

Folglich muß er mit fremden Lichte leuchten.

Oder:

Nun lehret die Erfahrung, daß er mit fremden Lichte leuchtet.

Folglich läßt ſich nicht behaupten, daß er mit eignem Lichte leuchten könne.

Ferner:

Der von Olbers in Bremen entdeckte Stern iſt entweder ein Fixſtern, oder ein Komet, oder ein Planet.

Nun lehren die aſtronomiſchen Beobachtungen, daß er weder die Eigenſchaften eines Fixſterns, noch eines Kometen hat.

Folglich muß er ein Planet ſeyn.

Oder:

Nun laſſen uns die Beobachtungen nicht behaupten, daß er ein Fixſtern ſey.

Folglich muß er entweder ein Komet, oder ein Planet ſeyn.

Oder:

Nun lehren die aſtronomiſchen Beobachtungen, daß er die Eigenſchaften eines Planeten hat.

Folglich kann dieſer Stern weder ein Fixſtern, noch ein Komet ſeyn.

Die Hauptſache bey dergleichen Schlüſſen kommt auf die Richtigkeit der Eintheilung in dem Prädicate des disjunctiviſchen Satzes an. Denn wofern ein Theilungsglied auſſen gelaſſen worden iſt, ſo kann leicht ein falſcher Schluß entſtehen; dergleichen folgender ſeyn würde:

Das Spatzierengehen verdient entweder eine Belohnung, oder eine Strafe.

Nun kann man nicht ſagen, daß es eine Belohnung verdiene.

Folglich verdient das Spatzierengehen eine Strafe.

Der Fehler bey dieſem Schluſſe beſteht blos darin, daß ein Theilungsglied in dem erſten Satze mangelt. Denn eigentlich ſollte er alſo abgefaßt ſeyn:

> Das Spatzierengehen verdient entweder eine Belohnung, oder eine Strafe, oder keins von beyden.

§. 50.

Wenn das Hinterglied eines hypothetiſchen Satzes disjunctiviſch iſt, und von der Verneinung aller Theile, d. i. des ganzen Hintergliedes auf die Verneinung des Vordergliedes geſchloſſen wird; ſo nennt man einen ſolchen Schluß ein Dilemma oder einen gehörnten Schluß, (Syllogismus cornutus). Z. B.

> Wenn man behaupten wollte, daß die menſchliche Seele ſterblich wäre; ſo müßte man zeigen, daß ſie Gott entweder nicht erhalten wolle, oder nicht erhalten könne.
>
> Nun läßt ſich nicht beweiſen, daß Gott die menſchliche Seele nicht erhalten wolle, noch viel weniger, daß er ſie nicht erhalten könne.
>
> Folglich läßt ſich auch nicht behaupten, daß die menſchliche Seele ſterblich ſey.

Man wird leicht einſehen, daß auch hier das vornehmſte auf die Vollſtändigkeit der Eintheilung im Oberſatze ankommt, ohne welche kein ſolcher Schluß

richtig ſeyn kann. Denn eigentlich urtheilt man bey dieſer Schlußart nach folgendem Grundſatze, deſſen Wahrheit Niemand in Zweifel ziehen wird: Wenn alle Species verneinet werden, ſo wird auch das Genus verneinet; und wenn man etwas von allen einzelnen Dingen verneinet, ſo muß dieſes auch von der ganzen Art, worunter dieſe einzelne Dinge gehören, verneinet werden. Fehlt alſo ein Glied, ſo bezieht ſich die Verneinung nicht auf alle Arten oder auf alle einzelne Dinge, und folglich kann man auch in dieſem Falle den jetzt angeführten Grundſatz nicht anwenden.

§. 51.

Wenn man ein Prädicat einer Gattung beylegt, weil es von allen Arten gilt, oder wenn man es einer Art zuſchreibt, weil es ſich von allen einzelnen Dingen, die unter dieſer Art enthalten ſind, behaupten läßt; ſo nennt man einen ſolchen Schluß eine Induction, wobey weiter nichts zu merken iſt, als daß man im erſten Falle keine Species derjenigen Gattung, wovon die Rede iſt, und im andern Falle kein Individuum, das zu der Art gehöret, auſſenlaſſen muß. Wenn ich alſo durch eine Induction zeigen wollte, daß die Planeten dunkle Körper wären; ſo müßte ich zeigen, daß ein jedes Individuum, das man mit dieſem Namen belegt, nämlich ſowohl Mercurius, als auch Venus, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Ceres, Pallas, Juno, Veſta und die Nebenplaneten kein eignes Licht haben.

§. 52.

Man pflegt bisweilen eine ganze Reihe von Schlüſſen dergeſtalt mit einander zu verbinden, daß man immer die Concluſion des vorhergehenden Schluſſes wegläßt, und ſie doch ſtillſchweigend zu einem Vorderſatze des folgenden Schluſſes macht. Hieraus entſtehen die ſogenannten Sorites oder Kettenſchlüſſe, von denen es zweyerley Arten giebt. Die eine Art, nämlich der gemeine Sorites, beſteht aus einer Reihe von Sätzen, in welchen allemal das Prädicat des vorhergehenden zum Subjecte des folgenden Satzes gebraucht wird. Z. B.

Wer unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der ſchwächt ſeinen Magen.

Wer ſeinen Magen ſchwächt, der verderbt ſeine Geſundheit.

Wer ſeine Geſundheit verderbt, der macht ſich untüchtig zu ſeinen Berufsarbeiten, und verkürzt ſein Leben.

Wer ſich untüchtig zu ſeinen Berufsarbeiten macht, und ſein Leben verkürzt, der handelt wider die göttlichen Geſetze.

Folglich wer unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der handelt wider die göttlichen Geſetze.

Bey der andern Art, welche man den Goklenianiſchen Sorites zu nennen pflegt, wird das

Subject des vorhergehenden Satzes allemal zum Prädicat des folgenden gemacht. Z. B.

Alles, was ſich in Theile auflöſen läßt, kann zerſtört werden.

Alles, was wirklich zuſammengeſetzt iſt, läßt ſich in Theile auflöſen.

Jeder Körper iſt wirklich zuſammengeſetzt.

Alle Edelgeſteine ſind Körper.

Folglich können alle Edelgeſteine zerſtört werden.

Wer das vorhergehende verſtanden hat, wird von ſelbſt leicht einſehen, wie man aus einem ſolchen Kettenſchluſſe einfache Schlüſſe der erſten Figur machen könne. Z. B. aus dem erſten Sorites könnte man folgende drey ſyllogiſtiſche Schlüſſe machen.

1) Wer ſeinen Magen ſchwächt, der zerſtört ſeine Geſundheit.

Wer unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der ſchwächt ſeinen Magen.

Wer alſo unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der zerſtört ſeine Geſundheit.

2) Wer ſeine Geſundheit zerſtört, der macht ſich untüchtig zu ſeinen Berufsarbeiten und verkürzt ſein Leben.

Wer unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der zerſtört ſeine Geſundheit.

Wer alſo unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der macht ſich untüchtig zu ſeinen Berufsarbeiten und verkürzt ſein Leben.

3) Wer ſich untüchtig zu ſeinen Berufsarbeiten macht und ſein Leben verkürzt, der handelt wider die göttlichen Geſetze.

Wer unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der macht ſich untüchtig zu ſeinen Berufsarbeiten und verkürzt ſein Leben.

Wer alſo unmäßig im Eſſen und Trinken iſt, der handelt wider die göttlichen Geſetze.

§. 53.

Mit dieſer richtigen Art zu ſchließen muß man aber nicht eine andre betrügeriſche Schlußart verwechſeln, die bey den alten Schriftſtellern ebenfalls unter der urſprünglich griechiſchen Benennung Sorites vorkommt, und von den lateiniſchen Schriftſtellern auch acervus oder acervalis argumentatio genannt wird. Dieſe ſophiſtiſche Schlußart beſteht darin, daß man aus einem wahren Satze einen offenbar falſchen dadurch herleitet, daß man immer etwas weniges hinzuſetzt oder wegnimmt.

Die Urſache von der griechiſchen und lateiniſchen Benennung erhellt aus dem gewöhnlichen Beyſpiele, deſſen man ſich hierbey gemeiniglich zu bedienen pflegt, und das folgendergeſtalt lautet: Machen tauſend Körner einen Haufen aus? Bleibt es nicht ein Haufen, wenn man ein Körnchen wegnimmt? u. ſ. w. Woraus man endlich die Folge zieht, daß auch ein einziges Körnchen einen Haufen ausmachen müſſe.

Siebentes Kapitel.

Von den Beweiſen.

§. 54.

Beweiſen iſt nichts anders, als den Zuſammenhang eines Satzes mit andern wahren Sätzen zeigen. Dieſes kann nun bisweilen durch einen einzigen Schluß geſchehen; bisweilen aber wird hierzu eine ganze Reihe von Schlüſſen erfordert. Iſt der Beweis ſo beſchaffen, daß ſich das Gegentheil von dem erwieſenen Satze nicht mehr denken läßt; ſo wird er apodiktiſch oder eine Demonſtration genannt; dergleichen vorzüglich die Beweiſe in der Mathematik ſind.

§. 55.

Beweiſet man aus bloßen Erklärungen und allgemeinen Begriffen, ohne die Erfahrung zu Hülfe zu nehmen; ſo beweiſet man, nach der Sprache der Logik, a priori. Bedient man ſich hingegen ſolcher Sätze, die nur aus der Erfahrung bekannt

ſind, ſo beweiſet man a poſteriori. Z. B. Wenn ich die Weisheit Gottes aus der bloßen Erklärung, daß Gott dasjenige Weſen ſey, welches alle mögliche Vollkommenheiten beſitzet, herleite; ſo beweiſe ich die Weisheit Gottes a priori. Zeige ich aber dieſelbe aus der vortreflichſten Ordnung und Einrichtung des Weltgebäudes, die ich nur durch die Erfahrung erkennen kann; ſo beweiſe ich ſie a poſteriori.

§. 56.

Man pflegt auch die Beweiſe in directe und indirecte einzutheilen. Directe nennt man diejenigen, in welchen der Satz ſelbſt unmittelbar aus andern wahren Sätzen hergeleitet wird. Von dieſer Art waren die vorhin angeführten Beyſpiele. Indirecte oder apagogiſche Beweiſe aber, die man ſonſt auch Deductiones ad abſurdum nennet, ſind ſolche, in welchen die Falſchheit des Gegentheils von dem zu erweiſenden Satze gezeigt wird. Nämlich man nimmt unterdeſſen das Gegentheil als wahr an, und ſchließt daraus ſo lange fort, bis man auf einen Satz kömmt, der offenbar falſch iſt. Folgt nun aus dem Gegentheil etwas Falſches, ſo muß auch das Gegentheil ſelbſt falſch, und folglich der zu erweiſende Satz nothwendig wahr ſeyn. Z. B. Wenn der Satz: die Seelen der Menſchen ſind frey, erwieſen werden ſollte; ſo könnte dieſes indirecte folgendergeſtalt geſchehen: Wir wollen unterdeſſen den entgegengeſetzten Satz, nämlich: Die Seelen der Menſchen ſind nicht frey, als wahr annehmen; ſo wird hieraus folgen, daß die Hand-

lungen der menſchlichen Seele eben ſo nothwendig, als die Bewegungen einer Maſchine ſind. Man kann ihr alſo eben ſo wenig, als einer Maſchine, die guten oder böſen Handlungen zurechnen. Folglich giebt es auch keine eigentliche Tugend und keine Laſter. Da nun dieſer letzte Satz offenbar falſch iſt; ſo muß es auch derjenige ſeyn, aus welchem er hergeleitet worden iſt. Wenn aber der Satz: Die Seelen der Menſchen ſind nicht frey, falſch iſt; ſo muß nothwendig das Gegentheil, nemlich der Satz: die Seelen der Menſchen ſind frey, wahr ſeyn.

§. 57.

Da aus dem vorhergehenden klar iſt, daß ein jeder Beweis aus Schlüſſen beſtehet, die aber gemeiniglich abgekürzt, und als Enthymemata vorgetragen werden; ſo wird es nicht nöthig ſeyn, eine Menge Regeln herzuſetzen, die bey den Beweiſen zu beobachten ſind, indem es vorzüglich darauf ankömmt, daß man diejenigen Regeln genau befolget, die in dem vorhergehenden Kapitel von den Schlüſſen erklärt worden ſind. Folgende Erinnerungen werden unterdeſſen für einen Anfänger nicht überflüſſig ſeyn.

§. 58.

Erſtlich, wenn man einen Satz beweiſen will, ſo muß man genau erwägen, was eigentlich der Umſtand oder der Punct ſey, der erwieſen werden ſoll, damit man nicht Etwas erweiſe, wovon gar

nicht die Rede iſt; welcher Fehler ſehr häufig im Diſputiren und in den öffentlichen Streitſchriften bemerkt werden kann. Er wird von den Logikern die Veränderung der Streitfrage, oder *ignoratio elenchi* genannt. Z. B. Wenn ich die Unſterblichkeit der Seele, nach dem Beyſpiele einiger Schriftſteller, daraus beweiſen wollte, weil ſie einfach iſt, und folglich nicht in Theile, wie der Körper aufgelöſt werden kann; ſo würde ich dieſen Fehler begehen. Denn es iſt nicht davon die Rede, ob die Seele nach dem Tode noch fortdauert, ſondern, ob ſie auch alsdenn noch lebet, d. h. ob ſie noch denkt, und ſich ihrer bewußt iſt; denn das will das Wort Unſterblichkeit eigentlich ſagen, welche man mit der Unverweslichkeit, die aus der Einfachheit der Seele folgt, nicht verwirren muß.

§. 59.

Ferner muß man zu den Prämiſſen derjenigen Schlüſſe, aus denen man ſeinen Beweis zuſammenſetzen will, keine andere Sätze nehmen, als ſolche, die entweder unmittelbar klar, oder vorher ſchon richtig erwieſen worden ſind; weil man ſich ſonſt keine richtige Concluſion verſprechen kann. Derjenige Fehler, da man Sätze, die man erſt erweiſen ſollte, als Beweisgründe ſchon annimmt, wird Petitio principii genannt; dergleichen man begehen würde, wenn man in einem Streite mit einem Freygeiſte, den Satz, daß die Bibel Gottes Wort ſey, aus einem bibliſchen Spruch erweiſen wollte.

§. 60.

Beweiſet man einen Satz aus einem andern, und den andern wieder aus dem erſten, ſo wird dieſes ein Cirkel im Beweiſen (orbis in demonſtrando) genannt; der alſo eine Art von dem vorigen Fehler iſt. Z. B. wenn man bewieſe, daß die Thiere keine Sprache lernen könnten, weil ſie keine Vernunft hätten, und hernach in der Folge den Satz, daß ſie keine Vernunft hätten, wieder daraus ſchlöſſe, weil ſie keine Sprache lernen könnten, ſo würde dieſer Beweis ein offenbarer Cirkel ſeyn.

Achtes Kapitel.

Von der Wahrheit.

§. 61.

Die Hauptabſicht, die wir durch das Studium der Logik zu erhalten ſuchen, iſt die Erkenntniß der Wahrheit, ſo weit uns dieſelbe in dem unvollkommnen Zuſtande des gegenwärtigen Lebens möglich iſt. Es wird alſo nichts überflüſſiges ſeyn, wenn ich nunmehr eine kurze Betrachtung über die Natur und über die Kennzeichen der Wahrheit anſtelle. Durch das Wort Wahrheit verſteht man in der Logik nichts anders, als die Uebereinſtimmung unſerer Gedanken mit den Dingen ſelbſt, die durch unſre Gedanken abgebildet werden. In den übrigen Theilen der Philoſophie aber hat das Wort Wahrheit noch eine andre Bedeutung. In der Metaphyſik bedeutet es bisweilen ſo viel, als die Wirklichkeit der Sache ſelbſt, die gedacht wird; und in der Moral zeigt es die Uebereinſtimmung unſrer Gedanken mit unſern Worten oder andern Zeichen an, wodurch wir unſre Gedanken zu erkennen geben. Daher man ſich auch der Beywörter logiſch, metaphyſiſch und moraliſch zu bedienen pflegt, um den Unterſchied dieſer Bedeutung anzuzeigen.

Der logiſchen Wahrheit iſt der Irrthum entgegengeſetzt, welcher alſo in dem Mangel der Uebereinſtimmung unſrer Gedanken mit den gedachten Dingen beſtehet.

§. 62.

Nicht Jedermann räumt ein, daß es wirklich eine Wahrheit in der logikaliſchen Bedeutung dieſes Worts giebt. Ich will mich aber in keine Unterſuchung dieſer Meinung einlaſſen, weil ich ſonſt nothwendig eine Menge ſubtiler Betrachtungen anſtellen müßte, die meinen jungen Leſern aus den bisher erklärten Lehren noch nicht deutlich genug vorgetragen werden könnten, und auch über dieſes für den größten Theil derſelben unnöthig ſeyn würden. Denn ungeachtet man in der philoſophiſchen Geſchichte eine Menge Perſonen zu nennen pflegt, die an allen Dingen ſollen gezweifelt haben, woraus die Nothwendigkeit einer ſolchen Unterſuchung zu fließen ſcheint; ſo iſt es doch, wenn man die Nachrichten von dieſen Perſonen genau erwägt, ſehr unwahrſcheinlich, daß ſie im Ernſt gezweifelt haben. Von den meiſten, welche man unter die allgemeinen Zweifler rechnet, iſt es ſehr glaublich, daß ſie bey ihren Einwürfen wider die Gewißheit aller menſchlichen Erkenntniß keine andre Abſicht gehabt haben mögen, als entweder ihren Scharfſinn ſehen zu laſſen, oder einige allzuprahleriſche Philoſophen durch ihre ſpitzfindigen Einwürfe ein wenig zu demüthigen.

§. 63.

Aber, wird man nunmehr vielleicht fragen, wenn es Wahrheit giebt, an was für einem Merkmale iſt ſie zu erkennen, und wie iſt ſie von dem Irrthume zu unterſcheiden? Dieſe Frage verdient allerdings einige Aufmerkſamkeit, und ſoll daher, ſo weit es die engen Grenzen dieſer Bogen verſtatten, beantwortet werden. Einige Sätze halten wir deswegen für wahr, weil uns die Natur unſers Verſtandes zwingt, die Begriffe auf dieſe Art zu verbinden, und weil es uns unmöglich fällt, das Gegentheil davon anzunehmen. Aus dieſem Grunde räumen wir ohne Widerrede die Sätze ein: daß nichts zugleich ſeyn, und nicht ſeyn könne; daß jedes entſtandene Ding eine Urſache haben müſſe; und daß Alles, was wir wirklich empfinden, auch in der That wirklich vorhanden ſey. Sollten nun dieſe Sätze dennoch unwahr ſeyn, ungeachtet das Weſen unſers Verſtandes dieſelben uns als wahr zu denken nöthiget; ſo müßte Gott, von dem die Einrichtung unſers Verſtandes herrühret, der Urheber von unſerm Irrthume ſeyn; ein Vorwurf, welchen man dem vollkommenſten Weſen unmöglich mit Recht machen könnte. Man pflegt diejenige Deutlichkeit eines Satzes, die uns zwingt, demſelben völlig Beyfall zu geben, Evidenz zu nennen; und folglich iſt klar, daß man die Evidenz für ein ſichres Merkmal der Wahrheit zu halten habe. Alle übrigen Sätze, die nicht ſo unmittelbar deutlich ſind, müſſen mit dieſen verglichen werden. Finden wir nun unter ihnen einen nothwendigen Zuſammenhang, ſo haben wir keine Urſache, an ihrer Wahr-

heit zu zweifeln; daher man auch dergleichen Sätzen eine mittelbare Evidenz zuſchreibt. Wir werden alſo vor dem Irrthume ſicher ſeyn, wenn wir keinen Satz annehmen, der nicht entweder unmittelbar klar iſt, oder aus unmittelbar klaren Sätzen durch richtige Schlüſſe hergeleitet werden kann. Bey den Sätzen, die wir durch die äußerliche Empfindung erhalten, muß man nur die gehörige Behutſamkeit anwenden, und eine wahre Empfindung nicht mit einer vermeinten vermengen. Man muß daher, ehe man auf ſeine Empfindung Urtheile gründet, vor allen Dingen unterſuchen, ob diejenigen Theile unſers Körpers, durch welche wir empfinden, völlig geſund geweſen, ob der Gegenſtand, den wir empfunden, nicht zu weit entfernt, und von was für Beſchaffenheit diejenige Materie geweſen ſey, die ſich zwiſchen uns und dem Gegenſtande befunden hat. Iſt das Auge krank, ſo ſieht es gemeiniglich die Gegenſtände ganz anders, als in geſundem Zuſtande. Einem Gelbſüchtigen ſieht alles gelb aus. Iſt das Auge zu weit entfernt, ſo ſcheinen ihm die größten Körper ſehr klein, und die eckigen vollkommen rund zu ſeyn. Befinden ſich zwiſchen dem Auge und dem Gegenſtande durchſichtige Materien von verſchiedner Dichtigkeit, z. B. Luft und Waſſer, ſo ſtellen ſich ihm viele Körper gebrochen oder krumm dar, wenn ſie gleich vollkommen gerade ſind. Am beſten iſt es, wenn man verſchiedene Empfindungen mit einander vergleicht, um aus ihrer Uebereinſtimmung von der Richtigkeit derſelben urtheilen zu können. Auch muß man Dasjenige, was man eigentlich empfindet, und Dasjenige, was man daraus ſchließt, ſorgfältig von einander unterſcheiden; worin wir deſto leich-

ter zu fehlen pflegen, da wir von Jugend an gewohnt ſind, unſre Schlüſſe ſehr flüchtig zu machen, und uns nicht immer alle Theile derſelben genau vorſtellen. Z. B. Die Empfindung lehrt nicht, wie der gemeine Mann und auch viele Andre glauben, die nicht unter die gemeinen Leute gerechnet ſeyn wollen, daß ſich die Sonne um die Erde bewegt; ſondern dieſes iſt ſchon ein Schluß, deſſen man ſich nur nicht allemal genau bewußt iſt. Durch die Empfindung wiſſen wir blos, daß die Abbildung der Sonne in unſern Augen bewegt wird. Nun kann dieſe Bewegung des Bildes aus zweyerley Urſachen entſtehen, nämlich entweder durch die Bewegung der Sonne ſelbſt, wenn unſer Auge ruht, oder durch die Bewegung unſers Auges, wenn die Sonne in Ruhe bleibt. Auch der ungeübteſte Leſer wird ſich davon überzeugen können, wenn er nur überlegt, daß man in einem Schiffe oder Wagen eine Bewegung der ruhenden Häuſer und Bäume zu empfinden ſcheint, ſo oft man ſelbſt bewegt wird. Wir müſſen alſo in dieſem Falle eigentlich folgendergeſtalt urtheilen. Wir empfinden in unſerm Auge eine Bewegung von dem Bilde der Sonne; folglich muß ſich entweder die Sonne bewegen, oder die Erde, auf der wir uns befinden. Welches von beyden nun wirklich geſchehe, läßt ſich aus dieſer einzigen Empfindung nicht ausmachen, ſondern muß aus der Vergleichung mit andern Erfahrungen und allgemeinen Sätzen beſtimmt werden.

§. 64.

Diejenige Beſchaffenheit unſrer Erkenntniß, vermöge welcher man die Wahrheit des Gegentheils

nicht befürchten darf, nennt man Gewißheit, welcher die Ungewißheit entgegen geſetzt iſt, die alſo alsdenn Statt findet, wenn man die Wahrheit von dem Gegentheile eines Satzes beſorgen muß. Iſt das Gegentheil von einem Satze ſo beſchaffen, daß es eine Unmöglichkeit enthält, ſo wird die Gewißheit geometriſch genannt; weil ſich die Geometrie dieſer Gewißheit vorzüglich rühmen kann. Wenn hingegen das Gegentheil, an ſich betrachtet, zwar möglich iſt, wir aber keine vernünftige Urſache haben, es für wahr zu halten; ſo heißt die Gewißheit moraliſch. Z. B. Folgende beyde Sätze wird Niemand läugnen. **Die Summe von zwey ungeraden Zahlen muß allemal eine gerade Zahl ſeyn; und: im vorigen Jahrhunderte hat in Deutſchland ein berühmter Philoſoph, mit Namen Leibnitz gelebt.** Das Gegentheil von dem erſten Satze iſt ſchlechterdings unmöglich; das Gegentheil von dem andern iſt zwar möglich, aber wir haben nicht die geringſte vernünftige Urſache, es für wahr anzunehmen. Dem erſten Satze wird daher mit Recht eine geometriſche, dem andern hingegen eine moraliſche Gewißheit zugeſchrieben. Man hüte ſich aber ja, die moraliſche Gewißheit in allen Fällen für geringer, als die geometriſche zu halten. Es giebt Fälle, worunter auch das vorige Beyſpiel gehört, wo man ſich auf einen Satz, der nur moraliſch gewiß iſt, eben ſo ſicher verlaſſen kann, als auf einen andern, dem eine geometriſche Gewißheit zukömmt.

§. 65.

Sowohl in den Wiſſenſchaften, als auch in dem gemeinen Leben müſſen wir uns oft mit ſolchen Sätzen behelfen, von denen ſich keine völlige Gewißheit erlangen läßt. Wir werden aber durch ſie niemals zu Irrthümern verleitet werden, wenn wir uns ihrer Ungewißheit nur bewußt bleiben, und ſie nicht als Gründe unſrer Schlüſſe und Beweiſe gebrauchen, oder wenn wir uns derſelben ja aus Noth bedienen müſſen, den daraus hergeleiteten Sätzen keine vollkommne Gewißheit zuſchreiben. Einige von dergleichen Sätzen ſind ſo beſchaffen, daß wir mehr Merkmale von ihrer Wahrheit, als von ihrer Falſchheit haben; daher man ſie wahrſcheinlich zu nennen pflegt. Z. B. Wenn wir den Satz überlegen: es giebt im Monde lebendige Geſchöpfe; ſo werden wir finden, daß wir ihn zwar nicht aus lauter evidenten Grundſätzen und Erfahrungen herleiten können, daß wir aber vielmehr Urſache haben, ihn für wahr zu halten, als ſein Gegentheil, und daß man alſo dieſe Behauptung mit Recht wahrſcheinlich nennen könne. Daß es Stufen oder Grade der Wahrſcheinlichkeit giebt, wird ein jeder von ſelbſt einſehen; denn ſo hält es gewiß jeder für wahrſcheinlicher, daß Jemand mit einem Looſe in einer Lotterie nichts oder wenig gewinnen werde, als daß er den größten Gewinſt dadurch erhalten ſollte. Die Kürze der gegenwärtigen Abhandlungen aber erlaubt es nicht, mich in eine ausführliche Betrachtung dieſer ſonſt ſehr nützlichen Materie einzulaſſen.

Neuntes Kapitel.

Von der Lehrart.

§. 66.

Die Ordnung, welcher man ſich bey dem Vortrage ſeiner Gedanken bedient, heißt die Lehrart oder Methode, welche man gemeiniglich in die ſynthetiſche, analytiſche und vermiſchte einzutheilen pflegt. Bey der ſynthetiſchen, d. i. wenn man das griechiſche Wort verdeutſchen wollte, zuſammenſetzenden Lehrart, fängt man von den Erklärungen und Grundſätzen an, und ſchließt aus dieſen ſo lang fort, bis man endlich auf diejenigen Sätze ſelbſt kömmt, die man eigentlich beweiſen will. Bey der analytiſchen, d. h. auflöſenden Lehrart, bedient man ſich der entgegengeſetzten Ordnung, nämlich man fängt von dem zu erweiſenden Satze ſelbſt an, und geht zurück bis auf die Grundſätze und Erklärungen, aus denen er ſich herleiten läßt. Die vermiſchte Methode, welche meiſtentheils in weitläuftigen Werken und auch in vielen kleinrn

Abhandlungen gebraucht wird, beſteht aus der Verbindung der vorigen beyden Lehrarten, die man nach Beſchaffenheit der Materie und der Umſtände zu wählen pflegt.

§. 67.

In Anſehung der äußerlichen Unterſchiede, welche in der zufälligen Ordnung und Einkleidung der vorgetragenen Sätze beſtehen, erhält die Lehrart noch vielerley andre Namen. So heißt z. B. Methodus aphoriſtica diejenige Lehrart, da man alles in kurze Hauptſätze einkleidet, welche Aphorismi genannt werden; Methodus erotematica, wenn man ſeine Gedanken durch Fragen und Antworten vorträgt; Methodus dialogiſtica, wenn man alles in Geſprächen abhandelt; und Methodus parabolica, wenn man ſich bey dem Vortrage ſeiner Gedanken der Einkleidung in lauter Gleichniſſe bedient.

§. 68.

In den neuern Zeiten iſt auch der Name der mathematiſchen Lehrart ſehr bekannt geworden, die man vorzüglich deswegen ſo bewunderte, weil man fand, daß in den Schriften der Mathematiker eine Gewißheit herrſchte, dergleichen man in einer ſolchen Vollkommenheit ſonſt nirgends antraf; welches einige blos der Methode zuſchrieben. Dieſe mathematiſche Lehrart aber iſt eigentlich keine andre, als die ſynthetiſche, welche ſich zu dem Vortrage ſchon erfundner Wahrheiten am beſten ſchickt, und

ſich auch bey andern Wiſſenſchaften genau beobachten läßt, ob man gleich durch ihre Hülfe allein die geometriſche Gewißheit nicht erhalten kann, als welche vorzüglich von der Evidenz der Grundſätze und Erklärungen abhängt. Die Lehrer der Mathematik ſind von langer Zeit her gewohnt geweſen, die Geſetze dieſer ſynthetiſchen Methode weit genauer zu befolgen, als die andern Philoſophen, und dieſes iſt der Grund, warum man ſie nicht die philoſophiſche, wie ſie eigentlich heißen ſollte, ſondern die mathematiſche Lehrart genannt hat. Nämlich die Mathematiker fangen ihren Vortrag jederzeit mit Erklärungen an, und reden niemals von einer Sache, wovon ſie noch keinen deutlichen Begriff gegeben haben; weil dieſes das einzige Mittel iſt, die Zweydeutigkeit und die Verwirrung zu vermeiden. Nach den Erklärungen laſſen ſie diejenigen Sätze folgen, die unmittelbar aus den Erklärungen fließen und daher keines Beweiſes bedürfen, nämlich die Grundſätze und Forderungen. Hierauf gehn ſie zu denjenigen Sätzen fort, die bewieſen werden müſſen, und beobachten jederzeit dieſe Regel auf das genaueſte, daß ſie keinen Satz vortragen, der nicht entweder unmittelbar evident iſt, oder ſich aus den vorhergehenden Sätzen richtig erweiſen läßt. Daß viele Schriftſteller, den Anfängern zu gefallen, die Namen der Sätze zugleich beyfügen, und nach dem Beyſpiele der Alten, das Ende eines Beweiſes, durch die Worte: welches zu erweiſen war, anzeigen, iſt, wie ein jeder leicht einſehen wird, etwas zufälliges, deſſen Nachahmung einer Schrift nicht die geringſte Gründlichkeit verſchaffen kann. In der erſten Hälfte des vorigen Jahrhunderts war die

Mode aufgekommen, nicht nur die philoſophiſchen, ſondern auch die theologiſchen, juriſtiſchen und mediciniſchen Wiſſenſchaften nach mathematiſcher Lehrart vorzutragen. Allein da man bey den meiſten dieſer Wiſſenſchaften nur die äußere Form der mathematiſchen Lehrart, aber nicht das Weſentliche derſelben anbringen konnte, ſo kam dieſe Mode bald wieder ab.

Die mathematiſchen Wiſſenſchaften.

Einleitung in die mathematiſchen Wiſſenſchaften überhaupt.

§. 1.

Durch die Benennung Mathematik bezeichnet man ſeit langer Zeit diejenige Wiſſenſchaft, welche ſich mit Betrachtung der Größen beſchäftigt, und aus einigen bekannten andre unbekannte finden lehrt. Die Größe aber iſt diejenige Eigenſchaft der Dinge, vermöge welcher ſie ſich vermehren oder vermindern laſſen. Das Wort Mathematik iſt, wie bekannt, griechiſchen Urſprungs, und drückt eigentlich dasjenige nicht aus, was man jetzt dabey denkt, indem es nichts anders als eine Wiſſenſchaft oder Unterweiſung bedeutet. Daß man der Wiſſenſchaft von den Größen, welche einige Schriftſteller im Deutſchen Meßkunſt und Größenlehre zu nennen pflegen, dieſen Namen gegeben hat, iſt ohne Zweifel deswegen geſchehen, weil ſie wegen der Gewißheit, die man in keinem andern Theile der menſchlichen Kenntniſſe ſo vollkommen antrifft, den Namen einer Wiſſenſchaft

im vorzüglichen Verſtande verdient. Einige Schriftſteller behaupten auch, es ſey deswegen geſchehen, weil man bey den alten griechiſchen Philoſophen mit der Mathematik den Anfang im Studiren gemacht, und neben derſelben faſt keine andre eigentliche Wiſſenſchaft mit der Jugend weiter getrieben habe, ſo, daß alſo damals bey einem jungen Schüler Mathematik und Wiſſenſchaft überhaupt einerley geweſen ſey.

§. 2.

Die Größe einer Sache erkennt man entweder unmittelbar durch die Vorſtellung unſrer Sinne, oder durch die Vergleichung mit einer andern ſchon bekannten Größe. Z. B. von der Größe eines Zolls oder einer Elle erlange ich unmittelbar einen Begriff, wenn mir ein Zoll oder eine Elle gezeigt wird. Die Entfernung aber einer Stadt von einer andern erkennen wir blos dadurch, daß wir ſie mit einer bekannten Größe von eben der Art vergleichen, und ſehen, wie oft dieſe in jener enthalten ſey. Dieſe Beſchäftigung, da man eine unbekannte Größe durch eine bekannte beſtimmt, heißt in der Mathematik überhaupt meſſen, ob man gleich im gemeinen Leben dieſes Wort nur in einigen Fällen zu gebrauchen pflegt. Denn ſo nennt man es zwar meſſen, wenn man die Höhe eines Hauſes durch die Länge einer Elle, oder die Entfernung einer Stadt durch die Länge einer Meile u. ſ. f. beſtimmt; aber eine Summe Geld durch eine Größe von eben der Art, nämlich durch eine bekannte Münze ausdrücken, welches auch eine Art von meſſen iſt, nennt man zählen; eine noch unbekannte Schwere durch eine bekannte ausmeſſen, heißt wägen; den innern Raum eines Faſſes ausmeſſen, oder die Anzahl der Kannen einer

flüſſigen Materie, die das Faß enthält, genau beſtimmen, wird viſiren genannt u. ſ. w. Die bekannte Größe, deren man ſich bedient, um eine unbekannte dadurch zu beſtimmen, heißt das Maaß, und muß allemal, wie man ſchon aus den vorigen Erklärungen einſehen wird, von eben der Art ſeyn, von welcher die zu meſſende Sache iſt. Wo ſich alſo kein Maß ausfindig machen läßt, wovon Jedermann ſich einen deutlichen Begriff machen kann, da iſt auch eine eigentliche Ausmeſſung unmöglich. Aus dieſer Urſache ſind bisher alle Bemühungen derjenigen Gelehrten vergeblich geweſen, welche es unternommen haben, die Vollkommenheiten der menſchlichen Seele und die Moralität unſrer Handlungen auf eine mathematiſche Art auszumeſſen; weil es uns hier an einem ſolchen Maße fehlt, welches allen denjenigen, denen man dieſe Ausmeſſung mittheilen will, völlig verſtändlich wäre. Die ſogenannte Matheſis Intenſorum, d. i. die Meßkunſt derjenigen Größen, die keiner Ausdehnung fähig ſind, wird daher niemals diejenige Vollkommenheit erreichen, welche ſchon die Matheſis Extenſorum, oder die Meßkunſt der ausgedehnten Größen erreicht hat.

§. 3.

Es iſt nicht jederzeit möglich, daß man bey dem Meſſen diejenige Größe, die man zum Maße angenommen hat, an die auszumeſſende unbekannte Größe bringen kann, ſondern oft muß dieſe Vergleichung der bekannten und unbekannten Größe durch bloße Schlüſſe geſchehen, ohne daß ſich beyde unmittelbar zuſammenbringen laſſen, wie z. B. bey der Meſſung der Höhe eines Thurms, oder der Weite eines Sterns

von der Erde; und hierin beſteht vorzüglich das Geſchäfte der Mathematik, indem eine unmittelbare Meſſung eben keine beſondre Unterweiſung und große Geſchicklichkeit erfordert. Man kann daher ſagen, wenn man eine ausführlichere Erklärung von dieſer Wiſſenſchaft geben will: die Mathematik iſt diejenige Wiſſenſchaft, welche die Natur und Eigenſchaften der Größen erklärt, und die Mittel zeigt, wie man aus einigen bekannten Größen andre noch unbekannte durch Schlüſſe entdecken könne.

§. 4.

Um von den Größen reden zu können, und das Gedächtniß der Lernenden nicht mit einer Menge fremder Namen beſchweren zu dürfen, haben die Mathematiker nicht neue Benennungen und Zeichen ausgeſonnen, ſondern die Buchſtaben des Alphabets zur Bezeichnung derſelben gewählt. Nur die Verbindungen und Veränderungen, welche man mit den Größen vornehmen kann, drückt man durch beſondre Zeichen und Namen aus, die in der Folge erklärt werden ſollen. Ein a oder b oder c zeigt alſo überhaupt eine jede Größe an, doch ſo, daß bey jeder Aufgabe oder bey jedem andern Satze einerley Buchſtabe auch immer nur einerley Sache bedeutet; weil ſonſt nothwendig eine Verwirrung entſtehen würde. Es iſt zwar in vielen Fällen einerley, ob man dieſe oder jene Buchſtaben zur Bezeichnung gewiſſer Größen gebraucht; jedoch haben die Mathematiker bey arithmetiſchen Aufgaben die Regel angenommen, die bekannten Größen durch die erſten, und die unbekannten durch die letzten Buchſtaben des Alphabets an-

zuzeigen. In der höhern Geometrie werden auch die unveränderlichen Größen mit den erſtern und die veränderlichen mit den letztern Buchſtaben bezeichnet.

§. 5.

Man pflegt die Mathematik gemeiniglich in die reine und angewandte einzutheilen. Rein nennt man dieſe Wiſſenſchaft, wenn ſie ſich blos mit Betrachtung der Größen überhaupt beſchäftigt, ohne die Betrachtung der wirklichen Dinge in der Natur, an denen ſich dieſe Größen befinden, einzumiſchen, ſo wie die Metalle rein genannt werden, wenn ſie nicht mit andern Metallen vermiſcht ſind. Angewandt hingegen oder vermiſcht heißt die Mathematik alsdenn, wenn ſie die Größen der wirklichen Dinge in der Natur unterſucht, und alſo die Sätze, welche die reine Mathematik enthält, auf die in der Welt vorhandenen Gegenſtände anwendet. So gehört z. B. die Lehre von den Eigenſchaften einer Kugel überhaupt in die reine, die Betrachtung der Sonne aber, als eines kugelförmigen Körpers, in die angewandte Mathematik.

§. 6.

So wohl die reine als auch die angewandte Mathematik pflegt man wieder in verſchiedene Theile zu zergliedern, die auch wegen ihres anſehnlichen Umfangs als beſondere Wiſſenſchaften angeſehen werden. Die reine Mathematik beſteht aus den arithmetiſchen und geometriſchen Wiſſenſchaften; weil es zweyerley Arten von Größen gibt, ſtetige und unſtetige. Stetige Größen (quantitates continuae) ſind ſolche, deren Theile in einer Verbin-

dung mit einander ſtehen, und ein zuſammenhängendes Ding ausmachen; unſtetige aber (quantitates discretae) heißen diejenigen, in welchen man blos eine Menge von Dingen als ein Ganzes betrachtet, ohne darauf zu ſehen, ob ſie ſich in einer Verbindung unter einander befinden, oder nicht. So iſt z. B. eine Linie oder eine Fläche eine ſtetige; acht Sterne, oder ſieben Perſonen, aber eine unſtetige Größe. Von den ſtetigen Größen handeln die geometriſchen, von den unſtetigen hingegen die arithmetiſchen Wiſſenſchaften. In den meiſten Lehrbüchern pflegt man hieraus vier beſondere Wiſſenſchaften zu machen, nämlich die Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie und Algebra. Die Trigonometrie beſchäftigt ſich eigentlich mit einem geometriſchen Gegenſtande, nämlich mit den Triangeln, betrachtet aber die Theile derſelben als unſtetige Größen, und lehrt aus einigen gegebenen Stücken die übrigen durch Rechnung finden. In der Algebra, welche nichts anders iſt, als eine allgemeine Arithmetik, ſucht man das Unbekannte durch Hülfe gewiſſer Gleichungen zu entdecken. Eine Gleichung aber entſteht, wenn man einerley Größe auf zweyerley Art ausdrückt. Z. B. wenn ich mir einen Conventionsthaler ein Mal als die Summe von 32 Groſchen, und das andere Mal als zwey Gulden vorſtelle, ſo habe ich eine Gleichung. Weil man nun in der Algebra die unſtetigen Größen oder Zahlen allgemeiner betrachtet, als in der gemeinen Arithmetik, und zu dieſen Betrachtungen die gewöhnlichen Ziffern oder Zahlzeichen nicht hinreichend ſind, ſo pflegen die Lehrer der Algebra gemeiniglich mit der Buchſtabenrechenkunſt den Anfang zu machen, ob ſich

gleich der größte Theil derſelben auch ſchon in der gemeinen Arithmetik erklären läßt, wie das Beyſpiel der meiſten neuern Lehrbücher dieſer Art hinlänglich beweiſt.

§. 7.

Die Anzahl der Theile oder Wiſſenſchaften, aus denen die angewandte Mathematik beſteht, läßt ſich nicht genau angeben, indem ſie ſo viele Theile enthalten kann, als es Gegenſtände in der Natur gibt, auf welche ſich die Lehren der reinen Mathematik anwenden laſſen, daher auch immer noch dieſe Anzahl durch den Fleiß der Gelehrten vermehrt wird. Insgemein aber pflegt man folgende Wiſſenſchaften zur angewandten Mathematik zu rechnen: Die Statik, Mechanik, Hydroſtatik, Hydraulik, Aerometrie, Optik, Katoptrik, Dioptrik, Perſpectiv, Aſtronomie, Chronologie, Geographie und Gnomonik. Die Statik enthält die mathematiſchen Lehren von dem Gleichgewichte feſter Körper, von deren wirklichen Bewegung die Mechanik oder Dynamik handelt. Mit dem Gleichgewichte flüſſiger Körper beſchäftigt ſich die Hydroſtatik, und mit ihrer Bewegung die Hydraulik, die von einigen neuern Schriftſtellern auch Hydrodynamik genannt wird. Die Luft iſt der Gegenſtand der Aerometrie, und das Licht der Optik, Katoptrik und Dioptrik. In der Optik nämlich betrachtet man diejenigen Lichtſtrahlen, die in gerader Linie in unſer Auge kommen; in der Katoptrik ſolche, die von polirten Flächen, dergleichen die Spiegel ſind, zurückgeworfen werden; und in der Dioptrik ſolche, die in durchſichtigen Materien gebrochen werden.

Das Brechen der Lichtſtrahlen aber iſt nichts anders, als die Abweichung von ihrer Richtung, wenn ſie aus einer dünnern Materie in eine dichtere, oder aus einer dichtern in eine dünnere übergehen. Die Perſpectiv lehrt die Gegenſtände ſo zeichnen, wie ſie in das Geſicht fallen. Von der Bewegung, Größe und Entfernung der Geſtirne handelt die Aſtronomie. Von der Ausmeſſung und Eintheilung der Zeit die Chronologie, und von der Eintheilung des Raums auf der Erde die Geographie. Die Gnomonik lehrt Uhren verfertigen, durch welche man vermittelſt des Schattens der Sonne oder eines andern Geſtirns die Stunde des Tages wiſſen kann. Alle dieſe verſchiedne Wiſſenſchaften aber könnte man bequem mit dem ehemaligen berühmten Leipziger Lehrer der Mathematik, Hauſen, unter vier Hauptclaſſen bringen, Mechanik, Optik, Aſtronomie und Chronologie; weil es vier Hauptgegenſtände gibt, womit ſich die vorhin genannten Wiſſenſchaften beſchäftigen, nämlich: die bewegenden Kräfte der Körper, das Licht, die großen Weltkörper und die Zeit. Weil auch die Chronologie oder die Zeitrechnung nur durch Hülfe der Aſtronomie wiſſenſchaftlich abgehandelt werden kann, ſo läßt ſich dieſelbe eben ſo gut, wie die mathematiſche Geographie als ein Theil der Aſtronomie betrachten, und daher die ganze angewandte Mathematik unter drey Abtheilungen bringen. In vielen mathematiſchen Lehrbüchern pflegt man noch die bürgerliche Baukunſt, Artillerie und Kriegs-Baukunſt als Theile der angewandten Mathematik zu betrachten. Es iſt auch nicht zu leugnen, daß alle dieſe nützlichen Künſte ſich auf die Lehren der Arithmetik und Geometrie grün-

den. Allein da der Gegenſtand der bürgerlichen und der Kriegs-Baukunſt größtentheils von der Willkühr der Menſchen abhängt, die Philoſophie aber, wovon die Mathematik ein Theil iſt, nur ſolche Gegenſtände betrachtet, die von der Einrichtung des Schöpfers, und nicht von der Willkühr der Menſchen herrühren; ſo kann man dieſelben, wenn man genau verfahren will, eigentlich nicht zur Mathematik rechnen, zumal da noch eine Menge andre Kenntniſſe zu ihrer Ausübung nöthig ſind, die nicht die bloße Mathematik verſchaffen kann. Wollte man ſie ja, wegen ihres großen Nutzens im gemeinen Leben, noch länger in den mathematiſchen Lehrbüchern beybehalten; ſo könnte man das Beyſpiel des gelehrten Herrn Rector Lorenz befolgen, welcher ſie ſeinen überaus gründlich geſchriebenen Elementen der Mathematik als einen Anhang, unter dem Namen der techniſchen Mathematik, beygefügt hat.

§. 8.

Der Nutzen der Mathematik iſt ſehr vielfach. Es iſt aber ſchwer, ſich von allen den Vortheilen zu überzeugen, welche dieſe Wiſſenſchaft dem menſchlichen Geſchlechte verſchafft, ehe man ſich die vornehmſten Theile davon bekannt gemacht hat. Ich will alſo gegenwärtig mich in keine ausführliche Abhandlung über dieſe Materie einlaſſen, ſondern meinen jungen Leſern nur kürzlich die Urſachen erklären, warum man das Studium der Mathematik allen Jünglingen ſo nachdrücklich empfehlen muß. Erſtlich enthält die Mathematik eine Menge Sätze und Lehren, ohne welche man ſich vergebens um eine gründliche Kenntniß der Natur und der meiſten Künſte, die zur

Nothwendigkeit und zum Vergnügen des menſchlichen Lebens gehören, bewerben würde. Selbſt die Gottesgelahrtheit, die Rechtswiſſenſchaft und Arzeneykunſt hat ihrer Hülfe ſehr oft nöthig; und der Kaufmann und Handwerker kann ſich durch die Kenntniß derſelben in den Stand ſetzen, ſeine Fabriken und Manufacturen zu einer viel größern Vollkommenheit zu bringen. Zweytens aber nützt auch die Mathematik ſchon durch die Art und Weiſe, wie ſie in gründlichen Schriften abgehandelt wird, welches vorzüglich die Urſache war, weswegen die griechiſchen Philoſophen ihre Erlernung ſo ſehr anprieſen, und einige von ihnen denen ſogar den Eingang in ihre philoſophiſchen Vorleſungen verſagten, die ſich noch nicht mit den Anfangsgründen der Geometrie bekannt gemacht hatten. Denn durch die Richtigkeit der Beweiſe und durch die Ordnung, welche man bey dem Vortrage mathematiſcher Lehren zu beobachten pflegt, wird der Verſtand deſſen, der ſich fleißig mit dem Ueberdenken ſolcher Wahrheiten beſchäftigt, nach und nach zur Gründlichkeit und zum Scharfſinn gewöhnt, ſo daß er auch hernach in ſolchen Dingen, die nicht mathematiſch ſind, richtiger denken und ſchärfer beweiſen lernt, als Andre, welche ihren Verſtand durch das Studium der Mathematik nicht geſchärft haben. Die Einwendungen, welche man wider dieſe Wiſſenſchaft bisweilen gemacht hat, rühren theils von ſolchen Perſonen her, welche in der Mathematik unwiſſend geweſen ſind, theils von ſolchen, welche eine beſondere Ehre darin geſucht haben, die gewiſſeſten Wahrheiten durch ſpitzfindige Sophiſtereyen zu beſtreiten; daher ich mich dabey nicht aufhalten will.

Die Arithmetik.

Erſtes Kapitel.

Erklärungen und Grundſätze.

§. 1.

Die Arithmetik, wie den Leſern aus der Einleitung (§. 6.) noch bekannt ſeyn wird, iſt diejenige Wiſſenſchaft, welche die Eigenſchaften der unſtetigen Größen erklärt, und aus einigen bekannten andre unbekannte finden lehrt. Die unſtetigen Größen werden auch Zahlen genannt; daher einige Schriftſteller die Arithmetik auch die Zahlenkunſt zu nennen pflegen. Die Zahlen entſtehen alſo, wenn man eine Menge einzelner Dinge von einer Art zuſammen nimmt. Jedes von dieſen Dingen enthält den Namen der Einheit, und folglich läßt ſich keine Zahl ohne eine Einheit denken. Bisweilen aber gebraucht man auch das Wort Zahl in einer etwas weitläuftigern Bedeutung, und verſteht dadurch eine jede Größe, die mit einer andern bekannten Größe verglichen und dadurch beſtimmt worden iſt, wenn gleich nicht eine Menge einzelner Dinge vorhanden iſt oder jetzt gedacht wird. In dieſem Verſtande heißt z. B. der Pfennig eine Zahl, wenn man ſich denſelben als den zwölften Theil eines Groſchen vorſtellt. Die Beſchäftigung, aus einigen bekann-

ten Zahlen andre noch unbekannte zu finden, nennt man mit einem Worte Rechnen, und daher hat man der Arithmetik im Deutſchen ſchon längſt den Namen Rechenkunſt beygelegt.

§. 2.

Man theilt die Zahlen in ganze, gebrochne und vermiſchte ein. Die ganzen Zahlen, welche man auch allemal verſteht, ſo oft man dieſe Benennung ohne ein Beywort braucht, entſtehen, wenn man die Einheit völlig etliche Mal nimmt; die gebrochenen hingegen, oder die Brüche, wenn nur ein Theil der Einheit ein oder einige Mal geſetzt wird. Alſo wäre eine Menge von ſieben Thalern eine ganze Zahl, hingegen drey Viertel eines Thalers ein Bruch. Zahlen, die aus ganzen und gebrochenen zuſammengeſetzt ſind, heißen vermiſchte Zahlen. Da aber die Wahl der Einheit willkührlich iſt, ſo wird man leicht einſehen, daß eine und ebendieſelbe Größe ſowohl eine ganze Zahl, als auch einen Bruch vorſtellen kann. Wenn ich alſo eine gewiſſe Summe Geldes in eine Zahl verwandeln wollte, ſo könnte ich entweder eine kleinere oder größere Größe, als ſie ſelbſt iſt, zur Einheit annehmen; im erſten Falle würde ich eine ganze oder vermiſchte, und im andern Falle eine gebrochne Zahl erhalten. So kann ich mir z. B. einen Gulden nicht nur als ſechszehn Groſchen, ſondern auch als zwey Drittel eines Thalers vorſtellen, nachdem ich nämlich entweder einen Groſchen oder einen Thaler zur Einheit annehme. Eben ſo iſt klar, daß einerley Größe bald als eine Zahl, bald als eine Einheit betrachtet werden kann. Eine Meile z. B. iſt eine Einheit, wenn ich dadurch

die Entfernungen einiger Oerter beſtimme; hingegen wird ſie zur Zahl, wenn ich ſie mit einer andern Größe von eben der Art vergleiche. So würde ſie z. B. die Zahl 24000 vorſtellen, wenn ich ſie mit der Länge eines Rheinländ. Schuhes vergleichen wollte. Man pflegt aber bey Erwählung der Einheit dieſes zu beobachten, daß man bey anſehnlichen Größen nicht allzu kleine Einheiten, und bey ſehr kleinen Größen nicht allzu große Einheiten annimmt. So beſtimmen die Aſtronomen die Entfernungen der himmliſchen Weltkörper von einander nicht in Schuhen oder Ellen, weil alsdenn zu große, und für das Gedächtniß zu beſchwerliche Zahlen entſtehen würden, ſondern in halben Erddiametern oder wenigſtens in Meilen. Hingegen bei der Beſtimmung der Weite eines Hauſes von einem andern nimmt man nicht den halben Erddiameter, weil man ſonſt ohne Noth einen großen Bruch erhalten würde, ſondern eine viel kleinere Größe, nämlich eine Ruthe, Elle oder Schuh zur Einheit an.

§. 3.

Wenn bey einer Zahl zugleich angezeigt wird, was die Einheit für ein Ding ſey, ſo wird ſie eine benannte oder beſtimmte Zahl genannt. Die übrigen, wo man nur die Menge der Einheiten angibt, heißen unbenannte oder unbeſtimmte Zahlen. Z. B. ſage ich blos die Zahl drey, die Zahl acht u. ſ. w. ſo habe ich unbenannte; ſage ich hingegen: drey Thaler, acht Ellen u. ſ. f. ſo habe ich benannte Zahlen. Auf dieſe Eintheilung der Zahlen gründet ſich die bekannte Eintheilung der Rechenkunſt in die theoretiſche und praktiſche. Nämlich theoretiſch

heißt dieſe Wiſſenſchaft, wenn ſie ſich mit den unbenannten, praktiſch aber, wenn ſie ſich mit den benannten Zahlen beſchäftigt. Homogene oder gleichartige Zahlen nennt man ſolche, die ſich auf einerley Einheit, heterogene oder ungleichartige aber ſolche, die ſich nicht auf einerley Einheit beziehen. Z. B. fünf Dukaten und drey Dukaten ſind gleichartige, hingegen fünf Dukaten und drey Meilen ungleichartige Zahlen.

§. 4.

Jede Veränderung, die man mit den Zahlen vornehmen kann, betrifft entweder eine Vermehrung oder eine Verminderung. Aus dem Vorhergehenden aber wird man leicht einſehen, daß ſich eine Zahl nur durch gleichartige Zahlen vermehren oder vermindern läßt. Wenn man nun eine Zahl vermehrt, ſo ſetzt man entweder ungleiche oder gleiche Zahlen zu einander. Und wenn man eine Zahl vermindert, ſo nimmt man eine andre gleichartige entweder nur ein Mal von ihr weg, oder ſo oft, als es möglich iſt, bis ſie ſelbſt erſchöpft wird. Es gibt alſo bey den Zahlen ſowohl zwey Arten der Vermehrung, als auch zwey Arten der Verminderung. Die beyden Arten der Vermehrung heißen addiren und multipliciren; die beyden Arten der Verminderung ſubtrahiren und dividiren, und dieſe zuſammen machen die ſogenannten vier Species der Arithmetik aus, die jetzt kürzlich erklärt werden ſollen; wobey ich aber dieſes erinnern muß, daß bey den folgenden Erklärungen dieſer vier Rechnungsarten allemal ganze Zahlen zu verſtehen ſind.

§. 5.

Addiren iſt alſo nichts anders, als aus etlichen gegebenen Zahlen oder Größen eine andre finden, die allen gegebenen zuſammen genommen gleich iſt. Dieſe neue Zahl oder Größe, welche durch die Addition entſteht, wird die Summe oder das Aggregat genannt. Das Zeichen der Addition iſt + und wird plus ausgeſprochen. Z. B. 8 + 9 + 3 iſt ſo viel, als die Summe dieſer drey Zahlen, d. i. die Zahl Zwanzig, und a + b + c wäre die Summe der drey Größen, die man mit den Buchſtaben a, b, c, benennt hätte.

§. 6.

Wenn man die eine Zahl ſo viel Mal nimmt, als die andre von zwey gegebenen Zahlen Einheiten enthält, oder, welches eben ſo viel ſagen will, wenn man die erſte ſo viel Mal zu ſich ſelbſt addirt, als die zweyte Zahl Einheiten hat, ſo thut man dasjenige, was man in der Rechenkunſt Multipliciren oder Vervielfältigen nennt. Diejenige Zahl, die etliche Mal zu ſich ſelbſt geſetzt werden ſoll, heißt der Multiplicandus, die andre, welche anzeigt, wie viel Mal dieſes geſchehen muß, der Multiplicator, und beyde heißen die Factores. Die neue Zahl, die nach der Multiplication entſteht, wird das Product oder Factum genannt. Das Zeichen der Multiplication iſt × oder ein Punkt. Z. B. 8×9 oder 8.9, will ſo viel ſagen, die Zahl 8 ſoll mit 9 multiplicirt, d. i. neun Mal genommen werden. Hier iſt alſo 8 der Multiplicandus, 9 der Multiplicator, und 72 würde das Product ſeyn. Bey den Buchſtaben pflegt man auch oft dieſe Zeichen ganz wegzulaſſen, und ſie blos neben

einander zu ſetzen, wenn man die Multiplication derſelben anzeigen will; weil hier keine Verwirrung, wie bey den Zahlzeichen, die ihren Werth aus der Stelle erhalten, zu beſorgen iſt. Wollte man alſo das Product aus der Größe a in der Größe b andeuten, ſo dürfte man nur ſchreiben ab. Iſt einer, oder ſind beyde Factores zuſammengeſetzt, ſo muß man diejenigen Theile, die zuſammen gehören, entweder in Parentheſen einſchließen, oder über dieſelben eine Linie ziehen, um die Zweydeutigkeit und Verwirrung dadurch zu vermeiden. Sollte alſo die Summe $5 + 4 + 3$ durch die Summe $2 + 5 + 6$ multiplicirt werden; ſo müßte man dieſes folgendergeſtalt $(5 + 4 + 3) \times (2 + 5 + 6)$ oder: $\overline{5+4+3} \times \overline{2+5+6}$ ſchreiben. Eben dieſes iſt auch bey den übrigen Rechnungsarten zu beobachten, wenn zuſammengeſetzte Größen vorkommen.

§. 7.

Subtrahiren heißt eine Zahl aus einer andern gleichartigen ein einziges Mal wegnehmen, um zu erfahren, wie viel die eine mehr Einheiten enthält, als die andre. Die gefundne Zahl, woraus ſich dieſes erſehen läßt, erhält daher den Namen des Unterſchiedes oder der Differenz. Das Zeichen der Subtraction iſt ein Querſtrich, welcher minus oder weniger ausgeſprochen und zwiſchen die beyden gegebenen Zahlen dergeſtalt geſetzt wird, daß diejenige, welche vermindert werden ſoll, zuerſt ſteht. Z. B. $8 - 3$ zeigt an, daß die Zahl Drey aus der Zahl Acht weggenommen werden ſoll. Schreibt man $24 - (3 + 2 + 4)$, ſo heißt dieſes ſo viel: die

ganze Summe, welche aus den Zahlen 3, 2 und 4 beſteht, nämlich 9 ſoll aus der Zahl 24 weggenommen werden.

§. 8.

Dividiren iſt diejenige Verminderung einer Zahl, da man eine andre ſo viel Mal aus ihr wegnimmt, bis ſie völlig erſchöpft iſt, oder, welches eben ſo viel ſagen will, da man unterſucht, wie oft die eine von den gegebenen Zahlen, welche der Diviſor heißt, in der andern, welche der Dividendus genannt wird, enthalten iſt. Die durch die Diviſion gefundene Zahl hat daher den Namen Quotient erhalten. Das Zeichen der Diviſion beſteht in zwey Punkten, die man nach der zu dividirenden Zahl vor den Diviſor ſetzt, oder in einem Striche, über welchen der Dividendus, und unter welchen der Diviſor geſetzt wird. Z. B. 8:2 oder $\frac{8}{2}$ heißt ſo viel, als die Zahl 8 ſoll durch die Zahl 2 dividirt werden; 8 iſt alſo der Dividendus, 2 der Diviſor, und 4 würde der Quotient ſeyn.

Grundſätze.

§. 9.

Jede Größe iſt ſich ſelbſt gleich, und ſtatt der einen kann man alle Mal eine andere ſetzen, die ihr gleich iſt.

Z. B. das Product 2×6 iſt ſo viel als die Summe 8+4. Ich würde daher, wenn es meine Bequemlichkeit im Rechnen erforderte, ſtatt des Products 2×6 die Summe 8+4 ſetzen können.

Bayerische Staatsbibliothek München

§. 10.

Alle Theile einer Größe zuſammengenommen ſind dem Ganzen gleich; und folglich iſt jeglicher Theil oder einige Theile alle Mal kleiner, als das Ganze, und das Ganze größer, als einer oder als etliche ſeiner Theile.

Wenn z. B. G ein Ganzes, und a, b, c, alle ſeine Theile anzeigt; ſo werde ich hieraus folgendes ſchließen können.

G iſt ſo groß als a+b+c, und folglich iſt G größer als a, auch größer als b, größer als c, größer als a+b; oder a iſt kleiner als G; auch b kleiner als G, ingleichen a+b kleiner als G u. ſ. w. Das Zeichen gleicher Größen iſt = und ungleicher >, ſo daß man die Spitze dieſes Zeichens gegen die kleinere Größe ſetzt. Das vorige Beyſpiel würde man alſo folgendergeſtalt durch Zeichen ausdrücken können.

$G=a+b+c$	oder	$20=9+8+3$
$G>a$		$20>9$
$G>b$		$20>8$
$G>c$		$20>3$
$G>a+b$		$20>9+8$
$a<G$		$9<20$
$b<G$ etc.		$8<20$ u. ſ. f.

§. 11.

Wenn zwey Zahlen oder wenn zwey Größen überhaupt einer dritten gleich ſind, ſo müſſen ſie einander ſelbſt gleich ſeyn.

Z. B. wenn die Größe b der Größe q, und die Größe c ebenfalls der Größe q gleich iſt; ſo folgt, daß b ſo groß iſt wie c; oder in Zahlen, wenn der

Quotient $\frac{6}{2}$ und die Differenz $8 - 5$ der Zahl drey gleich ſind, ſo muß nothwendig der Quotient $\frac{6}{2}$ der Differenz $8 - 5$ gleich ſeyn. Durch Zeichen würde man dieſe beyden Beyſpiele folgendergeſtalt ausdrücken:

$$\begin{array}{c} b = q \\ c = q \\ \hline b = c \end{array} \qquad \begin{array}{c} \frac{6}{2} = 3 \\ 8 - 5 = 3 \\ \hline \frac{6}{2} = 8 - 5 \end{array}$$

Hierbey iſt noch zu bemerken, daß der Strich nach der zweyten Zeile ebenfalls eine Bedeutung hat, und eigentlich durch die Worte: Hieraus folgt oder folglich iſt, überſetzt werden muß. In den mathematiſchen Beweiſen pflegt man alle Mal die Prämiſſen eines Schluſſes über den Strich, und die Concluſion unter denſelben zu ſetzen.

§. 12.

Iſt eine Größe kleiner oder größer, als die eine von zwey gleichen Größen, ſo iſt ſie auch kleiner oder größer, als die andere. Z. B.

$$\begin{array}{c} a = b \\ d > a \\ \hline d > b \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{c} 6 = 3 \times 2 \\ 8 > 6 \\ \hline 8 > 3 \times 2 \end{array}$$

Ferner

$$\begin{array}{c} a = b \\ g < a \\ \hline g < b \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{c} 6 = 3 \times 2 \\ 5 < 6 \\ \hline 5 < 3 \times 2 \end{array}$$

§. 13.

Gleiches zu Gleichem addirt gibt gleiche Summen. Z. B.

$$\begin{array}{rcl} m = f & \text{oder} & 9 = 5+4 \\ d = g & & 3 = 2+1 \\ \hline m+d = f+g & & 9+3 = 5+4+2+1 \end{array}$$

§. 14.

Wenn man Gleiches von Gleichem ſubtrahirt, ſo entſtehen gleiche Unterſchiede. Z. B.

$$\begin{array}{rcl} a = n & \text{oder} & \frac{8}{2} = 4 \\ b = c & & \frac{6}{3} = 2 \\ \hline a-b = n-c & & \frac{8}{2}-\frac{6}{3} = 4-2 \end{array}$$

§. 15.

Wenn zu einer Größe eine andre addirt, und von der Summe die letztere wieder abgezogen wird, ſo muß die Differenz der erſtern Größe gleich ſeyn. Z. B.

$a+b-b=a$ oder $9+4-4=9$

§. 16.

Wenn von einer Größe eine andere Größe ſubtrahirt, und zu der Differenz die letztere wieder addirt wird, ſo muß die Summe der erſtern Größe gleich ſeyn. Z. B.

$d-m+m=d$ oder $7-5+5=7$

§. 17.

Wenn man Gleiches mit Gleichem multiplicirt, ſo erhält man gleiche Producte. Z. B.

$$\begin{array}{rcl} m=q & \text{oder} & 2 \text{ Thaler} = 3 \text{ Gulden.} \\ b=f & & 4 = 4 \\ \hline m \times b=q \times f & & 4 \times 2 \text{ Thaler} = 4 \times 3 \text{ Gulden.} \\ & & \text{d. i. } 8 \text{ Thaler} = 12 \text{ Gulden.} \end{array}$$

§. 18.

Wird Gleiches mit Gleichem dividirt, ſo müſſen die Quotienten gleich ſeyn. Z. B.

$$\begin{array}{c} c = g \\ a = a \\ \hline \frac{c}{a} = \frac{g}{a} \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{c} 36 = 4 \times 9 \\ 2 = 2 \\ \hline \frac{36}{2} = \frac{4 \times 9}{2} \end{array}$$

§. 19.

Wenn man eine Größe durch eine andre Größe multiplicirt, und das Product durch die letztere wieder dividirt, ſo muß der Quotient der erſtern Größe gleich ſeyn. Z. B.

$$\frac{c \times d}{d} = c \quad \text{oder} \quad \frac{5 \times 6}{6} = 5$$

§. 20.

Wenn man eine Größe durch eine andre dividirt, und den Quotienten durch die letztere wieder multiplicirt, ſo muß das Product der erſtern Größe gleich ſeyn.

$$\frac{a}{c} \times c = a \quad \text{oder} \quad \frac{12}{3} \times 3 = 12$$

Zweytes Kapitel.
Von der Bezeichnung der Zahlen.

§. 21.

Ehe wir uns mit der Vermehrung und Verminderung der Zahlen ſelbſt beſchäftigen, wird es nöthig ſeyn, eine kurze Betrachtung über die Art und Weiſe, wie man die Zahlen bezeichnet, anzuſtellen. Da die Menge der Zahlen unendlich groß iſt, ſo würde es unmöglich geweſen ſeyn, jeder Zahl ein beſonderes Zeichen und einen beſondern Namen zu geben. Man hat alſo ein bequemes Mittel erſonnen, durch die Verbindung ſehr weniger Zeichen und Namen alle mögliche Zahlen auszudrücken; und dieſes Mittel, deſſen man ſich jetzt faſt überall bedient, iſt folgendes. Man nimmt neun Zeichen an, welche man Zahlen bedeuten läßt, und über dieſes noch ein anderes, das man Null nennt, und welches die Abweſenheit aller Zahlen andeutet. Um alſo mit dieſen wenigen Zeichen alle mögliche Zahlen anzuzeigen, gibt man ihnen einen verſchiedenen Werth nach der Verſchiedenheit ihrer Stellen, die man von der Rechten gegen die Linke zu zählt. Nämlich ein jedes Zahlzeichen bedeutet in der zweyten Stelle zehn Mal mehr, als in der erſten, in der dritten zehn Mal mehr, als in der zweyten, in der vierten zehn Mal mehr, als in der dritten, und überhaupt in jeder Stelle weiter gegen die Linke zehn Mal mehr, als in der vorhergehenden. Die Zeichen ſelbſt, die man auch Ziffern zu nennen pflegt, ſind folgende: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0, wovon die erſtern neune lauter Zahlen be-

deuten, das letzte Zeichen aber die Null vorſtellt, wie gewiß allen meinen Leſern ſchon hinlänglich bekannt ſeyn wird. Wenn man alſo die Einheit in die zweyte Stelle ſetzt, welches man dadurch andeutet, daß man die erſte Stelle mit 0 anfüllt, (10) ſo bedeutet ſie eine zehnfache Einheit, oder einen Zehner nach unſrer Sprache. In der dritten Stelle (100) einen zehnfachen Zehner oder Hunderter; in der vierten Stelle (1000) einen zehnfachen Hunderter, d. i. einen Tauſender; in der fünften Stelle (10000) einen zehnfachen Tauſender u. ſ. w., welche Namen man aus den vorhergehenden zuſammenſetzt. Einen tauſendfachen Tauſender, welcher durch die in die ſiebente Stelle geſetzte Einheit (1000000) ausgedrückt wird, nennt man auch der Kürze wegen eine Million; tauſend Mal tauſend Millionen (1000 000 000 000) eine Billion; tauſend Mal tauſend, oder eine Million Billionen eine Trillion u. ſ. w. Da nun aus den Einheiten die Zahlen entſtehen, ſo wird man leicht einſehen, wie es möglich ſey, durch die Zuſammenſetzung der angeführten Figuren, deren Werth eben ſo, wie der Werth der Einheiten, mit ihren Stellen zunimmt, auch die größten Zahlen auf eine leichte Art auszudrücken. In Anſehung der Bezeichnung iſt noch dieſes zu erinnern, daß man die verſchiednen Klaſſen von Einheiten auch folgendergeſtalt anzuzeigen pflegt.

Nämlich 1	ſchreibt man	auch	1^{0}
10	—	—	$1'$
100	—	—	$1''$
1000	—	—	$1'''$
10000	—	—	1^{IV}
100000	—	—	1^{V} u. ſ. f.

und ſo auch die übrigen Zahlzeichen, welches in vielen Fällen einige Bequemlichkeit verſchafft. Man wird dieſe Art zu ſchreiben leicht merken können, wenn man nur erwägt, daß die oben rechter Hand geſetzte römiſche Zahl, welche der Exponent der Ziffer genannt wird, und wofür auch Einige die gewöhnlichen kleinen Zahlzeichen nehmen, die Anzahl der Nullen vorſtellt, womit man auf die gewöhnliche Art die Stelle einer Zahl, oder ihren eigentlichen Werth andeutet. 9^{VII} iſt eben ſo viel, als 90000000. Uebrigens heißen einfache Zahlen ſolche, die mit einer Ziffer, und zuſammengeſetzte diejenigen, die mit mehr als einer Ziffer geſchrieben werden müſſen. Alſo wäre 9 eine einfache, und 38 eine zuſammengeſetzte Zahl, weil die letztere aus 3 Zehnern und 8 Einern beſteht.

§. 22.

Wenn man das vorige recht verſteht, ſo wird man keine beſondere Anweiſung nöthig haben, eine vorgeſagte Zahl durch die üblichen Zeichen auszudrükken, oder eine geſchriebene Reihe von Zahlen gehörig auszuſprechen, welches in der Arithmetik Numeriren genannt wird. Sollte man alſo folgende Zahl: Acht Millionen, vier Tauſend drey Hundert und Vierzig ſchreiben; ſo dürfte man ſich nur an die vorhin erklärten Regeln erinnern, daß die Millionen in der ſiebenten Stelle, die Tauſende in der vierten, die Hunderte in der dritten, und die Zehner in der zweyten Stelle zu ſtehen kommen, und die Null alsdenn gebraucht wird, wenn es von einer gewiſſen Klaſſe keine Zahl gibt, und doch der folgenden wegen die Stelle bemerkt werden muß, nämlich:

8004340.

Eben ſo leicht wird es ſeyn, die größte Reihe von Zahlen richtig zu leſen, wenn man die Ziffern nur erſt von der Rechten gegen die Linke zu betrachtet, und ſich, um die Verwirrung zu vermeiden, und dem Gedächtniſſe zu ſtatten zu kommen, einige Stellen, z. B. diejenigen, wo die Hunderte, die Tauſende, die Millionen, die Billionen u. ſ. w. ſtehen, durch gewiſſe willkührliche Zeichen bemerkt. Z. B. es ſey folgende Reihe gegeben:

t . b . m .
. 4356782936400008523 .
. . . . . .

Wir wollen alſo, um bey dieſen vielen Zahlen die Stellen derſelben und ihren Werth deſto leichter merken zu können, die Hunderte mit einem Pünktchen unter der Ziffer, und die Tauſende durch ein Pünktchen über der Ziffer, die Millionen durch m, die Billionen durch b, die Trillionen durch t u. ſ. f. bezeichnen. Nun werden wir die Zahl, wie unſre übrige Schrift, von der Linken gegen die Rechte zu, ohne Schwierigkeit leſen können, wenn wir nun noch den kleinen Eigenſinn des Sprachgebrauchs bemerken, daß man bisweilen die kleinere Zahl vor der größern auszuſprechen pflegt. Denn z. B. 23 ſollte man eigentlich leſen zwanzig und drey; die Gewohnheit aber verlangt, drey und zwanzig zu ſprechen. Die vorige Reihe von Zahlen würde daher folgendergeſtalt ausgeſprochen werden. Vier Trillionen, drey hundert ſechs und funfzig tauſend ſieben hundert zwey und achtzig Billionen, neun hundert ſechs und dreyſig tauſend, vier hundert Millionen, acht Tauſend, fünfhundert und drey und zwanzig.

§. 23.

Ob man gleich an dieſe Art bis auf zehn zu zählen von Kindheit an gewöhnt iſt, weswegen ſie vielen Ungeübten als eine nothwendige Sache vorkommen wird; ſo iſt dieſelbe doch in der That eben ſo willkührlich, als es die Ziffern ſind, womit die Zahlen bezeichnet werden: daher auch einige Gelehrte andre Arten zu zählen angegeben haben. So lehrt z. B. der berühmte Baron von Leibnitz durch das Zeichen der Einheit und die Null alle mögliche Zahlen zu ſchreiben Nämlich er nimmt dieſes willkührliche Geſetz an, daß die folgende Stelle, von der Rechten gegen die Linke zu gerechnet, allemal zwey Mal ſo viel bedeuten ſoll, als die vorhergehende. Nach dieſer Art zu zählen, welche man die Leibnitziſche Dyadik nennt, weil man nur bis auf zwey zählt, würde alſo

10	ſo viel bedeuten als			2
11	—	—	—	3
100	—	—	—	4
101	—	—	—	5
110	—	—	—	6
111	—	—	—	7
1000	—	—	—	8
1001	—	—	—	9
1010	—	—	—	10
1011	—	—	—	11
1100	—	—	—	12
1101	—	—	—	13
1110	—	—	—	14
1111	—	—	—	15
10000	—	—	—	16 u. ſ. f.

Wollte man mit einigen Gelehrten nur bis auf vier zählen, um alle mögliche Zahlen mit vier Zeichen ſchrei-

ben zu können; ſo müßte man jede Ziffer in der folgenden Stelle, von der Rechten gegen die Linke zu gerechnet, vier Mal ſo viel als in der vorhergehenden gelten laſſen. Auf dieſe Art würde

10	ſo viel	bedeuten	als	4
11	—	—	—	5
12	—	—	—	6
13	—	—	—	7
20	—	—	—	8
21	—	—	—	9
22	—	—	—	10
23	—	—	—	11
30	—	—	—	12
31	—	—	—	13
32	—	—	—	14
33	—	—	—	15
100	—	—	—	16 u. ſ. f.

Hätte aber Jemand den Einfall, im Zählen weiter, als bis zehn zu gehen; wollte er z. B. bis auf zwölf zählen, ſo müßte er die Zahlen 10 und 11 durch beſondre Zeichen ausdrücken, und jedes Zeichen in einer Stelle weiter gegen die linke Hand zu zwölf Mal mehr, als in der vorhergehenden Stelle bedeuten laſſen.

Drittes Kapitel.

Von den vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen.

§. 24.

Nachdem ich alſo die nothwendigſten Erklärungen und Grundſätze nebſt den Zeichen der Zahlen angeführt habe, ſo will ich nunmehr die vier Rechnungsarten ſelbſt kürzlich durchgehen. Ich mache alſo den Anfang mit der Addition, welche, wie bereits oben (§. 5.) bemerkt worden iſt, aus einigen gegebenen Zahlen eine neue finden lehrt, die ſo viel Einheiten enthält, als alle gegebene zuſammengenommen. Da ſich aber eine Zahl nur durch gleichartige Zahlen vermehren läßt (§. 4.); ſo iſt klar, daß die Addition bey ſolchen Zahlen nicht Statt findet, die ſich auf verſchiedne Einheiten beziehen. Man kann alſo 3 Stunden und 5 Thaler unmöglich zuſammen addiren. Aus eben dem Grunde läßt ſich leicht einſehen, daß die Summe ſich auf eben die Klaſſe von Einheiten beziehen muß, auf welche ſich die addirten Zahlen beziehen. Addirt man Einer, ſo wird die Summe auch Einer bedeuten; addirt man Zehner, ſo wird man zur Summe auch Zehner erhalten u. ſ. f.

§. 25.

Die meiſten Zahlen, welche addirt werden ſollen, ſind zuſammengeſetzt, und können wegen ihrer Größe nicht auf ein Mal addirt werden. Man pflegt da-

her die gleichartigen Theile derſelben unter einander zu ſetzen, und ſie nach und nach zuſammen zu zählen; weil es nach dem oben (§. 10.) angeführten Grundſatze einerley ſeyn muß, ob ich ein Ganzes zu einem andern Ganzen auf einmal addire, oder ob ich alle Theile des einen zu den Theilen des andern nach und nach hinzu ſetze; wozu nur dieſes erfordert wird, daß man im Stande ſey, zwey einzelne Zahlen auf einmal zu addiren, welches man im Anfange durch die Finger, oder durch Rechenpfennige ſo lange zu thun pflegt, bis man durch die Uebung dieſes Zuſammenzählen in Gedanken verrichten kann. Wir wollen alſo ſetzen, es ſollten folgende Zahlen addirt werden: 3458. 457. 1832. 4378. 37. Dieſe muß man zuerſt folgendergeſtalt, nehmlich alſo ſchreiben, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. ſ. f. zu ſtehen kommen.

34/5 8/
4 5/7/
18/3 2
43 7/8/
3 7
———————
101 6 2

Hierauf ziehe man einen Strich, und zähle alle Einer, alle Zehner, alle Hunderte und alle Tauſende zuſammen. Weil nun zehn Einer einen Zehner, zehn Zehner einen Hunderter u. ſ. f. ausmachen, ſo darf man erſtlich bey den Einern nur Acht geben, wie vielmal man bis auf zehn habe zählen können, und wieviel noch übrig geblieben ſey. So vielmal man bey den Einern bis auf zehn zählen kann, ſoviel hat man Zehner, die man alſo zur folgenden Reihe rechnen muß. Eben ſo kann man auch mit den folgenden Reihen verfahren,

um die Summen derſelben zu erhalten. Damit man es aber nicht vergißt, wie vielmal man bis zehn gezählt hat, ſonderlich bey großen Exempeln, ſo pflegt man ſich bey den Zahlen durch einen Punct oder Strich ein Merkmal zu machen; hernach zählt man die Striche oder Puncte, und rechnet ſo viel Einheiten zur folgenden Reihe, als man ſolcher Puncte oder Striche gezählt hat. Die vorigen Zahlen würde man daher alſo addiren: 7 und 8 Einer ſind 15, folglich 5 Einer über einen Zehner; dieſen Zehner bemerke ich bey der 8 durch ein Comma. 5 Einer und die folgenden 2 machen 7, und dieſe wieder zu 7 addirt, 14, d. i. 4 über 10; daher ich wieder das vorige Merkmal bey der 7 anbringe. Die jetzt übrig gebliebene 4 und die folgende 8 geben 12 Einer, d. i. 2 Einer über einen Zehner. Nunmehr ſetze ich, da keine Einer mehr zu addiren ſind, dieſe 2 zuletzt übrig gebliebenen Einer unter den Strich an die erſte Stelle, und addire die folgende Reihe der Zehner, wie die vorige, indem ich noch die 3 Zehner, die aus der Addition der Einer entſtunden, dazu zähle; ſo erhalte ich 6 Zehner, welche ich in die gehörige Stelle ſetze, und noch überdieſes 2 Hunderte, die ich zur folgenden Reihe nehme, wo ſich die Hunderte befinden. Zähle ich nun auf gleiche Art alle Hunderte zuſammen, ſo erhalte ich 1 Hunderter und 2 Tauſende. Rechne ich endlich dieſe 2 Tauſende zu der 4ten Reihe, wo die Tauſende ſtehen, ſo erhalte ich 10 Tauſende, und folglich zur ganzen Summe 10162.

Die beſte Probe der Addition iſt, daß man ein Exempel mehr als einmal rechnet. Erhält man allemal einerley Summe; ſo kann man nach der gröſten Wahrſcheinlichkeit ſchließen, daß man richtig addirt habe.

§. 26.

Die benannten Zahlen werden eben ſo, wie die unbenannten, addirt, nur daß man genau wiſſen muß, wie viel kleinere Einheiten eine größere Einheit ausmachen. Im Anhange ſollen daher einige Tabellen von der verſchiedenen Eintheilung des Geldes, Maaſſes und Gewichtes folgen. Weiß man alſo, daß ein Thaler 24 Groſchen, und ein Groſchen 12 Pfennige enthält; ſo wird man leicht Zahlen addiren können, die aus Thalern, Groſchen und Pfennigen beſtehen. Denn bey den Pfennigen darf man nur immer bis auf 12, und bey den Groſchen bis auf 24 zählen. So vielmal als man bey den Pfennigen bis auf 12 hat zählen können, ſo viel Einheiten müſſen zu den Groſchen gerechnet werden, und ſo vielmal bey den Groſchen bis auf 24 gezählt worden iſt, ſo viel Einheiten müſſen zu den Thalern gerechnet werden. Z. B.

235	Thaler	8,	Groſchen	7,	Pfennige.
102	—	20	—	5	—
18	—	9,	—	8,	—
200	—	15	—	3	—
25	—	6,	—	9,	—
16	—	16	—	6	—
599	—	5	—	2	—

Bey den Pfennigen kann ich 3mal bis auf 12 zählen, und behalte noch 2 übrig. Die Summe der Pfennige beträgt alſo 3 Groſchen und 2 Pfennige. Dieſe 2 Pfennige ſetze ich an die Stelle der Pfennige, und rechne die 3 Groſchen zur folgenden Claſſe, welche lauter Groſchen enthält. Bey den Groſchen kann ich 3mal bis auf 24 zählen, und behalte noch 5 Einheiten übrig. Die Summe aller Groſchen beträgt daher 3 Thaler und 5 Groſchen. Dieſe fünf Groſchen

ſetze ich wieder an die gehörige Stelle, und rechne die 3 Thaler zu der folgenden Claſſe der Thaler, ſo iſt die ganze Addition geendiget.

Wollte man ſich die Addition der benannten Zahlen ganz allgemein vorſtellen, ſo dürfte man nur ſtatt Thaler, Groſchen u. ſ. w. Buchſtaben ſetzen, z. B. a, b, c, u. ſ. f. Diejenigen Größen, welche durch einerley Buchſtaben ausgedrückt werden, müßte man alſo für gleichartige anſehen und wirklich zuſammen addiren; bey den übrigen aber, die durch verſchiedne Buchſtaben angedeutet werden, könnte man nur die Addition durch das gewöhnliche Zeichen anzeigen. Z. B.

$$\begin{array}{rrrrrr} & 8a & + & 6b & + & 3c \\ & 4a & + & 7b & + & 9c \\ & 5a & + & 3b & + & c \\ \hline \text{Summe} & 17a & + & 16b & + & 13c \end{array}$$

Hingegen:

$$\begin{array}{rl} & 5a + 2b + 7c \\ & 6a + 7m + 39h \\ \hline \text{Summe} & 11a + 2b + 7m + 7c + 39h \end{array}$$

§. 27.

Soll man eine zuſammengeſetzte Zahl von einer andern zuſammengeſetzten Zahl ſubtrahiren, ſo muß man ebenfalls die gleichartigen Theile unter einander ſetzen (§. 4.), und dieſelben nach und nach von einander abziehen; wobey die Subtraction der einfachen und kleinern vorausgeſetzt wird, welche man entweder in Gedanken, oder, wenn man noch nicht geübt genug iſt, an den Fingern verrichtet. Iſt der abzuziehende untere Theil größer, als der obere, aus

welchem er weggenommen werden ſoll; ſo geht man zur folgenden Claſſe linker Hand, und nimmt davon eine Einheit herüber, welches man borgen heißt, und durch einen Punct bemerkt. Eine ſolche Einheit muß alſo nothwendig 10 Einheiten der vorhergehenden Claſſe ausmachen (§. 21.). Hat man nun damit die zu kleine Zahl vermehrt, ſo zieht man die untere Zahl davon ab, und ſetzt den Unterſchied an den gehörigen Ort; welches man ſo lange fortſetzt, bis man alle Theile der untern Zahl von allen gleichartigen Theilen der obern Zahl ſubtrahiret hat. Z. B. ſoll man 25367 von 82932 abziehen; ſo ſchreibt man zuerſt dieſe beyden Zahlen untereinander:

$$\begin{array}{ccccc} 8^{\cdot} & 2 & 9^{\cdot} & 3^{\cdot} & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 6 & 7 \\ \hline 5 & 7 & 5 & 6 & 5 \end{array}$$

Nunmehr fängt man bey den Einern an. Hier ſollen 7 Einer von 2 Einern weggenommen werden; welches aber unmöglich iſt. Man geht alſo in die folgende Claſſe, und borgt von den 3 Zehnern eine Einheit, welches durch den Punct angedeutet wird. Dieſer Zehner, welcher 10 Einer enthält, macht mit den 2 Einern 12 Einer aus, von denen ich nunmehr leicht 7 Einer wegnehmen kann, und noch 5 Einer übrig behalte, die man unter den Strich an die Stelle der Einer ſetzt. 6 Zehner von 2 Zehnern, (denn von den 3 Zehnern war vorhin einer verborgt worden) können ebenfalls nicht abgezogen werden; man muß alſo hier wieder von der folgenden Claſſe einen Hunderter borgen, welcher zehn Zehner gilt, und zu den 2 Zehnern hinzugeſetzt, 12 Zehner ausmacht. Wenn man nun 6 Zehner von dieſen 12 Zehnern abzieht, ſo blei-

ben noch 6 Zehner übrig, welche wiederum unter den Strich in die Stelle der Zehner geſetzt werden. Statt der 9 Hunderte ſtelle ich mir alsdenn oben nur 8 Hunderte vor, weil vorhin ein Hunderter zu den Zehnern genommen wurde, ziehe davon die untern 3 Hunderte ab, welches hier ohne Borgen geſchehen kann, und ſetze die übrig gebliebenen 5 Hunderte an die gehörige Stelle. 5 Tauſende laſſen ſich aus 2 Tauſenden wiederum nicht wegnehmen, es muß alſo ein Zehntauſender geborgt, und zu den 2 Tauſenden hinzugeſetzt werden, wodurch 12 Tauſende entſtehen, von welchen ſich 5 Tauſende nunmehr leicht abziehen laſſen. Der Ueberreſt, 7 Tauſend, wird an die Stelle der Tauſende geſetzt, und endlich der letzte Theil, nämlich 2 Zehntauſende von 7 Zehntauſenden ſubtrahirt, wodurch man 5 Zehntauſende, und alſo zur ganzen Differenz 57565 erhalten muß; weil alle Theile der untern Zahl aus der obern abgezogen worden ſind, und alle Theile zuſammen genommen dem Ganzen gleich gelten. (§. 10.)

§. 28.

Man darf nur die Erklärung der Subtraction erwägen, ſo wird man von ſelbſt ſchon einſehen, wie man den gefundenen Unterſchied prüfen könne. Denn da der Unterſchied diejenige Zahl iſt, welche anzeigt, wie viel Einheiten in der größern Zahl mehr enthalten ſind, als in der kleinern; ſo muß die Summe der kleinern Zahl und der Differenz ſo viel betragen, als die größere. Wollen wir alſo die Probe von dem vorigen Exempel machen, ſo dürfen wir nur den Unterſchied und die kleinere Zahl addiren.

2 5 3 6 7
5 7 5 6 5
8 2 9 3 2

Die Summe von beyden beträgt 82932 und iſt folglich der größern von den beyden gegebenen Zahlen, aus welcher ſubtrahirt wurde, gleich; wodurch die Richtigkeit der Rechnung vollkommen beſtätiget wird.

§. 29.

Bisweilen ſteht an dem Orte, wo man borgen will, eine Null, von welcher ſich nichts wegnehmen läßt, weil ſie keine Zahl bedeutet. In dieſem Falle geht man weiter, bis man eine wirkliche Zahl antrift, und verfährt folgendergeſtalt. Es ſey z. B. von 403 die Zahl 276 abzuziehen

4˙ 0˙ 3
2 7 6
1 2 7

Sechs Einer laſſen ſich nicht von 3 Einern abziehen, ich ſollte daher einen Zehner borgen. Weil aber in der Stelle der Zehner eine Null ſtehet, ſo gehe ich zu den Hunderten, nehme einen davon, und ſetze ihn in Gedanken an die Stelle der Zehner, wo er 10 Einheiten bedeutet. Von dieſen 10 Zehnern nehme ich einen wiederum weg und verbinde ihn mit den 3 Einern, die nunmehr mit dem geborgten Zehner zuſammen 13 Einer ausmachen müſſen. Ich ſtelle mir daher die obere Zahl 403 eigentlich alſo vor: 3 Hunderte, 9 Zehner, und 13 Einer; in welcher Geſtalt ich hernach die Subtraction nach den vorigen Regeln verrichte, und zum Unterſchiede 127 erhalte.

Man wird alſo aus dieſer Erklärung die Urſache leicht einſehen, warum man ſich an dem Orte, wo eine Null ſteht, wenn man hat borgen müſſen, 9 Einheiten vorſtellt.

§. 30.

Bisher haben wir ſolche Fälle betrachtet, wo die ganze zuſammengeſetzte Zahl, welche ſubtrahirt werden ſoll, kleiner iſt, als diejenige, aus welcher ſie weggenommen werden muß, obgleich bisweilen der abzuziehende Theil größer war, als derjenige, aus welchem er weggenommen werden ſollte. Es gibt aber auch Fälle, wo ein größeres Ganze von einem kleinern Ganzen ſubtrahirt werden ſoll. In ſolchen Fällen nimmt man ſo viel weg, als möglich iſt, und bemerkt durch das Zeichen der Subtraction, wie viel man noch eigentlich hätte wegnehmen ſollen. Z. B. es ſey 25 von 20 zu ſubtrahiren. Aus 20 Einern kann man aufs höchſte nur wieder 20 Einer wegnehmen. Folglich würde ich hier 5 Einer übrig behalten, die ſubtrahiret werden ſollten, und nicht ſubtrahirt werden könnten; welche Differenz durch —5 ausgedrückt wird. Eben ſo wäre

$$7 - 9 = -2$$

und $5 - 8 = -3$

Man ſubtrahirt alſo in dergleichen Fällen eigentlich umgewendet, und ſetzt zu dem Ueberreſte, um dieſes anzudeuten, das Zeichen — oder minus. Dergleichen Unterſchiede pflegt man negative Zahlen zu nennen, und ſie den poſitiven entgegen zu ſetzen, welche man entweder an dem Zeichen + oder an der Abweſenheit eines Zeichens erkennet. Man kann ſich daher die Entſtehungsart der negativen Zahlen ſo vorſtellen, daß eine

kleinere Zahl von einer größern abgezogen worden ſey. Man nennt überhaupt diejenigen Größen von einer Art entgegengeſetzt, die man unter ſolchen Bedingungen oder Umſtänden betrachten kann, wo eine durch die andere vermindert wird. Setzt man die eine als poſitiv oder bejahend, welches von unſrer Willkühr abhängt, ſo wird die andre, welche ihr entgegengeſetzt iſt, negativ oder verneinend genannt. Z. B. 100 Thaler Schulden und 100 Thaler baares Geld ſind Größen von einer Art, die aber einander vermindern, wenn ſie mit einander verbunden werden. Denn wenn ich das Vermögen eines Menſchen beſtimmen will; ſo muß ich dasjenige, was er andern ſchuldig iſt, von demjenigen, was er wirklich beſitzt, abziehen, und folglich wird das baare Geld oder wirkliche Vermögen durch die Schulden vermindert, daher man das baare Geld und die Schulden als entgegengeſetzte Größen anſehen muß. Betrachtet man nun das baare Geld als poſitiv, ſo werden die Schulden negativ ſeyn; wollte man aber die Schulden für poſitiv annehmen, ſo würde das baare Geld negativ werden. Im erſten Falle, wenn nämlich das baare Geld oder das wirkliche Vermögen als poſitiv angenommen wird, hätte alſo der Ausdruck: Cajus beſitzt 1500 Thaler negatives Vermögen, dieſe Bedeutung: Cajus iſt nicht nur ganz ohne Vermögen, ſondern er iſt noch über dieſes 1500 Thaler ſchuldig. Hieraus kann man zugleich den Grund einſehen, warum die negativen Größen weniger als nichts genannt werden. Wer ohne Vermögen, und noch über dieſes 1500 Thaler ſchuldig iſt, der beſitzt in der That noch weniger, als der, der zwar nicht einen Pfennig im Vermögen,

aber auch keine Schulden hat. Der Ausdruck, weniger als nichts, muß alſo nicht unrecht verſtanden werden. Denn wenn man die negativen Größen nicht in Beziehung auf die poſitiven betrachtet; ſo ſind ſie mehr als nichts, und überhaupt eben ſo gut wirkliche Größen, als die poſitiven. Dergleichen entgegengeſetzte Größen würde man auch bey der vorwärts und rückwärts, bey der oberwärts und unterwärts gehenden Bewegung eines Körpers, und in vielen andern Fällen mehr haben. Setze ich die Bewegung eines Körpers von Abend gegen Morgen poſitiv, ſo würde die entgegengeſetzte von Morgen gegen Abend negativ ſeyn; nenne ich die Bewegung eines Körpers in die Höhe poſitiv, ſo muß ich die entgegengeſetzte Bewegung in die Tiefe als negativ anſehen. Aus dieſer Urſache pflegt man auch in der höhern Geometrie die Lage der Puncte einer krummen Linie durch Plus und Minus auszudrücken. Denn nimmt man ein Paar gerade Linien, die einander durchſchneiden, als Beziehungslinien an, und betrachtet man die Entfernung derjenigen Puncte, welche ſich über der einen Beziehungslinie befinden, als poſitiv; ſo muß man die Entfernung derjenigen Puncte, die unter dieſe Linie fallen, als negativ anſehen. Auf eben die Art werden die Entfernungen der Puncte, welche in Anſehung der andern Beziehungslinie rechter Hand liegen, negativ werden, ſobald man die Entfernungen derjenigen Puncte, welche linker Hand liegen, als poſitiv betrachtet.

§. 31.

Die Subtraction der benannten Zahlen erfordert keine beſondere Regeln, wenn man nur die Ein-

theilung der Dinge weiß, welche die benannten Zahlen anzeigen. Wer unbenannte Zahlen von einander ſubtrahiren kann, wird z. B. von 239 Centnern 18 Pfunden 4 Lothen, ohne große Mühe 48 Centner 83 Pfund 20 Loth abziehen können, wofern ihm nur bekannt iſt, daß der Centner 110 Pfund, und das Pfund 32 Loth enthält. Die Rechnung ſelbſt würde folgende ſeyn:

2'39' Centner 18' Pfund 4 Loth.
48 „ 83 „ 20 „
190 Centner 44 Pfund 16 Loth.

Zuerſt ſoll man 20 Loth von 4 Loth wegnehmen, welches nicht angeht; man muß alſo von den 18 Pfunden eins borgen. Ein Pfund oder 32 Loth verbunden mit 4 Loth macht 36 Loth, von welchen nunmehr 20 Loth leicht weggenommen werden können. Der Ueberreſt iſt 16 Loth. 83 Pfund laſſen ſich von 17 Pfund auch nicht abziehen. Borgt man alſo 1 Centner, d. i. 110 Pfund, und ſetzt dieſe zu 17 Pfund, ſo erhält man 127 Pfund, von welchen ſich 83 Pfund wirklich abziehen laſſen. Der Ueberreſt beträgt 44 Pf. und der ganze Unterſchied, wenn man noch die übrigen Zahlen von einander ſubtrahirt, 190 Centner 44 Pfund 16 Loth.

Auf eine ähnliche Art würde man auch bey Buchſtaben verfahren; wobey nur dieſes zu bemerken iſt, daß man hier nicht borgen kann, weil man in ſolchen allgemeinen Ausdrücken nicht weiß, wie viel a oder b dazu gehören, um ein c, ein d u. ſ. f. auszumachen. Anſtatt alſo von der folgenden Größe zu borgen, zeigt man blos durch das Zeichen Minus an, was ſich nicht hat abziehen laſſen, und drückt alſo den Unterſchied negativ aus. Z. E.

$$\begin{array}{lr} & 12c+8b+3a \\ & 4c+2b+9a \\ \hline \text{Unterſchied} & 8c+6b-6a \end{array}$$

§. 32.

Sollen Zahlen in einander multipliciret werden, ſo ſind entweder beyde Factores einfach, oder nur einer, oder keiner. Die Multiplication der zuſammengeſetzten Zahlen ſetzt die Multiplication der einfachen voraus; daher mit dieſer der Anfang gemacht werden muß. Wenn man die Erklärung der Multiplication (§. 6.) erwägt; ſo wird man leicht einſehen, daß ſie nichts anders iſt, als eine wiederholte Addition. Man würde alſo z. B. das Product aus der Zahl 6 in die Zahl 5 leicht finden können, wenn man die Zahl 6 fünfmal zu ſich ſelbſt addirte. Man kann ſich daher durch Hülfe der bloßen Addition ein Täfelchen aufſetzen, worin die Producte aller einfachen Zahlen in einander enthalten ſind, und welches man das Pythagoriſche Täfelchen oder das Einmaleins zu nennen pflegt. Man verzeichnet ſich nämlich ein Viereck, und theilet daſſelbe in 9 Reihen, und jede Reihe wieder in 9 Fächer oder kleinere Vierecke. In die oberſte Reihe ſchreibt man die 9 einfachen Zahlen nach ihrer Ordnung, addirt hierauf jede Zahl zu ſich ſelbſt, um das Doppelte davon zu erhalten, und ſetzt dieſes Doppelte einer jeden Zahl in die zweyte Reihe. Zu den Zahlen der zweyten Reihe addirt man wieder die darüber ſtehenden Zahlen der erſten Reihe, wodurch man nothwendig das Dreyfache von jeder obern Zahl erhalten muß. Dieſes Dreyfache kömmt in die dritte Reihe; und wenn man nun hierzu wieder das einfache oder die

Zahlen der erſten Reihe hinzuſetzt, ſo entſteht das Vierfache von jeder Zahl, welches in die vierte Reihe geſchrieben wird. Fährt man nun mit dieſer Beſchäftigung fort, indem man immer die letzte und erſte zuſammen addirt, bis man auf das Neunfache gekommen iſt; ſo muß man hierdurch eine Tabelle, wie die folgende, erhalten, worin ſich die Producte aller einfachen Zahlen in einander befinden, die man hernach bey der Multiplication der zuſammengeſetzten Zahlen ſehr vortheilhaft gebrauchen kann.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
2.	4.	6.	8.	10	12.	14.	16.	18.
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.
4.	8.	12.	16.	20	24.	28.	32.	36.
5.	10.	15.	20.	25.	30	35.	40.	45.
6.	12.	18	24.	30.	36.	42.	48.	54.
7.	14.	21.	28.	35.	42.	49.	56.	63.
8.	16.	24.	32.	40.	48.	56.	64	72.
9.	18.	27.	36.	45.	54.	63.	72.	81.

Es ſey z. B. durch Hülfe des hier verzeichneten Täfelchens das Product 7×8 zu beſtimmen. Wenn ich nachſehe, was für eine Zahl in der achten Reihe unter der 7 ſteht, ſo werde ich die Zahl 56 finden, welche alſo das Achtfache von 7 oder das Product 7×8 ſeyn muß. Eben dieſes Product würde ich auch erhalten, wenn ich das Siebenfache von der Zahl 8 ſuchte; woraus man alſo ſehen kann, daß ſieben Mal acht ſo viel iſt, als acht Mal ſieben, und daß es alſo

einerley ſeyn muß, ob ich die Zahl acht als den Multiplicator oder als den Multiplicandum betrachte. Eben dieſes wird man in allen übrigen Beyſpielen finden; daher man ſich den Satz merken kann, daß die Ordnung der Factoren etwas willkührliches iſt, und daß überhaupt $a \times b$ ſo viel ſeyn muß als $b \times a$.

§. 33.

Sollte nun eine zuſammengeſetzte Zahl durch eine einfache multiplicirt werden, z. B. 43785 durch 9, ſo würde dieſes auf folgende Art geſchehen können, ohne daß man nöthig hätte, die Zahl 43785 neun Mal zu ſich ſelbſt zu addiren, welches ſchon eine zu weitläufige Arbeit wäre, und in andern Fällen noch beſchwerlicher ſeyn würde. Nämlich weil das Ganze und alle Theile zuſammengenommen einander gleich ſind (§. 10); ſo muß es einerley ſeyn, ob man die vorige Zahl auf ein Mal durch 9 multiplicirt, oder ob man dieſe Vervielfältigung mit allen ihren Theilen nach und nach vornimmt. Man ſchreibt daher die beyden Zahlen unter einander, zieht einen Strich, und rechnet folgendergeſtalt:

$$\begin{array}{r} 43785 \\ 9 \\ \hline 394065 \end{array}$$

Zuerſt multiplicirt man nämlich die 5 Einer in 9. Dieſes Product iſt nach dem Einmaleins 45, nämlich Einer, d. i. 4 Zehner und 5 Einer. Die 5 Einer ſetzt man unter den Strich an die Stelle der Einer, und behält die vier Zehner in Gedanken, um ſie zu der folgenden Klaſſe zählen zu können. Hierauf

multiplicirt man den zweyten Theil, acht Zehner durch 9. Das Product aus 8 in 9 iſt nach dem Einmaleins zwey und ſiebenzig, und muß hier Zehner bedeuten, weil man eigentlich acht Zehner neun Mal genommen hat. Zu dieſen zwey und ſiebenzig Zehnern ſetzt man die vorigen vier Zehner; wodurch ſechs und ſiebenzig Zehner entſtehen, d. i. ſieben Hunderte und ſechs Zehner. Nachdem man alſo dieſe ſechs Zehner unter den Strich an den gehörigen Ort geſetzt; und die ſieben Hunderte ſich gemerkt hat, multiplicirt man die dritte Ziffer der obern Zahl, nämlich die Sieben, welche Hunderte bedeutet. Sieben Hunderte neun Mal genommen, machen 63 Hunderte, und mit den vorigen 7 Hunderten 70 Hunderte oder 7 Tauſende und keinen Hunderter. An die Stelle der Hunderte kommt alſo Null. Die vierte Ziffer des Multiplicandi iſt 3, welche Tauſende bedeutet, und dieſe 9 Mal genommen, machen 27 Tauſende, wozu noch die vorigen ſieben Tauſende addirt werden müſſen, wodurch vier und dreyßig Tauſende, d. i. drey Zehntauſende und vier Tauſende entſtehen. Die vier Tauſende kommen alſo in die vierte Stelle des Products, und die drey Zehntauſende werden im Sinne behalten. Vier Zehntauſende, neun Mal genommen, machen ſechs und dreyßig Zehntauſende, und mit den vorigen drey zuſammen neun und dreyßig Zehntauſende, die alſo als der letzte Theil des Products ganz ausgeſchrieben werden. Da nun die Zahl 394065 das Neunfache von allen Theilen der gegebenen Zahl 43785 enthält; ſo muß ſie nothwendig das Neunfache von der ganzen Zahl, das heißt, das Product aus 43785 in 9 ſeyn.

§. 34.

Sind beyde Factores zuſammengeſetzte Zahlen, ſo multiplicirt man jede Ziffer des Multiplicandi mit jeder Ziffer des Multiplicators, und ſchreibt die Producte ſo unter einander, daß die gleichartigen Theile, welche man hernach addiren muß, in einer Reihe zu ſtehen kommen. Z. B. es ſey die Zahl 25438 durch 643 zu multipliciren.

```
   25438
     643
--------
   76314
 101752
152628
--------
16356634
```

Man wird leicht einſehen, wenn man ſich an den vorhin angeführten Grundſatz (§. 10.) erinnert, daß man die Zahl 25438 durch 643 multiplicirt, ſobald man ſie ſechshundert Mal, hernach vierzig Mal und endlich drey Mal, oder zuerſt drey Mal, alsdenn vierzig Mal, und endlich ſechshundert Mal nimmt. Denn es gilt hier gleich viel, ob man mit den Hunderten oder mit den Einern anfängt; insgemein aber pflegt man das letzte zu thun. Multiplicirt man nun 25438 durch 3 nach den vorhin erklärten Regeln, ſo erhält man 76314 Einer, welche man unter den gezogenen Strich ſetzt. Auf eben die Art multiplicirt man die obere Zahl mit der zweyten Ziffer des Multiplikators, nämlich mit 4, wodurch die Zahl 101752 entſteht. Weil aber dieſe zweyte Zahl des Multiplicators Zehner bedeutet, indem man hier eigentlich vier Zehner 25438 Mal genommen hat; ſo muß auch das Product 101752 Zehner bedeuten; daher dieſe

Zeile nicht unmittelbar unter die vorige geſetzt werden kann, ſondern um eine Stelle eingerückt werden muß. Endlich nimmt man die letzte Ziffer des Multiplicators 6, und verfährt damit wie vorhin; wodurch man das Product 152628 erhält, welches ſich auf Hunderte bezieht, weil man hier eigentlich ſechs Hunderte 25438 Mal genommen hat; daher man es auch wieder unter die zweyte Zeile dergeſtalt ſchreibt, daß man die erſte Ziffer rechter Hand unter die Hunderte ſetzt. Die Summe aus dieſen drey Zeilen 16356634 muß alſo nothwendig die Producte aus allen Theilen des Multiplicators in einen jeglichen Theil des Multiplicandi, und folglich das verlangte Product aus den beyden ganzen Zahlen in einander enthalten.

Hätte man nicht mit der erſten Ziffer des Multiplicators, ſondern mit der letzten, nämlich mit den 6 Hunderten den Anfang gemacht, ſo hätte man die folgenden Zeilen nicht einrücken, ſondern immer um eine Stelle herausrücken, und ſie alſo folgendergeſtalt ſchreiben müſſen:

$$
\begin{array}{r}
25438 \\
643 \\
\hline
152628 \\
101752 \\
76314 \\
\hline
16356634
\end{array}
$$

Denn die erſte Zeile bedeutet Hunderte, die andre Zehner, und die dritte Einer.

§. 35.

Wenn ſich Nullen bey einem Factor befinden,

ſo übergeht man ſie anfänglich, weil man ſonſt einige Zeilen mit lauter Nullen, die in der Addition nichts ändern würden, anfüllen müßte. Nur müſſen die Producte an die gehörigen Stellen geſetzt, und wenn die Nullen rechter Hand bey einem Factor ſtehen, dem Producte wieder beygefügt werden, damit die übrigen Ziffern ihren gehörigen Ort erhalten. Z. B.

```
   54325            38264
    6002            53000
 -------          -------
  108650          114792
325950            191320
---------       ----------
326058650       2027992000
```

Befinden ſich ſowohl bey dem Multiplicando als auch bey dem Multiplicator Nullen; ſo multiplicirt man nur die eigentlichen Zahlen, und hängt an das Product alle Nullen der beyden Factoren. Den Grund davon wird man leicht aus dem vorhergehenden einſehen. Z. B.

```
   42350000
      23000
 ----------
  12705
  8470
 -----------
 97405000000
```

§. 36.

Außer der jetzt erklärten Art, die Zahlen zu multipliciren, wobey man das pythagoriſche Täfelchen nöthig hat, gibt es noch andre Arten, die das Einmaleins entbehrlich machen, dergleichen z. B. die Ludolphiſche iſt, welche das Produkt durch bloßes Addiren finden lehrt, doch nicht auf dieſe Art, daß man den einen Factor ſo viel Mal zu ſich ſelbſt addirt, als

der andre Einheiten enthält, welches ſchon bey Zahlen von drey bis vier Ziffern eine überaus weitläufige Rechnung erfordern würde. Wir wollen ſetzen, daß 24318 durch 5234 multiplicirt werden ſollte. Man mache ſich alſo durch Hülfe der Addition, wie bey der Verfertigung des pythagoriſchen Täfelchens gezeigt wurde, das Vielfache von dem Multiplicando 24318, indem man nämlich zuerſt das Einfache zu ſich ſelbſt, um das Zweyfache, und hernach dieſes Zweyfache wieder zu dem einfachen addirt, um das Dreyfache zu erhalten u. ſ. f. Im gegenwärtigen Falle, da die größte Ziffer des Multiplicators 5 iſt, hat man nicht nöthig, dieſe Addition bis zum Neunfachen fortzuſetzen, ſondern kann bey dem Fünffachen ſtehen bleiben. Man muß aber, um ſich nicht zu irren, durch eine Ziffer linker Hand bemerken, daß wie vielfache des Multiplicandi jede Zeile vorſtellt. Iſt dieſes nun geſchehen, ſo beſteht die ganze Multiplication in einem bloßen Abſchreiben und Addiren. Nämlich der erſte Theil des Multiplicators rechter Hand iſt in dem gegenwärtigen Exempel 4; man ſucht alſo das vierfache von dem Multiplicando in der aufgeſetzten Tabelle, 97272, und ſchreibt es unter den Strich. Der zweyte Theil des Multiplicators iſt 3, und bedeutet Zehner; man ſucht daher in der Tabelle das Dreyfache des Multiplicandi, 72954, und ſetzt es, weil es auch Zehner bedeuten muß, in die zweyte Zeile eine Stelle weiter zur Linken. Eben ſo verfährt man mit dem dritten und vierten Theile des Multiplicators, indem man das Zweyfache und Fünffache aus der Tabelle abſchreibt, und jenes unter die Hunderte, dieſes aber unter die Tauſende ſetzt, weil die Ziffer 2 Hunderte und die Ziffer 5 Tauſende bedeutet. Endlich werden,

wie vorhin, dieſe einzelnen Producte zuſammen addirt, wodurch man das ganze Product erhält, das eigentlich verlangt wurde.

	24318 der Multiplicandus	24318
2)	48636 das 2fache deſſelben.	5234
3)	72954 das 3fache.	97272
4)	97272 das 4fache.	72954
5)	121590 das 5fache.	48636
		121590
		127280412

Auf eine ähnliche Art multiplicirt man auch vermittelſt der ſo genannten Nepperiſchen Stäbe, welche dieſen Namen von ihrem Erfinder, dem Baron Nepper aus Schottland, erhalten haben. Bey dieſen Stäben erſpart man die Mühe, das Vielfache des Multiplicandi durch die Addition zu ſuchen; weil dieſe Stäbe ſchon ſo eingerichtet ſind, daß man unter jeder Zahl, die oben ſteht, das Zweyfache bis zum Neunfachen nach der Reihe findet. Man braucht alſo nur die Stäbchen ſo zu legen, daß die obern Zahlen den Multiplicandum vorſtellen, und hernach wie bey der vorigen Art zu verfahren.

§. 37.

Die Multiplication der benannten Zahlen wird ſich nunmehr ohne große Anweiſung verſtehen laſſen; ich will ſie daher blos durch ein einziges Beyſpiel erläutern. Es ſey nämlich 238 Rthlr 8 Gr. 4 Pf. durch 6 zu multipliciren. Dieſes könnte nun auf zweyerley Art geſchehen; erſtlich, wenn man die 238 Rthlr. zu Groſchen machte, und hierzu die 8 Gr. addirte, ferner, dieſe Groſchen wieder in Pfennige

verwandelte, und hierzu die 4 pf. addirte; denn ſo dürfte man hernach dieſe Summe Pfennige nur 6mal nehmen, ſo hätte man die ganze Zahl 238 Rthlr. 8 gr. 4 pf. durch 6 multiplicirt. Allein jedermann wird die Weitläuftigkeit dieſer Methode leicht einſehen. Denn da man auf dieſe Art auch das Product in lauter Pfennigen erhielte, und man im gemeinen Leben eine ſo anſehnliche Summe Geld nicht in Pfennigen auszudrücken pflegt; ſo würde man dieſe Pfennige wieder in Groſchen, und die Groſchen in Thaler verwandeln müſſen. Es iſt alſo beſſer, wenn man ſich einer andern Methode bedient, und jeglichen Theil des Multiplicandi einzeln durch den Multiplicator vervielfältiget. Nämlich in dieſem Falle darf man nur erſt 4 Pf. ſechs Mal nehmen, wodurch man 24 Pf. d. i. 2 Gr. ohne einen Pfennig erhält, alsdenn 8 Gr. ſechs Mal, welches 48 Gr. und mit den vorigen 2 Gr. 50 Gr. oder 2 Rthlr. 2 Gr. ausmacht. Die 2 Gr. ſetzt man alſo in die Stelle der Groſchen, multiplicirt endlich 238 Rthlr. wieder durch 6, und addirt hierzu die vorigen 2 Rthlr. ſo erhält man das ganze Product. Man pflegt aber in ſolchen Fällen, um eine Zeile zu erſparen, den Multiplicator nur ein Mal, nemlich rechter Hand zu ſchreiben, und die Zahlen, welche zur folgenden Klaſſe zu rechnen ſind, im Sinne zu behalten, welches bey einfachen Zahlen, wenn man nur die geringſte Uebung hat, gar keine beſchwerliche Sache iſt.

238 thlr.	8 gr.	4 pf.	(6
1430 —	2 —	ꝛ —	

Eben dieſes Vortheils kann man ſich auch bedienen, wenn der Multiplicator eine zuſammengeſetzte

Zahl iſt, wofern er nur nicht unter die Primzahlen gehöret, d. i. unter diejenigen, welche ſich nicht durch die Multiplication ganzer Zahlen hervorbringen laſſen. Sollte man z. B. die vorige Summe von 238 Rthlr. 8 Gr. 4 Pf. durch 48 multipliciren, ſo dürfte man nur, weil 48 ſo viel als 6mal 8 iſt, dieſelbe erſtlich durch 6 und hernach dieſes Product wiederum durch 8 multipliciren, ſo hätte man das Sechsfache acht Mal genommen, welches nothwendig das 48fache geben muß.

238 rthlr. 8 gr. 4 pf.
(6
1430 — 2 — „
(8
11440 rthlr. 16 gr. — „

Die letzte Zeile würde alſo das verlangte Product aus 238 Rthlr. 8 Gr. 4 Pf. in 48 enthalten.

Noch leichter iſt die Multiplication, wenn Buchſtaben durch Buchſtaben multiplicirt werden ſollen. Bloße Buchſtaben ſetzt man nur neben einander, um das Product anzuzeigen; und ſtehen neben den Buchſtaben noch Ziffern, ſo multiplicirt man ſowohl die Ziffern, als auch die Buchſtaben in einander, addirt hernach diejenigen einzelnen Producte, die durch einerley Buchſtaben ausgedrückt ſind, zu einander, und die übrigen verbindet man durch das Zeichen Plus. Z. B.

$$\begin{array}{r} 3a+2b \\ 2a+b \\ \hline 3ab+2bb \\ 6aa+4ab \\ \hline 6aa+7ab+2bb \end{array}$$

§. 38.

Die Diviſion, mit welcher wir uns nunmehr beſchäftigen wollen, wird zwar mit Recht eine wiederholte Subtraction genannt, wie ſchon aus der oben angeführten Erklärung (§. 8.) offenbar iſt. Wenn man aber bey größern Zahlen durch ein wiederholtes Subtrahiren die Diviſion verrichten wollte, ſo würde dieſes eine eben ſo weitläuftige Arbeit ſeyn, als wenn man das Product von zwey beträchtlichen Zahlen vermittelſt einer wiederholten Addition des einen Factors ſuchen wollte. Man iſt daher auf eine bequemere Art bedacht geweſen, den Quotienten zu entdecken. Nämlich die Zahlen, von welchen man den Quotienten wiſſen will, ſtehen entweder beyde in dem Einmaleins oder nicht. Iſt das erſte, ſo wird man durch deſſen Hülfe den Quotienten leicht finden können. Z. B. Es ſey 30 durch 6 zu dividiren. Könnte ich mir 30 als ein Product von zwey Factoren vorſtellen, wovon der Diviſor der eine Factor wäre; ſo müßte der andre Factor der Quotient ſeyn (§. 19.). Wenn ich nun den Dividendum 30 im pythagoriſchen Täfelchen (§. 32.) aufſuche, ſo finde ich, daß er aus der Multiplication der Zahl 6 in die Zahl 5 entſtanden iſt, und alſo muß 5 nothwendig der geſuchte Quotient ſeyn; denn $\frac{30}{6} = \frac{5 \times 6}{6} = 5$ (§. 19). Gemeiniglich pflegt man den Quotienten durch Rathen zu ſuchen, und ihn auf dieſe Art zu prüfen, daß man ihn in den Diviſor multiplicirt; denn gleicht dieſes Product dem Dividendo, ſo hat man den wahren Quotienten getroffen. Iſt z. B. 6 in 30 fünf Mal enthalten, oder

läßt ſich 6 aus 30 fünf Mal wegnehmen, ſo muß die Zahl 6 fünf Mal geſetzt die Zahl 30 ausmachen, und daher überhaupt ein Product aus dem Diviſor und dem Quotienten ſo groß ſeyn, als der Dividendus.

§. 39.

Man kann ſich die Diviſion noch auf eine andre Art vorſtellen, die in manchen Fällen ihren großen Nutzen hat, vornehmlich wenn eine kleinere Zahl durch eine größere dividirt werden ſoll. Man erwäge nur das vorige Beyſpiel $\frac{30}{6} = 5$, und folglich $30 = 5 \times 6 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5$; woraus man ſieht, daß man den Quotienten 5 auch finden könnte, wenn man den Dividendum 30 in 6 gleiche Theile zergliederte, und einen ſolchen Theil nähme. Daher kann man ſagen: Dividiren überhaupt heißt ſo viel, als eine von zwey gegebenen Zahlen in ſo viel gleiche Theile zergliedern, als die andre Einheiten hat, und einen ſolchen Theil nehmen.

§. 40.

Bey der Diviſion der größern Zahlen iſt eben das zu beobachten, was bey den vorhergehenden Rechnungsarten mit zuſammengeſetzten Zahlen angeführt worden iſt, nämlich, daß man ihre Theile nach und nach dividiret, anſtatt das Ganze auf ein Mal zu dividiren. Wir wollen uns gleich die Sache in einem Beyſpiele vorſtellen, und die Zahl 20272 durch 8 dividiren, welches folgendergeſtalt geſchehen könnte.

```
8) 20272|2534
   16   |
   ---
    42
    40
    --
     27
     24
     --
      32
      32
      --
       0
```

Nämlich man ſetzt den Diviſor linker Hand, und ſondert ihn durch ein Häkchen vom Dividendo ab; rechter Hand ſchreibt man hinter einen Strich den Quotienten. Wenn man nun unterſucht, wie oft die Zahl 8 in jedem Theile der Zahl 20272 ſteckt; ſo erfährt man dadurch, wie oft ſie in der ganzen Zahl enthalten iſt. Die Zahl 20272 beſteht aus 20 Tauſenden, 2 Hunderten, 7 Zehnern und 2 Einern. Man dividire alſo zuerſt den Theil 20 durch 8, wodurch man zum Quotienten 2 erhält, nämlich Tauſende, weil man hier den achten Theil von 20 Tauſenden nimmt. Dieſen gefundenen Quotienten 2 multiplicirt man nunmehr durch den Diviſor, um ihn zu prüfen. Das Product iſt 16, woraus man ſehen kann, daß man nicht alle 20 Tauſende, ſondern nur eigentlich 16 davon dividirt habe. Man zieht daher dieſe 16 von den 20 Tauſenden ab, um zu ſehen, wie viel noch nicht dividirt worden iſt, und ſetzt zu den übrigen 4 Tauſenden die folgende Ziffer des Dividendi, nämlich 2 Hunderte, wodurch man zuſammen 42 Hunderte erhält. Dieſe 42 Hunderte dividirt man aufs neue durch 8, welches zum Quotienten 5 Hun-

derte giebt. Das Product aus 5 in 8 iſt 40; dieſes zieht man von den 42 Hunderten ab, und ſetzt zu den übrig gebliebenen 2 Hunderten, die man noch nicht dividirt hat, den folgenden Theil, nämlich 7 Zehner. Dieſe 27 Zehner durch 8 dividirt geben 3 Zehner, welches die dritte Ziffer des Quotienten iſt. Das Product aber aus dieſem dritten Theile des Quotienten in den Diviſor, nämlich 8mal 3 iſt 24, woraus man wieder ſieht, daß nicht alle 27 Zehner, ſondern nur 24 davon völlig dividirt worden ſind; dieſe 24 alſo von den 27 Zehnern ſubtrahirt, laſſen drey undividirte Zehner, die man zu dem letzten Theile des Dividendi, nämlich zu den 2 Einern ſetzet, und endlich auch dieſe 32 Einer durch 8 dividirt, wodurch man den letzten Theil des Quotienten, nämlich 4 Einer erhält. Und weil 8mal 4 die Zahl 32 völlig ausmacht, ſo iſt der ganze Quotient: 2534. Will man die Probe machen, ſo multiplicire man den gefundenen Quotienten durch den Deviſor, und vergleiche das Product mit dem Dividendo (§. 38.).

$$\begin{array}{r} 2534 \\ 8 \\ \hline 20272 \end{array}$$

Weil nun dieſes Product dem Dividendo völlig gleich iſt,, ſo läßt ſich hieraus ein ſichrer Schluß auf die Richtigkeit des Quotienten machen.

§. 41.

Hätte man die Zahl 20273 durch 8 dividiren ſollen, ſo würde auch bey der Diviſion des letzten Theils noch ein undividirter Einer übrig geblieben ſeyn; der völlige Quotient wäre alſo nicht blos 2534,

ſondern noch über dieſes der 8te Theil von einem Einer, den man alſo zu dem vorigen Quotienten hinzuſetzen müßte.

Will man nun in dieſem Falle den ganzen Quotienten prüfen, ſo muß zu dem Producte aus dem Quotienten in den Diviſor, alſo hier zu dem Producte aus 2534 in 8 der Ueberreſt 1 addirt werden.

```
 2534
    8
-----
20273
```

§. 42.

Manche ſetzen den Diviſor unter jeglichen Theil des Dividendi, den ſie dividiren, behalten die Producte aus den Theilen des Quotienten in den Diviſor im Sinne, und ſchreiben die Ueberreſte über den Dividendum. Die Verwirrung zu vermeiden, werden alsdenn diejenigen Ziffern, die ſchon dividirt worden ſind, ausgeſtrichen. Nach dieſer Art würde voriges Exempel alſo gerechnet werden:

```
 4  3 (1 |
20273    | 2534 1/8
 8888    |
```

Andre hingegen ſchreiben den Diviſor nur ein Mal linker Hand, wie ich vorhin gethan habe, und ſetzen die Ueberreſte unter die Theile des Dividendi. Z. B.

```
8) 20273   |
    4  3 (1 | 2534 1/8
```

Dieſe beyden Arten ſind zwar kürzer, als diejenige, die §. 40 erklärt worden iſt; allein da man nicht alle Zahlen ausſchreibt, ſo kann man ſich viel leichter verrechnen, und bei dem Durchſehen eines Exempels den Fehler auch nicht ſo bequem entdecken.

§. 43.

Wenn nicht nur der Dividendus, ſondern auch der Diviſor eine zuſammengeſetzte Zahl iſt, ſo bedient man ſich folgender Muthmaßung, um den Quotienten zu finden: vielleicht wird der ganze Diviſor in dem ganzen Theile des Dividendi ſo oft ſtecken, als die erſte Ziffer des Diviſors in der erſten oder in den erſten beyden Ziffern der zu dividirenden Zahl. Dieſe Muthmaßung trügt zwar bisweilen: allein dieſen Irrthum kann man gar leicht verbeſſern, ſo bald man den gefundenen Quotienten in den Diviſor multiplicirt, und dieſes Produkt von dem dividirten Theile abzieht. Denn iſt dieſes Product größer, als der dividirte Theil, ſo iſt auch der Quotient zu groß angenommen worden; oder iſt nach geſchehener Subtraction dieſes Products von dem dividirten Theile der Ueberreſt größer, als der Diviſor, ſo iſt der Quotient zu klein, und muß vergrößert werden. Uebrigens geſchieht die ganze Diviſion auch in dieſem Falle, wie vorhin, welches man aus folgendem Beyſpiele ſehen kann:

```
54) 23'3550 | 4325
    216     |                 Probe.
    ---                        4325
     175                         54
     162                      -----
     ---                      17300
      13'5                   21625
      108                    ------
      ---                    233550
       270
       270
       ---
         0
```

Nämlich weil eine oder zwey Ziffern des Dividendi zu klein ſind, als daß man ſie durch 54 dividiren könnte, ſo nimmt man gleich die erſten drey 233 auf ein Mal, und urtheilt alſo: vielleicht iſt der ganze Diviſor 54 in der Zahl 233 ſo oft enthalten, als 5 in 23. Nun ſteckt 5 in 23 ungefähr 4 Mal. Man ſetzt alſo 4 in die Stelle des Quotienten, multiplicirt dieſe Zahl in den Diviſor 54, und zieht das Produkt 216 von 233 ab. Weil dieſes Produkt kleiner als 233, und der Ueberreſt 17 kleiner als der Diviſor 54 iſt, ſo muß 4 der wahre Quotient ſeyn. Zu dem Ueberreſt 17 ſetzt man die folfolgende Ziffer 5, und fährt auf eben die Art mit der Diviſion ſo lange fort, bis man alle Theile des Quotienten gefunden hat.

§. 44.

Will man den Quotienten ohne Einmaleins und ohne Rathen finden, ſo mache man es mit dem Diviſor, wie man es mit dem Multiplicando macht (§. 36.), wenn man ohne Einmaleins multiplicirt. Nämlich man ſuche durch Hülfe der Addition das Zweyfache, Dreyfache, Vierfache, Fünffache, Sechsfache, Siebenfache, Achtfache und Neunfache des Diviſors, und vergleiche dieſe Vielfache deſſelben mit den einzelnen Theilen des Dividendi, ſo wird man den Quotienten mit leichter Mühe finden können. Z. B. es ſey 2457237348 durch 4523 zu dividiren:

1)	4523)	24'57'237348	543276
2)	9046	22615	
3)	13569	195'73	
4)	18092	18092	
5)	22615	148'1'7	
6)	27138	13569	
7)	31661	1248'3	
8)	36184	9046	
9)	40707	34374	
		31661	
		27138	
		27138	
		0	

Wenn man nun, wie hier geſchehen iſt, von dem Diviſor 4523 durch die Addition das Zweyfache, Dreyfache u. ſ. w. bis zu dem Neunfachen geſucht hat; ſo vergleicht man die erſten 5 Ziffern des Dividendi, weil die erſtern viere kleiner ſind, als der Diviſor, mit den Vielfachen deſſelben, und nimmt die nächſt kleinere Zahl, wenn man den zu dividirenden Theil nicht ſelbſt darunter antrifft. Das Fünffache 22615 kömmt der Zahl 24572, die jetzt dividirt werden ſoll, am nächſten; man ſetzt alſo dieſes Fünffache unter dieſelbe, und die Zahl 5 an die Stelle des Quotienten. Nachdem man dieſes Fünffache ſubtrahirt und zu dem Ueberreſte 1957 die folgende Ziffer 3 herunter geſetzt hat, ſo vergleicht man aufs neue die jetzt zu dividirende Zahl 19573 mit den Vielfachen des Diviſors, deſſen Vierfaches, nämlich 18092, ihr am nächſten kommt. Der zweyte Theil des

Quotienten iſt alſo 4. Und auf dieſe Art fährt man ſo lange fort, bis man alle Theile des Quotienten entdeckt hat. Dividirt man mit den Neperiſchen Stäben, welches auf eine ähnliche Weiſe geſchicht, ſo legt man die Stäbe dergeſtalt, daß die obern Zahlen den Diviſor vorſtellen, wodurch man mit noch geringerer Mühe das Vielfache des Diviſors erhält.

§. 45.

Sollen benannte Zahlen, z. B. 2453 Rthlr. 13 Gr. 4 Pf. durch 32 dividirt werden, ſo kann man, wenn ſie, wie dieſe Zahl, aus verſchiedenen Einheiten beſtehen, alles auf einerley Einheit, als hier z. B. die Thaler und Groſchen auf Pfennige reduciren, und alsdenn die Diviſion vornehmen, welches aber einige Weitläuftigkeit verurſacht, und nicht nöthig iſt, wofern nicht auch der Diviſor aus Zahlen von verſchiedenen Einheiten beſteht. Kürzer kann man alſo das gegenwärtige Exempel rechnen, wenn man zuerſt die Thaler dividirt, und wofern bey der Diviſion einige Thaler übrig bleiben, dieſelben in Groſchen verwandelt, und die Groſchen des Dividendi hinzuſetzt, dieſe Summe Groſchen aufs neue dividirt, die übrig gebliebenen Groſchen zu Pfennigen macht, hierzu die Pfennige des Dividendi addirt, und alsdenn abermals die Diviſion verrichtet, wie man aus folgender Rechnung ſehen kann.

```
32) 2453 | Rthlr. 13 Gr. 4 Pf.
     224 | 76 Rthlr.
    ----
     213
     192
    ----
      21 Rthlr. Reſt.
      24
    ----
      84
     42
    ----
     504 Gr. = 21 Rthlr.
      13 Gr. add.
    ----
32)  517 | 16 Gr.
      32 |
    ----
     197
     192
    ----
       5 Gr. Reſt.
      12
    ----
      60 Pf. = 5 Gr.
       4 Pf. add.
    ----
32)   64 | 2 Pf.
      64 |
    ----
       0
```

Noch kürzer könnte man in dieſem und in ähnlichen Fällen, wo ſich der Diviſor in einfache Factores zergliedern läßt, den Quotienten auf folgende Art finden. Die Zahl 32 kann als ein Product aus 8 in 4 angeſehen werden. Mit 32 dividiren heißt ſo viel, als den 32ſten Theil einer Zahl ſuchen (§. 39.). Weil nun 8 Mal 4 die Zahl 32 ausmacht, ſo muß es einerley ſeyn, ob man die zu dividirende Zahl gleich in 32 Theile theilt, und einen ſolchen Theil nimmt, oder ob man erſt den 8ten und von dem 8ten hernach den

4ten Theil ſucht. Der 4te Theil von dem 8ten Theile iſt ohne Zweifel ſo groß, als der 32ſte Theil. Man dividire alſo die gegebene Zahl zuerſt durch 8, und dieſen gefundenen Quotienten wieder durch 4, ſo erhält man den eigentlichen Quotienten, der verlangt wird. Weil man bey einer kleinen Uebung die Producte aus den einzelnen Theilen des Quotienten in den Diviſor, wenn dieſer eine einfache Zahl iſt, leicht im Sinne behalten kann, ſo pflegt man nur gemeiniglich den Quotienten hinzuſchreiben, und zwar gleich unter den Strich auf folgende Art:

	2453 Rthlr.	13 Gr.	4 Pf.
8)	306 —	16 —	8 —
4)	76 Rthlr.	16 Gr.	2 Pf.

Nämlich der Quotient aus 2453 Rthlr. 13 Gr. 4 Pf. dividirt durch 8, iſt 306 Rthlr. 16 Gr. 8 Pf. und der Quotient aus 306 Rthlr. 16 Gr. 8 Pf. dividirt durch 4, iſt 76 Rthlr. 16 Gr. 2 Pf. welches alſo der 32ſte Theil von der obigen Zahl ſeyn muß.

Weil aber bey den durch Buchſtaben ausgedrückten Größen keine ſolche Verwandlung der einen Klaſſe von Größen in die andre Statt findet, ſo dividirt man nur, was ſich dividiren läßt, und zeigt das übrige von dem Quotienten blos durch das Zeichen der Diviſion an. Z. B. wenn die zuſammengeſetzte Größe, $4a + 3b + 15c$ durch 5 dividirt werden ſollte, ſo würde der Quotient ſeyn:

$$\frac{4a}{5} + \frac{3b}{5} + 3c.$$

Viertes Kapitel.

Von den vier Rechnungsarten in gebrochnen Zahlen.

§. 46.

Ein Bruch oder eine gebrochene Zahl entſteht, wenn man die Einheit in lauter gleiche Theile zergliedert, und einen oder etliche ſolcher Theile nimmt (§. 2.). Will man alſo einen deutlichen Begriff von einem Bruche haben: ſo muß man zweyerley wiſſen: nämlich in wie viel Theile das Ganze oder die Einheit zergliedert worden ſey, und wie viel ſolcher Theile der Bruch enthalte. Man pflegt daher die Brüche durch 2 Zahlen auszudrücken, und ſie wie die Quotienten zu ſchreiben, weil hier allemal eine Theilung verſtanden wird. Diejenige Zahl, welche die Eintheilung der Einheit anzeigt, wird der Nenner (denominator) genannt, und unter den Strich geſetzt, die andre aber, aus welcher man ſieht, wie viel der Bruch Theile von der Einheit enthalte, heißt der Zähler des Bruchs (numerator) und wird über den Strich geſetzt. Der Ausdruck $\frac{4}{5}$ d. i. vier Fünftel, zeigt alſo an, daß man die Einheit in 5 gleiche Theile zergliedern, und vier ſolcher Theile nehmen ſoll; wodurch man eben ſo viel erhält, als wenn man die Zahl 4 durch die Zahl 5 dividirt. Denn der fünfte Theil der Zahl 4 beträgt eben ſo viel, als der fünfte Theil der Einheit vier Mal genommen. In dieſem Falle wird der Zähler der Dividendus und der

Nenner der Diviſor. Es laſſen ſich alſo die Brüche völlig als ganze Zahlen betrachten, wenn man nicht die ganze Einheit, ſondern nur einen Theil derſelben zur eigentlichen Einheit annimmt. Denn ſo muß $\frac{4}{5}$ nothwendig die ganze Zahl 4 ſeyn, wenn man den fünften Theil der Einheit zur Einheit wählt.

§. 47.

Man kann einen Theil der Einheit ſo viel Mal nehmen, daß endlich eine Zahl daraus wird, welche eben ſo groß, oder noch größer iſt, als die Einheit ſelbſt. Brüche, welche auf dieſe Art entſtanden ſind, heißen uneigentliche, unechte oder Baſtard-Brüche (fractiones ſpuriae), z. B. $\frac{6}{5}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{10}{5}$; jene hingegen, welche weniger enthalten, als die Einheit, z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{7}$, wahre oder echte Brüche (fractiones verae), deren Zähler alſo allemal kleiner, als der Nenner ſeyn muß. Iſt der Zähler dem Nenner gleich, z. B. $\frac{7}{7}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{9}{9}$, ſo muß der Bruch die Einheit ſelbſt vorſtellen, und folglich müſſen alle ſolche Brüche, deren Zähler und Nenner gleich ſind, einander ſelbſt gleichen $\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = \frac{d}{d}$ etc. Will man wiſſen, wie viel ganze Einheiten ein uneigentlicher Bruch enthält, ſo darf man nur den Zähler mit dem Nenner dividiren. Alſo iſt $\frac{8}{5} = 1 + \frac{3}{5}$, ferner $\frac{10}{5} = 2$. Woraus man zugleich ſehen kann, daß ſich jede ganze Zahl in einen uneigentlichen Bruch von jedem beliebigen Nenner verwandeln läßt; denn man darf nur die ganze Zahl in den gegebenen Nenner multipliciren, und das daraus entſtehende Product als den Zähler betrachten. Will man z. B. die Zahl 6 in

einen Bruch verwandeln, deſſen Nenner 8 ſeyn ſoll, ſo multiplicire man 6 durch 8; das Product 48 wird alſo der verlangte Zähler, und folglich $\frac{48}{8}$ ſo viel als 6 Ganze ſeyn. Denn aus dem oben §. 19. angeführten Grundſatze iſt klar, daß $\frac{6 \times 8}{8} = 6$.

§. 48.

Weil der Zähler eines Bruchs eigentlich die Menge der Theile, und der Nenner blos die Eintheilung der Einheit anzeigt (§. 46.), ſo iſt klar, daß der Bruch mit der Vermehrung des Zählers wachſen, und hingegen mit der Verminderung deſſelben abnehmen muß, wofern man den Nenner unverändert läßt; weil man im erſten Falle mehr Theile, und im andern Falle weniger Theile nimmt, ohne die Eintheilung der Einheit ſelbſt oder die Größe der Theile zu ändern. So wird z. B. Niemand daran zweifeln, daß der Bruch $\frac{8}{9}$ größer ſeyn muß, als der Bruch $\frac{7}{9}$, weil der Zähler des erſtern größer iſt, als der Zähler des andern, und beyde doch einerley Nenner haben. Verdoppelt man alſo den Zähler, ohne den Nenner im geringſten zu verändern, ſo wird auch der Bruch noch ein Mal ſo groß werden; nimmt man das Dreyfache von dem Zähler, ſo wird man einen drey Mal ſo großen Bruch u. ſ. f. bekommen. Woraus ſich auch leicht einſehen läßt, daß wieder umgewendet der Bruch ſo viel Mal kleiner werden müſſe, ſo viel Mal der Zähler bey unverändertem Nenner kleiner geworden iſt. Hingegen wird ſich die Sache ganz anders verhalten, wenn man mit dem Nenner eines Bruchs eine Veränderung vornimmt, und den Zähler unver-

ändert läßt. Denn in dieſem Falle muß nothwendig mit der Vermehrung des Nenners die Verminderung des Bruchs, und mit der Verminderung des Nenners die Vermehrung des Bruchs verbunden ſeyn; weil die Theile der Einheit deſto kleiner werden, je größer die Anzahl derſelben gemacht wird. So muß z. B. der Bruch $\frac{5}{6}$ größer ſeyn, als der Bruch $\frac{5}{12}$, weil der Nenner 6 kleiner iſt als der Nenner 12. Denn wird die Einheit nur in 6 gleiche Theile zergliedert, ſo müſſen die Theile ohne Zweifel größer und zwar noch ein Mal ſo groß ſeyn, als wenn die Einheit in 12 Theile getheilt wird. Hieraus folgt alſo, daß man einen Bruch auf zweyerley Art vermehren und vermindern könne. Nämlich er läßt ſich vermehren, wenn man entweder den Zähler vermehrt, ohne den Nenner zu verändern, oder wenn man den Nenner vermindert, und den Zähler unverändert läßt. Und ſo läßt er ſich auch vermindern, wenn man entweder den Zähler kleiner macht, und den Nenner behält, oder den Nenner vergrößert und den Zähler unverändert läßt.

§. 49.

Wer das vorhergehende richtig verſtanden hat, wird nunmehr ohne weitläuftigen Beweis einſehen, daß der Werth eines Bruchs keine Veränderung leidet, wenn man ſeinen Zähler und Nenner durch einerley Zahl multiplicirt oder dividirt. So muß z. B. $\frac{3}{4}$ eben ſo viel ſeyn, als $\frac{3 \times 5}{4 \times 5}$ d. i. $\frac{15}{20}$. Denn indem ich den Zähler durch 5 vermehre, ſo mache ich den Bruch 5 Mal größer, und indem ich auch den Nenner durch

5 multiplicire, ſo mache ich ihn wieder fünf Mal kleiner, und folglich müſſen die beyden Veränderungen einander aufheben, und den Werth des Bruchs unverändert laſſen. Aus eben der Urſache muß auch $\frac{8}{12}$ ſo viel ſeyn, als $\frac{8:4}{12:4}$ d. i. $\frac{2}{3}$. Denn durch die Diviſion des Zählers mit 4 wird der Bruch $\frac{8}{12}$ vier Mal kleiner, und durch die Diviſion des Nenners mit 4 wieder vier Mal größer, und folglich muß hier durch die letzte Vermehrung die erſte Verminderung aufgehoben werden.

§. 50.

Aus den jetzt angeführten Sätzen wird ſich alſo die Art und Weiſe leicht einſehen laſſen, Brüche von verſchiedenen Nennern in andre gleichgeltende zu verwandeln, die einerley Nenner haben, und ferner aus einem gegebenen Bruche einen andern von eben dem Werthe zu machen, deſſen Zähler und Nenner kleinere Zahlen ſind. Was die erſte Aufgabe betrifft, Brüche von verſchiedenen Nennern unter einerley Benennung zu bringen; ſo multiplicire man, wenn nur zwey Brüche gegeben ſind, den Zähler und Nenner eines jeden in den Nenner des andern, und wenn deren mehrere gegeben ſind, den Zähler und Nenner eines jeden durch ein Product aus den Nennern der übrigen Brüche. Z. B. verlangt man ſtatt $\frac{5}{9}$ und $\frac{7}{8}$ zwey andre gleichgeltende Brüche von einerley Nenner, ſo multiplicire man Zähler und Nenner von $\frac{5}{9}$ durch 8, als den Nenner des andern Bruchs, und Zähler und Nenner von $\frac{7}{8}$ durch 9, als den Nenner des erſten Bruchs, auf folgende Art:

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{8} \\ 5 & 40 \\ \hline 9 & 72 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{9} \\ 7 & 63 \\ \hline 8 & 72 \end{array}$$

Der Bruch $\frac{40}{72}$ muß ſo groß ſeyn, als der Bruch $\frac{5}{9}$, und $\frac{63}{72}$ ſo groß als $\frac{7}{8}$ (§. 49.). Läßt ſich der eine Nenner durch den andern ohne Reſt dividiren, ſo braucht man nur einen Bruch zu verwandeln. Z. B. wären die beyden Brüche $\frac{7}{12}$ und $\frac{13}{48}$ gegeben, ſo könnte man $\frac{7}{12}$ gar leicht in einen Bruch verwandeln, der noch ebendenſelben Werth und 48 zum Nenner hätte, wenn man Zähler und Nenner mit dem Quotienten 4, welchen man durch die Diviſion des Nenners 48 mit dem Nenner 12 erhält, multiplicirte.

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{4} \\ 7 & 28 \\ \hline 12 & 48 \end{array}$$

Wären mehr als zwey Brüche gegeben, z. B. $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$, ſo wäre die Rechnung folgende:

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{30} \\ 1 & 30 \\ \hline 4 & 120 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{40} \\ 2 & 80 \\ \hline 3 & 120 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{24} \\ 4 & 96 \\ \hline 5 & 120 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{60} \\ 1 & 60 \\ \hline 2 & 120 \end{array}$$

Nämlich 30, womit der Zähler und Nenner des erſten Bruchs multiplicirt wird, iſt ein Product aus den Nennern der 3 übrigen Brüche $3 \times 5 \times 2$; eben ſo $40 = 4 \times 5 \times 2$; ferner $24 = 4 \times 3 \times 2$ und $60 = 4 \times 3 \times 5$. Es müſſen alſo auf dieſe Art nothwendig einerley Nenner entſtehen, weil jeder Nenner ein Product aus allen Nennern der gegebenen Brüche iſt.

§. 51.

Die zweyte Aufgabe, einen Bruch, deſſen Zähler und Nenner große Zahlen ſind, in einen andern gleichgeltenden Bruch mit kleinern Zahlen zu verwandeln, welches man aufheben nennt, wird dadurch aufgelöſt, daß man eine Zahl ſucht, womit ſich der Zähler und Nenner völlig dividiren läßt. Z. B. wäre der Bruch $\frac{48}{72}$ gegeben, ſo dividire man den Zähler und Nenner mit 24, weil ſich beyde mit dieſer Zahl ohne Reſt dividiren laſſen; denn $\frac{48}{24}=2$, und $\frac{72}{24}=3$. Der neue Bruch, welcher dadurch entſteht, nämlich $\frac{2}{3}$, muß ſo viel bedeuten, als $\frac{48}{72}$ (§. 49.). Läßt ſich keine Zahl entdecken, womit man den Zähler und Nenner, ohne einen Reſt zu behalten, dividiren kann; ſo iſt es beſſer, den Bruch unverändert zu laſſen, weil man ſonſt einen unbequemen Ausdruck erhält. Denn wollte man z. B. den Bruch $\frac{17}{48}$ mit 8 aufheben, ſo würde man $\frac{2\frac{1}{8}}{6}$ erhalten, wo der Zähler ſelbſt wieder zum Theil aus einem Bruche beſtünde.

§. 52.

Wenn ſich Zähler und Nenner nicht mit einfachen Zahlen aufheben laſſen, ſo iſt es nicht allemal leicht, die zuſammengeſetzte Zahl, womit dieſes möglich iſt, durch Verſuche zu finden. Man pflegt ſich daher in dergleichen Fällen folgender Methode zu bedienen, die ſich am beſten durch ein Beyſpiel wird vortragen laſſen. Es ſey der Bruch $\frac{533}{697}$ aufzuheben. Man dividire den Nenner 697 durch den Zähler 533; bleibt kein Reſt, ſo läßt ſich der Bruch durch den Zähler ſelbſt aufheben. Bleibt aber etwas übrig,

ſo muß man den Diviſor wieder mit dem Reſte dividiren, und dieſe Arbeit ſo lange fortſetzen, bis die Diviſion aufgeht. Der letzte Diviſor iſt alsdenn diejenige Zahl, womit ſich der Bruch aufheben läßt.

$$\begin{array}{r|l} 533)\ 697 & 1 \\ 533 & \\ \hline 164 & \end{array}$$

Da hier 164 übrig bleibt, ſo iſt klar, daß ſich der Bruch durch 533 nicht wird aufheben laſſen. Man dividire alſo nunmehr den vorigen Diviſor 533 durch den Ueberreſt 164; geht die Diviſion völlig auf, ſo wird 164 die Zahl ſeyn, welche zum Aufheben geſchickt iſt.

$$\begin{array}{r|l} 164)\ 533 & 3 \\ 492 & \\ \hline 41 & \end{array}$$

Der Ueberreſt 41 aber beweiſt abermals, daß auch 164 die geſuchte Zahl nicht ſey. Man muß alſo dieſelbe wieder durch dieſen Ueberreſt 41 dividiren.

$$\begin{array}{r|l} 41)\ 164 & 4 \\ 164 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Da nun hier die Diviſion völlig aufgeht, ſo iſt dieſes ein Beweis, daß ſich nicht nur 164, ſondern auch die vorhergehenden Zahlen 533 und 697 durch 41 ohne Ueberreſt werden dividiren laſſen.

Denn weil $\frac{164}{41} = 4$

ſo iſt $164 = 4 \times 41$ (§. 38.)

Und weil $\frac{533}{164} = 3 + \frac{41}{164}$

ſo iſt $533 = 3 + 164 + 41$ (§. 41.)

Setzt man nun anſtatt 164 das ihm gleiche Product 4×41 (§. 9.)

ſo erhält man $533 = 3 \times 4 \times 41 + 41$
oder $533 = 13 \times 41$

Da ferner $\frac{697}{533} = 1 + \frac{164}{533}$

ſo iſt $697 = 533 + 164$

Setzt man nun ſtatt 533 das Prod. 13×41
und ſtatt 164 das Prod. 4×41

ſo iſt $697 = 13 \times 41 + 4 \times 41$
d. i. $697 = 17 \times 41$

Hieraus erhellt alſo, daß ſich ſowohl der Zähler 533 als auch der Nenner 697 des gegebenen Bruchs durch 41 theilen läßt, wie auch folgende Probe beſtätigt.

$$\begin{array}{c|c} & 41 \\ \hline 533 & 13 \\ 697 & 17 \end{array}$$

Wenn die Diviſion niemals aufgeht, als bis man Eins übrig behält, ſo läßt ſich daraus urtheilen, daß es außer der Einheit keine Zahl gibt, mit welcher Zähler und Nenner ohne Reſt dividirt werden könnte.

§. 53.

Bey der Addition und Subtraction der Brüche werden wir nicht nöthig haben, uns lange aufzuhal-

ten. Wenn man erwägt, daß nur gleichartige Zahlen zu einander geſetzt, oder von einander abgezogen werden können (§. 4.), ſo wird man leicht einſehen, daß ſich nur eigentlich Brüche von einerley Nenner unmittelbar addiren oder ſubtrahiren laſſen; weil bey den Brüchen nicht die ganze Einheit, ſondern nur ein Theil derſelben als die eigentliche Einheit zu betrachten iſt (§. 46), und daher ſolche Brüche, die verſchiedene Nenner haben, als ungleichartige Zahlen anzuſehen ſind, indem alsdenn ein jeder Bruch ſich auf einen andern Theil der Einheit bezieht. Brüche alſo, die verſchiedene Nenner haben, müſſen ſowohl bey der Addition, als auch bey der Subtraction, zu einerley Benennung gebracht werden. Iſt dieſes geſchehen, ſo findet man ihre Summe, wenn man blos ihre Zähler addirt, und ihre Differenz, wenn man ihre Zähler von einander ſubtrahirt, ohne mit den Nennern die geringſte Veränderung vorzunehmen; weil der Zähler allein die Menge der Theile, und der Nenner nur die Eintheilung der Einheit anzeigt (§. 46.).

§. 54.

Die Summe von $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, würde ſich alſo folgendergeſtalt finden laſſen. Man verwandle zuerſt dieſe drey Brüche in drey andre gleichgeltende von einerley Nennern (§. 50.), ſo bekommt man $\frac{48}{72}$, $\frac{60}{72}$, $\frac{54}{72}$, deren Summe $\frac{48+60+54}{72}$ d. i. $\frac{162}{72}$ oder $2\,\frac{18}{72}$ (§. 47.) oder $2\frac{1}{4}$ (§. 51.) ſeyn muß. Insgemein pflegt man dieſe Rechnung etwas anders auszudrükken. Man ſchreibt die Brüche, welche addirt werden

ſollen, unter einander, macht hierauf ein Product aus allen ihren Nennern, welches man den Hauptnenner heißt, den man oben an die Brüche ſetzt, weil man deſſen bey der eigentlichen Addition nicht nöthig hat. Nun dividirt man dieſen Hauptnenner durch den Nenner eines jeden Bruchs, und multiplicirt den Quotienten in den Zähler deſſelben, wodurch man den Zähler des neuen Bruchs erhält, der jenem gleich gilt, und zu ſeinem Nenner den Hauptnenner hat. Dieſe gefundenen Zähler ſetzt man unter einander, und addirt ſie. Iſt die Summe größer, als der Hauptnenner, ſo dividirt man ſie damit, um die Ganzen zu erfahren, die darin enthalten ſind (§. 47.). Nach dieſer Art würde das vorige Exempel alſo geſchrieben werden:

```
      72
    2|48
    -|
    3|
    3|60
    -|
    6|
    3|54          18
    -|
    4|
---------------
 72)162 | 2 18 | 1
    144 |   -- | -
   -----    72 | 4
     18
```

Nämlich 48 heißt ſo viel, als $\frac{48}{72} = \frac{2}{3}$. Der Zähler 48 wurde gefunden, indem man den Hauptnenner 72 durch den Nenner 3 des erſten Bruchs $\frac{2}{3}$ dividirte, und den Quotienten 24 durch den Zähler 2 wieder multiplicirte. Denn iſt 24 der dritte Theil von 72, ſo muß $\frac{24}{72}$ ſo viel als $\frac{1}{3}$, und folglich zwey Mal ſo viel, oder $\frac{48}{72}$ ſo groß, als $\frac{2}{3}$ ſeyn u. ſ. f.

Man iſt aber nicht in allen Fällen genöthiget, den Hauptnenner durch die Multiplication aller Nenner der gegebenen Brüche zu beſtimmen. Sobald man zwey oder mehr Nenner in einander multiplicirt hat, darf man nur unterſuchen, ob ſich dieſes Product durch die übrigen Nenner ohne Reſt dividiren laſſe. Findet man dieſes, ſo kann man das Product ſchon als den Hauptnenner betrachten. So hätte man z. B. bey dem vorigen Exempel das Product aus den Nennern 6 und 4 ſchon als den Hauptnenner anſehen und folgendergeſtalt rechnen können:

```
        24
 2 |16
 - |
 3 |
 5 |
 - |20
 6 |
 3 |
 - |18           6
 4 |___
24) 54 | 2 6  | 1
       |  --- | -
    48 |  24  | 4
    --
     6
```

Iſt daher der größte Nenner durch die übrigen theilbar, ſo kann man dieſen zum Hauptnenner wählen. So würde z. B. wenn die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{6}{32}$ addirt werden ſollten, 32 zum Hauptnenner gebraucht werden können.

§. 55.

Sollte man Brüche, z. B. $\frac{8}{9}$ und $\frac{2}{5}$ von einander ſubtrahiren, ſo wäre nichts weiter zu thun, als ſie auf vorige Art zu einerley Benennung zu bringen, ihre Zähler alsdenn von einander abzuziehen, und den gemeinſchaftlichen Nenner zu behalten:

$$\begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{45} \\ \frac{8}{9} & 40 \\ \frac{2}{5} & 18 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{\frac{22}{45}} \end{array}$$

Die geſuchte Differenz muß alſo $\frac{22}{45}$ ſeyn: denn

$$\left.\begin{array}{l} \frac{40}{45} = \frac{8}{9} \\ \frac{18}{45} = \frac{2}{5} \end{array}\right\} \quad (\S.\ 50.)$$

$$\frac{40}{45} - \frac{18}{45} = \frac{8}{9} - \frac{2}{5} \quad (\S.\ 14.)$$

$$\frac{40}{45} - \frac{18}{45} = \frac{22}{45} \quad (\S.\ 53.)$$

$$\frac{8}{9} - \frac{2}{5} = \frac{22}{45} \quad (\S.\ 11.)$$

Die Probe wird, wie bey der Subtraction der ganzen Zahlen gemacht. Die Summe aus dem kleinern Bruche und der Differenz muß dem größern Bruche gleich ſeyn.

§. 56.

Bey der Multiplication und Diviſion der gebrochenen Zahlen, die für Anfänger gemeiniglich einige Schwierigkeit zu haben pflegen, wollen wir uns die verſchiedenen Fälle, welche dabey vorkommen, beſonders vorſtellen; weil ſich auf dieſe Art der Grund der Regeln am beſten einſehen läßt. Nämlich erſtlich bey der Multiplication iſt entweder nur ein Factor eine gebrochene Zahl, oder alle beyde Factores. Iſt nur ein Factor ein Bruch, ſo findet man das Product, wenn man den Zähler des Bruchs durch die ganze Zahl, welche den andern Factor vorſtellt, multipliciret, und den Nenner unverändert läßt. Z. B. $\frac{3}{4} \times 8$ iſt ſo viel als $\frac{3 \times 8}{4}$ d. i. $\frac{24}{4}$ oder 6 Ganze. Der Grund davon iſt dieſer. Wenn $\frac{3}{4}$ durch 8 multipliciret werden ſoll, ſo muß man $\frac{3}{4}$ acht Mal zu

ſich ſelbſt addiren, (§. 6.) das würde alſo die Summe $\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}$ d. i. einen Bruch geben, deſſen Zähler eine achtfache 3, und deſſen Nenner der Nenner des Multiplicandi wäre; und folglich könnte man das Product aus $\frac{3}{4}$ in 8 auf einmal finden, wenn man den Zähler 8mal größer machte, und den Nenner unverändert ließe. Iſt aber der Multiplicandus eine ganze Zahl, und der Multiplicator ein Bruch, z. B. $8\times\frac{3}{4}$, ſo muß man ſich die Sache alſo vorſtellen. Wenn eine Zahl durch eine andre multiplicirt werden ſoll, ſo wird verlangt, man ſoll die erſtre ſo vielmal nehmen, als die andre Einheiten enthält (§. 6.). Iſt nun dieſe andre Zahl, d. h. der Multiplicator, ein wahrer Bruch, ſo muß ſie kleiner ſeyn, als die Einheit; und folglich kann ſie nicht die Einheit ſelbſt, ſondern nur einen Theil der Einheit ein oder etliche Mal enthalten. Eine Zahl alſo durch einen wahren Bruch multipliciren, heißt, von der Zahl eben ſo viel Theile nehmen, als der Bruch von der Einheit enthält; und folglich würde man 8 durch $\frac{3}{4}$ multipliciren, wenn man 8 in 4 gleiche Theile zergliederte, und 3 ſolcher Theile nähme. Das erſte könnte dadurch geſchehen, wenn man 8 durch 4 dividirte (§. 39.), und das andre, wenn man dieſen Quotienten durch 3 multiplicirte. Das Product $8\times\frac{3}{4}$ wäre alſo $\frac{8}{4}\times 3$, d. i. eben ſo viel als der Bruch $\frac{8}{4}$ drey Mal genommen oder $\frac{8\times 3}{4}$ $=\frac{24}{4}=6$; woraus offenbar iſt, daß auch in dieſem Falle an der Ordnung der Factoren nichts gelegen iſt, und daß man einerley Producte erhält,

man mag den Bruch oder die ganze Zahl als den Multiplicator betrachten. Ferner ſieht man auch hieraus den Grund ein, warum durch die Multiplication einer Zahl mit einem wahren Bruche ein Product entſteht, welches kleiner iſt, als der Multiplicandus. Denn die Multiplication mit einem wahren Bruche iſt nicht eine bloße Multiplication, ſondern eine zuſammengeſetzte Rechnungsart, indem man mit dem Nenner dividirt, und nur mit dem Zähler multipliciret. Da nun bey den wahren Brüchen der Nenner größer iſt, als der Zähler, ſo wird allemal in dergleichen Fällen der Multiplicandus mehr vermindert als vermehrt; welches nothwendig eine kleinere Zahl zum Producte geben muß.

Weil ferner mit der Verminderung des Nenners die Vermehrung eines Bruchs verbunden iſt, wenn der Zähler unverändert gelaſſen wird (§. 48.); ſo kann man auch einen Bruch mit einer ganzen Zahl auf dieſe Art multipliciren, wenn man den Nenner durch die ganze Zahl dividirt; welches aber nur in denjenigen Fälleu rathſam iſt, wo ſich der Nenner durch die ganze Zahl, womit der Bruch multiplicirt werden ſoll, ohne Reſt theilen läßt. Z. B. $\frac{5}{12} \times 3$ wäre ſo viel, als $\frac{5}{12:3}$ d. i. $\frac{5}{4}$ oder $1\frac{1}{4}$. Denn indem man den Nenner vier Mal kleiner macht, muß der Bruch vier Mal größer werden. Wollte man nach der vorigen Art rechnen und den Zähler multipliciren, ſo würde man $\frac{15}{12}$ d. i $1\frac{3}{12}$ erhalten, welches, wenn man den Bruch $\frac{3}{12}$ mit 3 aufhebt, ebenfalls $1\frac{1}{4}$ gibt.

§. 57.

Ehe wir ſehen, wie Brüche durch Brüche multipliciret werden können, wollen wir, der Deutlichkeit wegen, zuvor die Diviſion der Brüche durch ganze Zahlen betrachten. Man kann aber Brüche durch ganze Zahlen auf zweyerley Art dividiren, nämlich entweder, wenn man den Zähler des Bruchs durch die ganze Zahl dividirt, und den Nenner unverändert läßt, oder wenn man den Nenner durch die ganze Zahl multiplicirt, und den Zähler unverändert behält. Z. B. $\frac{6}{7} : 3$ iſt ſo viel als $\frac{6:3}{7}$ d. i. $\frac{2}{7}$ oder $\frac{6}{7 \times 3}$

d. i. $\overset{3}{\frac{6\,|\,2}{21\,|\,7}}$ Denn $\frac{6}{7}$ mit drey dividiren, heißt den dritten Theil von $\frac{6}{7}$ ſuchen (§. 39.), welcher alſo nothwendig drey Mal kleiner ſeyn muß, als $\frac{6}{7}$ ſelbſt. Nun kann man einen Bruch ſowohl durch die Verminderung des Zählers, als auch durch die Vermehrung des Nenners kleiner machen (§. 48.). Man muß daher einen drey Mal kleinern Bruch als $\frac{6}{7}$, d. i. den Quotienten $\frac{6}{7} : 3$ erhalten, wenn man entweder den Zähler drey Mal kleiner macht, d. h. durch 3 dividirt, und den Nenner behält, oder den Nenner drey Mal größer macht, d. h. durch 3 multiplicirt, und den Zähler unverändert läßt.

§. 58.

Nunmehr wird es keine Schwierigkeit haben, die Multiplication der Brüche durch Brüche einzuſehen. Man multiplicirt ſie, wenn man Zähler in Zähler, und Nenner in Nenner multiplicirt. Z. B.

$\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ iſt ſo viel, als $\frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ d. i. $\frac{15}{24}$. Denn $\frac{5}{6}$ durch $\frac{3}{4}$ multipliciren (§. 56.) heißt ſo viel, als $\frac{5}{6}$ durch 4 dividiren und durch 3 multipliciren. Wird nun $\frac{5}{6}$ durch 4 dividirt, ſo entſteht $\frac{5}{6 \times 4}$ (§. 57.) und wird $\frac{5}{6 \times 4}$ durch 3 multiplicirt, ſo erhält man $\frac{5 \times 3}{6 \times 4}$ (§. 56.) d. i. einen Bruch, deſſen Zähler ein Product aus den Zählern der beyden gegebenen Brüche, und deſſen Nenner ein Product aus den Nennern eben derſelben Brüche iſt.

§. 59.

Sollen Brüche durch Brüche dividirt werden, ſo haben dieſe Brüche entweder einerley Nenner oder nicht. Haben ſie einerley Nenner, z. B. $\frac{12}{13} : \frac{4}{13}$ ſo muß der Diviſor in dem Dividendo ſo oft ſtecken, als der Zähler des Diviſors in dem Zähler des Dividendi; weil in dieſem Falle von einerley Eintheilung der Einheit die Rede iſt, und die Brüche $\frac{12}{13}$ und $\frac{4}{13}$ als die ganzen Zahlen 12 und 4 angeſehen werden können, deren Einheit der 13te Theil von der ganzen Einheit iſt (§. 46.). Der Quotient $\frac{12}{13} : \frac{4}{13}$ muß daher ſo viel ſeyn, als $\frac{12}{4}$ d. i. 3; welches man auch aus der Probe ſehen kann, weil $\frac{4}{13}$ multiplicirt durch 3 dem Dividendo $\frac{12}{13}$ gleich iſt. Haben die Brüche aber, die durch einander dividirt werden ſollen, nicht einerley Nenner; ſo erhält man den Quotienten am geſchwindeſten, wenn man den Diviſor umwendet,

und alsdenn in den Dividendum multipliciret. Z. B. $\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$ iſt ſo viel, als $\frac{7}{8} \times \frac{4}{3}$ d. i. $\frac{28}{24}$ oder $1\frac{4}{24}$ oder $1\frac{1}{6}$. Denn wollte man die beyden Brüche zu einerley Benennung bringen; ſo könnte man den Quotienten nach der vorigen Art erhalten, wenn man blos die Zähler durch einander dividirte. Bringt man ſie nun wirklich zu einerley Benennung, ſo erhält man ſtatt $\frac{7}{8}$ den Bruch $\frac{7 \times 4}{8 \times 4}$ und ſtatt $\frac{3}{4}$ den Bruch $\frac{3 \times 8}{4 \times 8}$ (§. 50.). Es muß alſo einerley ſeyn, ob man $\frac{7}{8}$ durch $\frac{3}{4}$ oder $\frac{7 \times 4}{8 \times 4}$ durch $\frac{3 \times 8}{4 \times 8}$ dividiret (§. 18.). Weil aber dieſe beyden Brüche einerley Nenner haben; ſo würde nach der vorigen Regel $\frac{7 \times 4}{3 \times 8}$ d. i. $\frac{28}{24}$ der Quotient ſeyn, den man alſo ohne dieſe Weitläuftigkeit erhalten kann, wenn man den umgewendeten Diviſor in den Dividendum multipliciret.

§. 60.

Auf eben dieſelbe Art verfährt man, wenn eine ganze Zahl durch einen Bruch, z. B. 6 durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden ſoll. Der Bruch, als der Diviſor, wird umgekehrt, und alsdenn in die ganze Zahl multipliciret; $6 : \frac{3}{4}$ muß eben ſo viel ſeyn, als $6 \times \frac{4}{3}$ d. i. $\frac{24}{3}$ oder 8. Denn die ganze Zahl 6 läßt ſich durch einen uneigentlichen Bruch ausdrücken (§. 47.), und mit $\frac{3}{4}$ zu einerley Benennung bringen. Weil nun der Bruch $\frac{6 \times 4}{4}$ dem Werthe nach der ganzen Zahl

6 gleicht; ſo iſt der Quotient $6 : \frac{3}{4}$ (§. 18. 19.) ſo groß als der Quotient $\frac{6 \times 4}{4} : \frac{3}{4}$ d. i. weil beyde Brüche einerley Nenner haben, $\frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8$. (§. 59.) Die Probe beſtätiget auch die Richtigkeit der Rechnung. Denn der Quotient 8 multiplicirt in den Diviſor $\frac{3}{4}$ gibt $\frac{24}{4}$ d. i. ein Product, welches dem Dividendo gleicht.

§. 61.

Wenn vermiſchte Zahlen durch einander dividirt werden ſollen, z. B. $6\frac{2}{3} : 4\frac{1}{5}$, ſo muß man beyde in uneigentliche Brüche verwandeln, und hernach die Diviſion nach den vorigen Regeln anſtellen. $6\frac{2}{3}$ iſt ſo viel als $\frac{20}{3}$ und $4\frac{1}{5}$ ſo viel als $\frac{21}{5}$; folglich $6\frac{2}{3} : 4\frac{1}{5} = \frac{20}{3} : \frac{21}{5}$ (§. 18.) d. i. $\frac{20}{3} \times \frac{5}{21}$ (§. 19.) oder $\frac{100}{63}$ (§. 58.) oder $1\frac{37}{63}$ (§. 47.) Dieſer Verwandlung der vermiſchten Zahlen in uneigentliche Brüche kann man ſich auch bedienen, wenn dergleichen Zahlen in einander multipliciret werden ſollen.

§. 62.

Diejenigen Brüche, deren Nenner 10 oder ein Product aus 10 in 10, z. B. $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{4}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, u. ſ. f. iſt, verſchaffen im Rechnen eine beſondre Bequemlichkeit, weil ſie nach eben dem Geſetze wachſen und abnehmen, wie die ganzen Zahlen, wo-

fern man unſre gewöhnliche Art bis auf 10 zu zählen annimmt. Man heißt ſie daher Decimal-Brüche, d. i. zehntheilige Brüche, und ſchreibt ſie gemeiniglich ſo, daß man ihre Nenner wegläßt, und den Zählern den Werth aus der Stelle gibt. In der erſten Stelle, von der linken gegen die rechte Hand zu gerechnet, ſtehen die Zehntheile, in der zweyten die Hunderttheile, in der dritten die Tauſendtheile u. ſ. f. daß nämlich, wie bey den ganzen Zahlen, eine Stelle weiter gegen die linke Hand zu zehn Mal mehr, und hingegen eine Stelle weiter zur Rechten zehn Mal weniger bedeutet, als die vorhergehende Stelle. Sind die Brüche mit ganzen Zahlen verbunden, ſo werden ſie durch ein Comma oder durch ein Punkt von einander abgeſondert. Befinden ſich aber keine ganzen Zahlen bey den Brüchen, ſo muß die Stelle der Ganzen mit Null angefüllt und das Comma nicht vergeſſen werden; weil man ſonſt nicht ſehen könnte, ob die Ziffern ganze Zahlen oder Brüche bedeuten ſollten. Folgende vermiſchte Zahl $7 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{8}{1000}$ würde man daher weit kürzer alſo ſchreiben können: 7, 378; hingegen folgende Brüche ohne Ganze $\frac{9}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$ auf dieſe Art: 0, 923. Fehlt irgendwo eine Klaſſe, ſo muß man ſie ebenfalls durch eine Null ausfüllen, damit die übrigen ihre eigentliche Stelle erhalten. Z. B. $12 + \frac{6}{100} + \frac{7}{10000}$ muß folgendergeſtalt ausgedrückt werden: 12,0607; weil es hier weder Zehntheile noch Tauſendtheile gibt.

Unter den übrigen Brüchen haben noch diejenigen einen beſondern Namen erhalten, deren Nenner 60 oder ein Product aus 60 in 60, d. i. 3600 oder 216000 u. ſ. f. iſt. Man nennt ſie nämlich Sexa-

geſimalbrüche, und bedient ſich derſelben vorzüglich bey der Eintheilung der Zeit. Dergleichen ſind $\frac{7}{60}$, $\frac{13}{3600}$, $\frac{17}{216000}$ u. ſ. w. Ich werde mich aber jetzt, zur Vermeidung der Weitläuftigkeit, nur mit den Decimalbrüchen beſchäftigen, ohne deren Kenntniß Niemand in der Mathematik fortkommen kann.

§. 63.

Man kann die geſchriebenen Decimalbrüche auf zweyerley Art leſen, nämlich entweder, wenn man jede Ziffer als einen beſondern Bruch anſieht, und den dazu gehörigen Nenner ausſpricht, oder wenn man alle Ziffern als den Zähler eines einzigen Bruchs betrachtet, zu deſſen Nenner man aber den Nenner von der letzten Ziffer rechter Hand nehmen muß. Z. B. 0, 243 kann man ausſprechen $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{100}$ und $\frac{3}{1000}$ oder $\frac{243}{1000}$. Denn

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{10} = \frac{200}{1000} \\ \frac{4}{100} = \frac{40}{1000} \\ \frac{3}{1000} = \frac{3}{1000} \end{array}\right\} (\S.\ 50.)$$

$$\frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{3}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{3}{1000}\ (\S.13.)$$

$$\frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{3}{1000} = \frac{243}{1000}\ (\S.\ 53.)$$

$$\frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{3}{1000} = \frac{243}{1000}\ (\S.\ 11)$$

§. 64.

Weil $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$ und $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ und $\frac{10}{10} = 1$ (§. 49. 51.) ſo iſt klar, daß man Decimalbrüche wie ganze Zahlen addiren kann, wenn man ſie nur dergeſtalt ſchreibt, daß Brüche von einerley Nenner unter einander kommen. Z. B.

15,3578	Ferner	423,37
2,8371		8,9364
0,4291		16,381
0,0065		5824,74
18,6305		0,43287
		6273,86027

In dem erſten Exempel, wo Zehntheile, Hunderttheile, Tauſendtheile und Zehntauſendtheile vorkommen, beträgt die Summe der Zehntauſendtheile 15, d. i. ein Tauſendtheil und fünf Zehntauſendtheile. Man ſetzt daher 5 unter die Zehntauſendtheile und nimmt das noch übrige Tauſendtheilchen zur folgenden Klaſſe, weil dieſelbe Tauſendtheile enthält. Die Summe aller Tauſendtheile iſt 30, d. i. 3 Hunderttheile, ohne einen Tauſendtheil. Man ſetzt daher an die Stelle der Tauſendtheile 0 und nimmt 3 zur folgenden Klaſſe, wo die Hunderttheile ſtehen, und fährt ſo lange fort, bis man alle Reihen addirt hat.

Das Comma, welches die Brüche von den ganzen Zahlen unterſcheidet, muß bey der Summe an eben dem Orte ſtehen, wo es bey den zu addirenden Zahlen ſteht, weil die Summe aus Hunderttheilen auch nothwendig Hunderttheile, die Summe aus Zehntheilen wieder Zehntheile u. ſ. w. bedeuten muß. (§. 53.)

§. 65.

Eben dieſes gilt auch von der Subtraction; denn eine geborgte Einheit in einer Klaſſe weiter zur Linken muß bey den Decimalbrüchen eben ſo, wie bey den ganzen Zahlen, in der vorhergehenden Stelle rechter Hand zehn Mal mehr bedeuten (§. 62.). Man hat alſo hier weiter nichts zu beobachten, als was bey der Subtraction der ganzen Zahlen gelehrt worden iſt. Das Comma bey der Differenz wird an eben den Ort geſetzt, wo es bey den gegebenen Zahlen ſteht; weil man eigentlich nur die Zähler ſubtrahirt und die Nenner unverändert läßt (§. 55.) Z. B.

12,234
5,856
6,378

§. 66.

Auch die Multiplication und Diviſion der Decimalbrüche iſt von der Multiplication und Diviſion der ganzen Zahlen nicht unterſchieden, nur daß Anfänger hier eher, als bey der Addition und Subtraction, das Comma an einen unrechten Ort ſetzen können, wenn beyde gegebene Zahlen Decimalbrüche ſind, welches einen anſehnlichen Fehler verurſacht. Man merke daher folgende Regel. Das Product enthält ſo viel Decimalſtellen, als in beyden Factoren zuſammengenommen ſind, und die Anzahl der Decimalſtellen des Quotienten bekommt man, wenn man die Anzahl der Decimalſtellen des Diviſors von der Zahl der Decimalſtellen des Dividendi abzieht. Sollte z. B. 8, 257 durch 3, 43 multiplicirt werden, ſo würde man anfänglich, wie mit ganzen Zahlen verfahren.

```
       8,257
        3,43
    ---------
       24771
      33028
     24771
    ---------
     28,32151
```

Weil aber im Multiplicando 3 Ziffern und im Multiplicator 2 Ziffern Decimalbrüche bedeuten; ſo muß man in dem Producte 5 Ziffern, von der Rechten gegen die Linke zu, für die Decimalbrüche abſchneiden, und das Comma daher gleich nach 28 ſetzen. Denn da bey der Multiplication der Brüche durch Brüche nicht, wie bey der Addition und Subtraction, die Nenner unverändert bleiben, ſondern in einander multiplicirt werden (§. 58.); ſo wird man leicht einſehen, daß Tauſendtheile in Hunderttheile multiplicirt, zum Producte Hunderttauſendtheile geben müſſen. Man darf auch nur die Decimalbrüche wie andre Brüche ſchreiben, ſo wird man ſich leicht von der Richtigkeit der vorigen Regel überzeugen können. Z. B.

$$8{,}257 = \frac{8257}{1000}$$

$$3{,}43 = \frac{343}{100}$$

$$8{,}257 \times 3{,}43 = \frac{8257}{1000} \times \frac{343}{100} \quad (\S.\ 17.)$$

$$\frac{8257}{1000} \times \frac{343}{100} = \frac{2832151}{100000} \quad (\S.\ 58.)$$

$$8{,}257 \times 3{,}43 = \frac{2832151}{100000} = 28{,}32151. \quad (\S.\ 63.)$$

Enthält aber nur ein einziger Factor Decimalbrüche, ſo bekommt das Product nicht mehr Decimalſtellen, als dieſer Factor hat. Man multiplicire z. B. 15,732 durch 8, welches auf folgende Art geſchehen könnte:

$$\begin{array}{r} 15{,}732 \\ 8 \\ \hline 125{,}856 \end{array}$$

Daß hier nicht mehr, als drey Decimalſtellen im Product Statt finden können, erhellet nicht nur aus dem Vorhergehenden, ſondern auch daraus, weil 15,732 = $\frac{15732}{1000}$ (§. 63.) und daher 15,732 × 8 = $\frac{15732}{1000} \times 8$

d. i. $\frac{125856}{1000}$ = 125,856 (§. 56. 63.)

§. 67.

Wenn man ein Product, das aus der Multiplication zweyer Zahlen entſtanden iſt, durch den einen Factor dividirt, ſo muß man den andern Factor zum Quotienten erhalten (§. 19.). Folglich iſt der Quotient

$$\frac{28{,}32151}{3{,}43} = 8{,}257$$

$$\text{und } \frac{28{,}32151}{8{,}257} = 3{,}43$$

Woraus man ſieht, daß, wenn im Dividendo 5 Ziffern und im Diviſor 2 Ziffern Decimalbrüche bedeuten, der Quotient 3 Decimalſtellen enthalte; wenn aber im Dividendo 5 und im Diviſor 3 Decimalſtel-

len ſich befinden, im Quotienten nur 2 Ziffern Decimalbrüche bedeuten können, und daß man alſo die Anzahl der Decimalſtellen im Quotienten bekomme, wenn man die Decimalſtellen im Diviſor und Dividendo zählt, und die Anzahl der erſtern von der Anzahl der letztern abzieht. Befinden ſich im Dividendo weniger Decimalſtellen als im Diviſor, ſo ſetze man an den Dividendum rechter Haud ſo viel Nullen, bis man wenigſtens eben ſo viel Decimalſtellen bekommt, als im Diviſor befindlich ſind. Denn die Nullen, welche man rechter Hand an einen Decimalbruch ſetzt, verändern ſeinen Werth eben ſo wenig, als die Nullen, welche linker Hand zu einer ganzen Zahl geſetzt werden. Z. B. es ſey 34,6 durch 4,325 zu dividiren. Weil im Dividendo nur eine Ziffer, im Diviſor aber 3 Ziffern Brüche bedeuten, ſo ſetze man zu dem erſtern rechter Hand 2 Nullen, wodurch der Werth dieſer Zahl ganz und gar nicht geändert werden kann, und dividire alſo ſtatt 34,6 die ihr gleichgeltende Zahl 34,600

```
4,325) 34,600 | 8
       34,600 |
       ------
          0
```

Hier enthält alſo der Diviſor und auch der Dividendus drey Decimalſtellen. Drey von drey ſubtradirt läßt 0. Der Quotient kann daher keine Decimalſtelle haben, und folglich muß die Zahl 8 blos Ganze bedeuten. Wäre aber ein Reſt geblieben, ſo hätte man an den Dvidendum oder an den Ueberreſt noch eine oder mehrere Nullen hängen können, wodurch man im Quotienten eben ſo viel Decimalbrüche wür-

de erhalten haben. Man kann ſich dieſer Methode daher auch bey der Diviſion ganzer Zahlen bedienen, wenn am Ende ein Reſt übrig bleibt, um Decimalbrüche zu erhalten, welche in mathematiſchen Rechnungen viel nützlicher als andre Brüche ſind. So würde man z. B. 347 durch 8 folgendergeſtalt dividiren können, wenn man an den Ueberreſt immer eine Null ſetzte.

```
8) 347 | 43,375
   32  |
   ---
    27
    24
    ---
     3,0
     2 4
     ---
       60
       56
       ---
        40
        40
        ---
         0
```

Fünftes Kapitel.

Von den Quadrat- und Cubik-Zahlen.

§. 68.

Ein Product, das aus lauter gleichen Factoren beſteht, nennt man eine Dignität oder Potenz von einem ſolchen Factor, der in Anſehung der Dignität den Namen der Wurzel erhält. So iſt

8×8 d. i. 64 eine Potenz von 8, und 8 hingegen die Wurzel von 64. Man unterſcheidet aber die Dignitäten nach der Anzahl der Factoren, die ſich bey einem ſolchen Producte befinden, und nennt daher ein Product, das aus zwey gleichen Factoren beſteht, die zweyte Dignität, ein Product von drey gleichen Factoren, die dritte Dignität, u. ſ. f. Die Wurzel ſelbſt wird auch die erſte Dignität genannt. Die Zahl, wodurch man anzeigt, von welcher Dignität die Rede iſt, heißt der Exponent der Dignität (exponens dignitatis) und wird oben rechter Hand an die Wurzel geſchrieben. So bedeutet der Ausdruck 5^4 nichts anders, als die vierte Dignität von 5, d. i. das Product von 5×5×5×5, oder die Zahl 625. Die zweyte Dignität, welche alſo entſteht, wenn eine Zahl in ſich ſelbſt multiplicirt wird, nennt man auch Quadratzahl und ihre Wurzel Quadratwurzel; die dritte Dignität Cubikzahl und ihre Wurzel Cubikwurzel; mit welchen beyden wir uns nur allein beſchäftigen werden. Das Wurzelzeichen iſt $\sqrt{}$, in welches der Exponent geſetzt wird, wenn von einer andern Dignität, als der zweyten, die Rede iſt. Alſo bedeutet $\sqrt[3]{27}$ die Wurzel der dritten Dignität, oder die Cubikwurzel aus 27 d. i. 3, hingegen $\sqrt{81}$ die Wurzel der zweyten Dignität, oder die Quadratwurzel aus 81 d. i. 9.

§. 69.

Die Quadratzahlen, Cubikzahlen und Dignitäten überhaupt werden vollkommen genannt, wenn ſich die Wurzel genau angeben läßt, unvollkommen hingegen, wo die Wurzel nicht nach der größten Schär-

ſe beſtimmt werden kann. So iſt z. B. 16 eine vollkommne Quadratzahl, denn die Wurzel iſt 4; hingegen 17 eine unvollkommne Quadratzahl, denn die Wurzel iſt größer als 4, aber kleiner als 5, und der Bruch, um welches ſie größer als 4 iſt, läßt ſich niemals nach der größten Schärfe beſtimmen. Die Wurzel aus den vollkommnen Dignitäten nennt man rational, weil ſie ſich völlig ausrechnen laſſen, und die Wurzeln aus den unvollkommenen irrational, weil ſie niemals ganz genau ausgerechnet werden können. Man benennt auch die Wurzeln von der Anzahl der Theile, aus denen ſie beſtehen, und heißet daher ſolche, die nur eine Ziffer haben, monomiſche oder eintheilige; die aus zwey Ziffern beſtehen, binomiſche oder zweytheilige; und diejenigen, die mehr als zwey Ziffern haben, polynomiſche oder vieltheilige Wurzeln. So iſt 7 eine monomiſche, 39 eine binomiſche, und 438 eine polynomiſche Wurzel.

§. 70.

Wird uns eine Zahl gegeben, und von derſelben das Quadrat verlangt, ſo hat man nichts weiter zu thun, als die gegebene Zahl in ſich ſelbſt zu multipliciren, wie ein jeder ſchon von ſelbſt aus der Erklärung einer Quadratzahl einſehen wird. Wir wollen daher das Quadrat von einer binomiſchen Wurzel ſuchen, z. B. von 75, und die einzelnen Producte alle ausſchreiben, um daraus einen Lehrſatz herzuleiten, der uns zur Ausziehung der Quadratwurzeln den Weg bahnen wird.

	oder auf die gewöhnliche Art.
75	75
75	75
$25 = \overset{\circ}{5} \times \overset{\circ}{5} = 5^2$	375
$35\cdot = 5 \times 7'$	525
$35\cdot = 7' \times 5$	5625
$49\cdot\cdot = 7' \times 7' = 7^2$	

$$75^2 = 5625 = 7 \times 7 + 2 \times 7 \times 5 + 5 \times 5$$
$$= 7^2 + 2 \times 7 \times 5 + 5^2$$

Hieraus ſieht man alſo, daß die Quadratzahl von 75, aus der Quadratzahl von 7, aus dem Producte 7×5 zwey Mal genommen, und aus der Quadratzahl von 5 zuſammen geſetzt iſt. Wir wollen diejenige Ziffer, welche Zehner bedeutet, nämlich 7, den erſten, und die andre Ziffer, nämlich 5, welche ſich auf Einer bezieht, den andern Theil nennen; ſo läßt ſich aus dieſem Beyſpiele folgender allgemeine Lehrſatz herleiten.

Das Quadrat einer binomiſchen Wurzel beſteht aus dem Quadrate des erſten Theils, aus dem zweyfachen Producte der beyden Theile in einander, und aus dem Quadrate des zweyten Theils.

Wenn man, wie ich jetzt gethan habe, denjenigen Theil, welcher Zehner enthält, den erſten nennt; ſo muß nothwendig das Quadrat deſſelben Hunderte bedeuten, weil es aus der Multiplication der Zehner in Zehner entſtehet. Hingegen das zweyfache Product aus den beyden Theilen in einander, weil hier Zehner in Einer multiplicirt werden, muß ſich auf Zehner, und das Quadrat des andern Theils auf bloße Einer beziehen, weil hier nur Einer durch Einer multi-

plicirt werden. Man pflegt insgemein, um dieſen Satz durch Zeichen kurz und allgemein auszudrücken, den erſten Theil der Wurzel a, und den andern b zu nennen, ſo daß a + b jede mögliche binomiſche Quadratwurzel bedeutet. Multiplicirt man nun a + b in ſich ſelbſt, ſo erhält man einen Ausdruck, der alle mögliche Quadratzahlen binomiſcher Wurzeln vorſtellen kann.

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline ab + b^2 \\ a^2 + ab \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \end{array}$$

Soll a Zehner und b Einer bedeuten, ſo wird a^2 Hunderte, 2 ab Zehner, und b^2 Einer bedeuten müſſen.

§. 71.

Wenn man von einer Reihe Zahlen, wovon die folgende zehn Mal größer iſt, als die vorhergehende, die Quadratzahlen macht; ſo wird man finden, daß in dieſem Falle das folgende Quadrat allemal 100 Mal größer iſt, als das vorhergehende, und daß alſo die Wurzel nur um eine Figur vermehrt wird, wenn das Quadrat um 2 Figuren zunimmt. Z. B.

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1 \\ 10^2 &= 100 \\ 100^2 &= 10000 \\ 1000^2 &= 1000000 \\ 10000^2 &= 100000000 \end{aligned}$$

Aus dieſer Urſache pflegt man die Quadratzahlen, wenn man die Wurzel ausziehen will, in Klaſſen zu theilen, und jeder Klaſſe zwey Ziffern zu geben, da-

mit man aus der Zahl dieſer Klaſſen ſehen könne, wie viel einzelne Theile die Wurzel enthalte.

§. 72.

Nun wollen wir kürzlich ſehen, auf was für Art ſich die Wurzeln aus den gegebenen Quadratzahlen entdecken laſſen. Die eintheiligen Wurzeln aus vollkommnen Quadratzahlen ſind leicht zu finden, wenn man ſich aus dem Einmaleins folgendes Täſelchen abſchreibt, worin die Producte aller einfachen Zahlen in ſich ſelbſt, und folglich ihre Quadrate enthalten ſind.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81

Iſt nun die gegebene Zahl eine vollkommne Quadratzahl, und zwar einer eintheiligen Wurzel, ſo muß ſie in der zweyten Reihe und die Wurzel darüber ſtehen. Auf dieſe Art ſieht man, daß 8 die Wurzel aus 64, und 7 die Wurzel aus 49 iſt.

§. 73.

Iſt die Wurzel aus der gegebenen Zahl aber zweytheilig, welches man daraus ſehen kann, wenn ſich die gegebene Zahl nur in zwey Klaſſen zergliedern läßt, (§. 71.) ſo kann man ſie folgendergeſtalt finden. Es ſey z. B. die Wurzel aus 5625 zu ſuchen:

$$
\begin{array}{rl}
5'6 & \!\!|\,25\,\big)\,75 \\
a^2 = 4\;9 & \!\!| \\
\hline
7 & \!\!|\,25 = 2ab + b^2 \\
 & (14) = 2a \\
2ab = 70 & \\
b^2 = 25 & \\
\hline
725 & = 2ab + b^2 \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Weil nämlich das Quadrat des erſten Theils in dieſem Falle Hunderte bedeutet (§. 70.), ſo muß es nothwendig unter den Hunderten, d. i. in der erſten Klaſſe zur Linken, wo die Hunderte ſtehen, enthalten ſeyn. Denn wenn man bey der Abtheilung der Quadratzahl von der Rechten zur Linken geht, ſo kommen allemal in die erſte Klaſſe die Hunderte zu ſtehen, die Quadratzahl der zweytheiligen Wurzel mag vier oder drey Ziffern enthalten. Man ſuche daher 56 in dem Quadrattäfelchen (§. 72.) und nehme das nächſt kleinere Quadrat, wofern man dieſe Zahl ſelbſt darin nicht antrift. Dieſes nächſt kleinere Quadrat iſt hier 49, welches alſo a^2 oder das Quadrat des erſten Theils ſeyn muß. Die Wurzel von 49 iſt 7, und folglich a oder der erſte Theil ſelbſt, welchen man rechter Hand hinter einen Strich zu ſchreiben pflegt. Nunmehr zieht man das Quadrat des erſten Theils ab, und ſetzt hierzu die folgende Klaſſe, ſo muß in den Ziffern 725 noch das zweyfache Product des erſten Theils in den andern, und das Quadrat des andern Theils, oder, nach unſern Buchſtaben, $2ab + b^2$ enthalten ſeyn. Wird 2 ab durch 2 a dividirt, ſo iſt der Quotient b. (§. 19.) Man nehme alſo den gefundenen erſten Theil, nämlich 7 zwey Mal, und dividire damit die 72 Zeh-

ner, weil das Product 2 ab in den Zehnern ſtecken muß (§. 70.). Der Quotient iſt 5, welches der andere Theil der Wurzel ſeyn muß, der Einer bedeutet; daher man ihn neben den erſten, welcher ſich auf Zehner bezieht, rechter Hand ſetzet. Nachdem man nun die Wurzel gefunden hat, ſo iſt es noch nöthig, die Producte 2 ab und b^2 zu beſtimmen, und ſie von 725 abzuziehen, damit man ſehen könne, ob man nicht eine zu große Zahl genommen habe, und ob die gegebene Quadratzahl eine vollkommne ſey, oder nicht. Man multiplicirt daher den zweyten Theil 5 in den Diviſor 14, und bekömmt dadurch alſo das zweyfache Product aus dem erſten Theile in den andern, weil der Diviſor ſchon den erſten Theil zwey Mal enthält. Dieſes Product 70 ſetzt man unter die Zehner, weil es Zehner bedeutet, und addirt hierzu noch das Quadrat der Zahl 5, als des andern Theiles, welches bloße Einer enthält, und daher eine Stelle weiter rechter Hand gerückt wird. Die Summe 725 muß alſo $2\,ab + b^2$ enthalten, und folglich kann nichts übrig bleiben, wenn ſie von der obigen Zahl 725, die ebenfalls aus den Theilen $2\,ab + b^2$ zuſammengeſetzt iſt, ſubtrahirt wird. Will man ſich nunmehr überzeugen, ob man die wahre Wurzel gefunden habe, oder nicht, ſo multiplicire man dieſelbe in ſich ſelbſt. Das Product muß ſo groß ſeyn, als die gegebene Quadratzahl. Z. B.

$$\begin{array}{r} 75 \\ 75 \\ \hline 375 \\ 525 \\ \hline 5625 \end{array}$$

Uebrigens iſt noch dieſes zu merken, daß man bey Ausziehung der Quadratwurzel nicht nothwendig ſo weitläuftig ſeyn darf, als vorhin gezeigt wurde, um den Grund dieſer Rechnung deutlich vor Augen zu ſtellen. Denn wenn man den andern Theil rechter Hand neben den Diviſor ſetzt, und hierauf die ganze Zeile mit dem zweyten Theile multiplicirt; ſo erhält man auf einmal das zweyfache Product aus dem erſten Theile in den andern, nebſt dem Quadrate des andern Theils, wie man aus folgender Rechnung ſehen wird.

$$\begin{array}{rrl} & 56\,|\,25 & \big(75 \\ a^2 = & 49\,| & \\ \hline & 7\,|\,25 & \\ & (14)5 & = 2a + b \\ 2ab + b^2 = & 725 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

§. 74.

Wenn man das bisherige verſtanden, und ſich dadurch in Stand geſetzt hat, eine binomiſche Wurzel zu finden, ſo wird man auch ohne Schwierigkeit einſehen, wie es möglich ſey, eine polynomiſche oder vieltheilige Wurzel aus einer gegebenen Quadratzahl zu entdecken. Denn da bey den Zahlen die Menge der Theile von unſrer Willkühr abhängt; ſo iſt klar, daß ſich eine vieltheilige Wurzel auch als eine zweytheilige betrachten läßt. Dieſe Vorſtellung hat den Nutzen, daß man aus den vorigen Regeln, die eine zweytheilige Wurzel finden lehren, eine allgemeine Regel für alle viertheilige Wurzeln herleiten kann. Wir wollen zu einem Beyſpiele die Zahl 435 wählen,

und ſie als die Wurzel von einer zu ſuchenden Quadratzahl betrachten. Wollen wir jede Ziffer als einen beſondern Theil anſehen, ſo iſt offenbar, daß die Wurzel drey Theile hat. Wir können aber auch die Hunderte und Zehner zuſammen genommen als einen, und die Einer als den andern Theil anſehen, dann wird ſie nur aus zwey Theilen, nämlich aus 43 Zehnern und 5 Einern beſtehen. Das Quadrat von 435 muß daher ſo groß ſeyn, als das Quadrat von $43' + 5°$. Nun beſteht aber das Quadrat von $43' + 5°$ aus $43^2 + 2 \times 43 \times 5 + 5^2$ (§. 70.), wo nichts als die Beſtimmung der Einheit, worauf ſich jeder Theil bezieht, weggelaſſen iſt, die hernach hinzugeſetzt werden ſoll. Wenn man nun erwägt, das $43'$ eben ſo viel ſind, als $4'' + 3'$, und folglich das Quadrat von $43'$ ſo viel, als das Quadrat der Summe aus $4'' + 3'$, welches (§. 70.) aus dem Quadrate von $4''$, dem zweyfachen Producte aus $4''$ in $3'$, und dem Quadrate von $3'$ beſtehen muß. Wenn man ferner überlegt, daß die Quadratzahl von Hunderten nothwendig Zehntauſende bedeutet; weil 100 in 100 multiplicirt 10000 macht; daß endlich ein Product aus Hunderten in Zehnern Tauſende, und ein Quadrat von Zehnern d. i. ein Product von Zehnern in Zehner Hunderte geben muß: ſo wird man folgende Schlüſſe leicht einſehen, welche durch die oben erklärten Zeichen ausgedrückt ſind. Die Parentheſen bey $43' + 5°$ und bey $4'' + 3'$ haben dieſe Bedeutung, daß man ein Quadrat von der ganzen Summe und nicht blos von der letzten Ziffer verlangt.

$$435 = 43' + 5^{\circ} \quad (\S.\ 10.)$$
$$435^2 = (43' + 5^{\circ})^2$$

$$(43' + 5^{\circ})^2 = \overset{\prime\prime}{43}{}^2 + 2 \times 43' \times 5 + \overset{\circ}{5}{}^2 \quad (\S.\ 70.)$$

$$435^2 = \overset{\prime\prime}{43}{}^2 + 2 \times 43' \times 5 + \overset{\circ}{5}{}^2 \quad (\S.\ 11.)$$
$$43' = 4'' + 3' \quad (\S.\ 10.)$$

$$435^2 = (4'' + 3')^2 + 2 \times 43' \times 5 + \overset{\circ}{5}{}^2 \quad (\S.\ 9.)$$

$$(4'' + 3')^2 = \overset{\prime\prime\prime\prime}{4}{}^2 + 2 \times \overset{\prime\prime\prime}{4} \times 3 + \overset{\prime\prime}{3}{}^2 \quad (\S.\ 70.)$$

$$435^2 = \overset{\prime\prime\prime\prime}{4}{}^2 + 2 \times \overset{\prime\prime\prime}{4} \times 3 + \overset{\prime\prime}{3}{}^2 + 2 \times \overset{\prime}{43} \times 5 + 5^2$$

Die Quadratzahl der dreytheiligen Wurzel 435 enthält alſo, wenn wir $4''$ den erſten, $3'$ den andern, und 5° den dritten Theil nennen, das Quadrat des erſten Theils, ein zweyfaches Product aus dem erſten Theile in den andern, ein Quadrat des andern Theils, ein zweyfaches Product aus der Summe der erſten beyden Theile in den dritten, und ein Quadrat des dritten Theils; und zwar bezieht ſich das Quadrat des erſten Theils auf Zehntauſende, das zweyfache Product aus dem erſten Theile in den andern auf Tauſende, das Quadrat des andern Theils auf Hunderte, das zweyfache Product aus der Summe der erſten beyden Theile in den dritten auf Zehner, und das Quadrat des dritten Theils auf Einer, wenn der erſte Theil Hunderte, der andre Zehner und der dritte Einer bedeutet. Anfänger können ſich von dieſem Satze auch noch folgendergeſtalt durch die Probe überzeugen.

$$\begin{array}{rcr} \overset{'''}{4}{}^2 & = & 160000 \\ 2 \times \overset{'''}{4} \times \overset{''}{3} & = & 24000 \\ \overset{''}{3}{}^2 & = & 900 \\ 2 \times \overset{'}{43} \times \underset{0}{5} & = & 4300 \\ 5^2 & = & 25 \\ \hline & & 189225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 435 \\ 435 \\ \hline 2175 \\ 1305 \\ 1740 \\ \hline 189225 \end{array}$$

Aus dieſer Rechnung erſieht man, daß die vorhin erzählten Stücke wirklich das ganze Quadrat von 435 ausmachen. Will man ſich den vorigen Satz in ſeiner Allgemeinheit vorſtellen, ſo benenne man die einzelnen Theile einer dreytheiligen Wurzel mit den Buchſtaben a, b, c, und die Summe der erſten beyden, nämlich $a+b$ mit dem einzigen Buchſtaben S, ſo wird man die vorigen Schlüſſe auf ſie leicht anwenden können. Nämlich

$$a+b=S$$

$$a+b+c=S+c \quad (\text{§. } 13.)$$

$$(a+b+c)^2=(S+c)^2 \quad (\text{§. } 17.)$$

$$(S+c)^2=S^2+2Sc+c^2 \quad (\text{§. } 70.)$$

$$(a+b+c)^2=S^2+2Sc+c^2 \quad (\text{§. } 11.)$$

$$S^2=(a+b)^2$$

$$(a+b+c)^2=(a+b)^2+2Sc+c^2 \quad (\text{§. } 9.)$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \quad (\text{§. } 70.)$$

$$(a+b+c)^2=a^2+2ab+b^2+2Sc+c^2 \quad (\text{§. } 9.)$$

oder $a^2+2ab+b^2+2(a+b)c+c^2$

§. 75.

Auf eben dieſe Art kann man leicht finden, aus was für Theilen die Quadratzahl einer vieltheiligen

Wurzel beſtehe. Wir wollen die Sache gleich allgemein betrachten, und daher die vier Theile einer ſolchen Wurzel durch die Buchſtaben, a, b, c, d ausdrücken. Die Summe aus den erſten dreyen, nämlich $a + b + c$ heiße wiederum S; ſo kann man folgendergeſtalt ſchließen.

$$a + b + c = S$$
$$a + b + c + d = S + d \quad (§. 13.)$$
$$(a + b + c + d)^2 = (S + d)^2 \quad (§. 17.)$$
$$(S + d)^2 = S^2 + 2\,Sd + d^2 \quad (§. 70.)$$
$$(a + b + c + d)^2 = S^2 + 2\,Sd + d^2 \quad (§. 11.)$$
$$S^2 = (a + b + c)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2 + 2\,(a + b)c + c^2 \quad (§. 74.)$$

Folglich $(a + b + c + d)^2 =$
$$a^2 + 2\,ab + b^2 + 2\,(a + b)c + c^2 + 2\,Sd + d^2 \quad (§. 9.)$$
oder weil $S = a + b + c$
$$a^2 + 2\,ab + b^2 + 2\,(a + b)\,c + c^2 + 2\,(a + b + c)d + d^2$$

Dieſe letztere Zeile würde, wenn man ſie mit Worten ausdrücken wollte, folgendergeſtalt lauten:

Das Quadrat einer viertheiligen Wurzel enthält das Quadrat des erſten Theils, ein zweyfaches Product aus dem erſten Theile in den andern, das Quadrat des andern Theils, ein zweyfaches Product aus der Summe der erſten beyden Theile in den dritten, das Quadrat des dritten Theils, ein zweyfaches Product aus der Summe der erſten drey Theile in den vierten Theil, und das Quadrat des vierten Theils.

Wollte man wiſſen, aus was für Theilen das Quadrat einer fünftheiligen Wurzel beſtehe, ſo dürfte

man nur eine ſolche Wurzel auf die vorige Art ſich als eine zweytheilige vorſtellen. Man würde immer finden, daß die Quadratzahl einer jeden polynomiſchen Wurzel aus dem Quadrate eines jeden Theiles und einem doppelten Producte aller Theile in einander beſtehe.

§. 76.

Aus den bisherigen Betrachtungen wird ſich nun leicht einſehen laſſen, daß eine vieltheilige Wurzel eben ſo gut, als eine zweytheilige, und auf eine ähnliche Art gefunden werden kann. Man darf nur anfangs die beyden erſten Theile auf die Art, wie bey Betrachtung der zweytheiligen Wurzel gelehrt worden iſt, ſuchen, die gefundenen Theile als einen einzigen anſehen, ſie doppelt nehmen und damit dividiren, um den dritten Theil zu finden u. ſ. f. wie man aus folgendem Beyſpiele ſehen wird. Es ſey nämlich die Wurzel aus 767376 zu finden.

$$
\begin{array}{rll}
 & 76|73|76 & \left\{\begin{array}{l} a\,b\,c \\ 8\,7\,6 \end{array}\right. \\
a^2 = & 64 & \\
\hline
 & 12|73 & \\
 & (16) = 2a & \\
2ab = & 112 & \\
b^{2''} = & 49 & \\
\hline
2ab + b^{2''} = & 1169 & \\
 & 104|76 & \\
 & (174) = 2(a+b) & \\
2(a+b)'c = & 1044 & \\
c^2 & 36 & \\
\hline
2(a+b)'c + c^2 = & 10476 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

Der Grund dieſer Rechnung iſt folgender. Weil ſich aus der gegebenen Quadratzahl drey Klaſſen machen laſſen, ſo muß die Wurzel dreytheilig ſeyn (§. 71.). Das Quadrat des erſten Theils muß ſich alſo auf Zehntauſende beziehen (§. 74.); daher es in der erſten Klaſſe linker Hand, wo die Zehntauſende ſtehen, geſucht worden iſt. Das Quadrat, welches der Zahl 76 in dem Quadrattäfelchen am nächſten kömmt, iſt 64, und alſo die Wurzel davon, nämlich 8, der erſte Theil, der rechter Hand nach der gegebenen Quadratzahl geſetzt worden iſt, und der eigentlich Hunderte bedeutet, welches aber hier nicht beſonders angemerkt werden darf; weil er ſchon durch die Hinzuſetzung der andern beyden Theile ſeinen Werth aus der dritten Stelle erhält. Wird nun das Quadrat des erſten Theils von den Ziffern der erſten Klaſſe 76 abgezogen, ſo müſſen in den übriggebliebenen 12 Zehntauſenden und den andern Ziffern 7376 die noch übrigen Theile der Quadratzahl enthalten ſeyn. Da man aber nicht gleich alle Ziffern oder Theile nöthig hat, ſo rückt man nur die folgende Klaſſe herunter, nimmt den gefundenen Theil 8 doppelt, ſetzt dieſe doppelte 8 d. i. 16 unter die Tauſende, und dividiret ſie damit; weil das zweyfache Product aus dem erſten Theile in den andern bey einer dreytheiligen Wurzel Tauſende bedeutet (§. 74.) und $\frac{2\,ab}{2\,a} = b$ iſt (§. 19.). Den Diviſor 2 a d. i. hier 2mal 8 oder 16 ſtreicht man aus, oder ſchließt ihn in Häkchen ein, damit man ihn nicht beym Zuſammenaddiren für einen Theil halte. 16 in 127 ſteckt 7mal, welches alſo b oder der zweyte Theil iſt. Dieſer neue Theil 7 multipli-

cirt in den Diviſor 16, welcher 2 a ausmacht, gibt nothwendig 2 ab oder das zweyfache Product aus dem erſten Theile in den andern, welches unter die Tauſende geſetzt wird, weil es ſich ebenfalls auf Tauſende beziehet. Das folgende Stück der ganzen Quadratzahl, nämlich b^2 d. i. in dieſem Falle 7^2 oder 49 bedeutet Hunderte, und wird daher eine Stelle weiter zur Rechten gerückt. Wird nun beydes addirt, und die Summe 1169 d. i. $2ab + b^2$ von 1273 abgezogen, ſo müſſen in den übrig gebliebenen 104 Hunderten, wenn man hierzu noch die in der letzten Klaſſe befindlichen 76 Einer hinzuſetzt, die beyden letzten Stücke der obigen Quadratzahl, nämlich $2(a+b)c+c^2$ enthalten ſeyn. Man rückt alſo die letzte Klaſſe 76 herunter, nimmt die beyden gefundenen Theile der Wurzel 87 doppelt, und dividirt damit, um den dritten Theil zu erhalten, die ganze Menge der Zehner, weil $2(a+b)\times c$ ſich auf Zehner beziehet (§. 74.). Mit dem Quotienten 6, als dem dritten Theile der Wurzel, multiplicirt man den Diviſor, und ſetzt das Product unter die Zehner, ſo hat man $2(a+b)\times c$, worunter man das Quadrat von 6 ſetzt, und zwar unter die Einer, weil es Einer bedeutet, und endlich die Summe von beyden aus der obern Zahl 10476 abzieht, um zu ſehen, ob man nicht einen zu großen Theil genommen habe, und ob die gegebene Zahl ein vollkommnes Quadrat ſey oder nicht.

Wenn man den gefundenen Theil allezeit rechter Hand an den Diviſor ſetzt, und mit demſelben die ganze Zeile multiplicirt, ſo kann man auch hier die Rechnung viel kürzer haben. Z. B.

		Probe.
	76|73|76. (876	
$a^2 =$	64	
	12|7·3	
	(16) 7	876
$2ab + b^2 =$	1169	876
	104|76	5256
	(174) 6	6132
$2(a+b)c + c^2 =$	10476	7008
	0	767376

§. 77.

Auf eine ähnliche Art würde man eine Wurzel finden können, die aus 4 und mehr Ziffern beſtünde. Man dürfte nur dieſes überlegen, daß z. B. die Quadratzahl der erſten Ziffer, die bey einer viertheiligen Wurzel Tauſende bedeutet, ſich auf Millionen beziehen, und folglich unter den Millionen geſucht werden müßte. Nach folgenden Regeln, die man nunmehr aus den vorhergehenden Erläuterungen leicht verſtehen wird, könnte die größte Quadratwurzel gefunden werden.

1. Man theile die gegebene Zahl in Klaſſen von der Rechten gegen die Linke, und ſchneide für jede Klaſſe allemal zwey Ziffern ab. Eine einzige Klaſſe, nämlich die erſte linker Hand, kann auch Eine Ziffer enthalten.
2. Man ſuche in dem Quadrattäfelchen die Zahl, welche in der erſten Klaſſe linker Hand ſich befindet, und nehme die nächſt kleinere Quadratzahl, wofern man ſie nicht ſelbſt darin antrift, ſchreibe ſie darunter, und ſubtrahire ſie. Die Wurzel davon iſt der erſte Theil der Wurzel, die geſucht wird.

3. Nachdem man die folgende Klaſſe heruntergerückt hat, ſo nehme man den gefundenen erſten Theil doppelt, und dividire damit die Zahl, die aus dem vorigen Ueberreſte und der erſten Ziffer der heruntergerückten Klaſſe beſtehet. Der Quotient iſt der zweyte Theil der Quadratwurzel, der alſo neben dem erſten geſetzt wird.

4. Mit dieſem neuen Theile multiplicire man den Diviſor, welcher deswegen unter die zu dividirende Zahl geſetzt wird, und ſchreibe darunter, aber eine Stelle weiter zur Rechten, das Quadrat des neuen Theils, addire beydes, und ſubtrahire es von der obigen Zahl. Oder will man gleich beyde Stücke ohne Addition auf einmal haben, ſo ſetze man den neuen Theil rechter Hand an den Diviſor, und multiplicire damit die ganze Zeile.

5. Nachdem man wieder die folgende Klaſſe herunter gerückt hat, ſo nehme man beyde gefundene Theile doppelt, und dividire damit die Zahl, welche aus dem vorigen Ueberreſte, und der erſten Ziffer der heruntergerückten Klaſſe beſtehet. Den Quotienten, als den dritten Theil, ſetze man neben die erſten beyden Theile, und multiplicire damit, wie vorhin, den Diviſor, ſetze hierzu das Quadrat des neuen Theils eine Stelle weiter zur Rechten, addire beydes, und ziehe die Summe wieder von der obern Zahl ab. Man kann aber auch hier wieder dieſe Summe auf einmal erhalten, wenn man, wie vorhin erinnert wurde, den neuen Theil rechter Hand neben den Diviſor ſetzt, und hernach mit demſelben die ganze Zeile multiplicirt.

6. Nunmehr nehme man die erſten drey Theile doppelt, dividire damit, um den vierten zu finden, und verfahre in allen Stücken, wie vorhin.

7. Hat man den vierten Theil gefunden, und die übrige Rechnung angeſtellt, ſo nehme man dieſe gefundnen vier Theile doppelt, und rechne aufs neue, um den fünften Theil zu finden, nach der vorigen Art, ſo daß man immer, wenn die Wurzel aus ſehr vielen Theilen beſteht, alle vorhergehende Theile als eine Zahl anſieht, und das Zweyfache davon zum Diviſor macht, und die Rechnung ſo lange fortſetzet, bis man alle Theile der Wurzel entdeckt hat.

§. 78.

Aus Brüchen macht man Quadrate, wenn man ſowohl den Zähler als auch den Nenner in ſich ſelbſt multipliciret. Denn das Quadrat einer jeden Zahl entſteht, wenn ſie in ſich ſelbſt multipliciret wird (§. 68.); folglich muß auch ein Bruch durch die Multiplication in ſich ſelbſt zum Quadrat gemacht werden. Und wenn man nun dieſes thut, und z. B. $\frac{5}{6}$ in $\frac{5}{6}$ multiplicirt; ſo erhält man $\frac{5 \times 5}{6 \times 6}$ oder $\frac{25}{36}$ (§. 58.). Von 0, 3 d. i. $\frac{3}{10}$ würde alſo das Quadrat 0,09 d. i. $\frac{9}{100}$ und von 0,03 d. i. $\frac{3}{100}$ würde das Quadrat 0,0009 d. i. $\frac{9}{10000}$ ſeyn. Woraus man ſieht, daß bey einem Decimalbruche das Quadrat Hunderttheile bedeutet, wenn die Wurzel Zehntheile enthält, Zehntauſendtheile aber, wenn ſich die Wurzel auf Hunderttheile beziehet, und überhaupt, daß die Quadratzahl eines Decimalbruches noch einmal

ſo viel Decimalſtellen hat, als die Wurzel, und die Wurzel alſo nur halb ſo viel Decimalſtellen, als die Quadratzahl. Ferner iſt klar, daß man die Wurzel aus einem Bruche finden wird, wenn man ſowohl aus dem Zähler als auch aus dem Nenner die Wurzel zieht. Die Wurzel aus $\frac{25}{36}$ muß ſo viel ſeyn $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}}$ d. i. $\frac{5}{6}$, weil ſowohl der Zähler als der Nenner quadrirt wird, wenn man das Quadrat des Bruchs aus der Wurzel macht.

§. 79.

Aus den unvollkommenen Quadratzahlen laſſen ſich zwar die Wurzeln niemals nach der größten Schärfe erhalten, wie hernach gezeigt werden ſoll; man kann ſie aber durch Näherung ſo weit ſuchen, daß der Fehler, der dabey begangen wird, für nichts mehr zu achten iſt, wenn man die Zahlen in gleichgeltende Brüche verwandelt. Allein nicht alle Brüche ſind zu dieſer Abſicht gleich bequem. Man erwählt daher bey der Ausziehung der Irrationalwurzeln nur Decimalbrüche, und zwar ſolche, deren Nenner vollkommne Quadratzahlen ſind, damit man doch wenigſtens aus dem Nenner die Wurzel völlig erhalten könne. Verwandelt man nun die Quadratzahl in Hunderttheile, ſo erhält man die Wurzel in Zehntheilen; verwandelt man ſie in Zehntauſendtheile, ſo erhält man die Wurzel in Hunderttheilen (§. 78.). Und überhaupt je größer der Nenner des Bruchs iſt, worein man die unvollkommne Quadratzahl verwandelt, deſto mehr Decimalſtellen wird die Wurzel erhalten, und deſto mehr wird der Fehler, welchen man noch begehen muß, vermindert werden. Z. B. wir

wollen die Quadratwurzel aus 12 ſuchen, wovon man gleich wiſſen kann, daß ſie größer als 3 und kleiner als 4, folglich 3 und ein Bruch ſeyn muß. Um nun dieſen Bruch einigermaßen zu finden; ſo wollen wir 12 durch einen Decimalbruch ausdrücken, und zum Nenner 100 nehmen, ſo iſt $12 = \frac{1200}{100}$ oder 12,00 und folglich muß es einerley ſeyn, ob man die Wurzel aus 12 Ganzen, oder aus 1200 Hunderttheilen ſuchet.

```
  12|00 (3,4
   9|
 ----------
   3|00
   (6)4
    256
 ----------
     44
```

Die Wurzel aus 1200, vermöge der vorigen Rechnung, iſt ohngefehr 34, und folglich die Wurzel aus $\frac{1200}{100}$, weil die Wurzel aus dem Nenner 10 iſt, $\frac{34}{10}$ oder 3′, 4. (§. 78.). Weil aber am Ende noch 44 übrig blieb, ſo ſieht man wohl, daß man noch nicht die wahre Wurzel gefunden, und vielleicht um ein, oder um einige Hunderttheile gefehlt hat; denn ein Zehntheil kann der Fehler nicht betragen, weil man ſonſt ſtatt des andern Theils 4 die Zahl 5 nehmen müßte, welches aber hier nicht angeht. Wäre nun der Fehler von einem oder etlichen Hunderttheilen zu wichtig; ſo könnte man der Wahrheit immer näher kommen, wenn man einen größern Nenner erwählte, und z. B. 12 in 10000 Theile verwandelte. Denn da $\frac{120000}{10000} = 12$, ſo iſt es einerley, ob man die

Wurzel aus dem Bruche $\frac{120000}{10000}$ oder aus 12 ſuchet. Die Wurzel aus $\frac{120000}{10000}$ iſt $\frac{\sqrt{120000}}{\sqrt{10000}}$ d. i. $\frac{\sqrt{120000}}{100}$ (78.), und folglich dürfte man nur die Wurzel aus 120000 ſuchen, und ſie Hunderttheile bedeuten laſſen, ſo würde man die Wurzel aus 12 erhalten.

12|00|00.(3,46	Probe
9	346
3|00	346
(6)4	2076
256	1384
44|00	1038
(68)6	119716
4116	284
284	120000

Nämlich die gefundene Zahl 346 iſt ſo viel als $\frac{346}{100}$ oder $3\frac{46}{100}$, d. i. $3+\frac{4}{10}+\frac{6}{100}$, woraus man ſehen kann, wenn man ſie mit der vorigen Wurzel $3\frac{4}{10}$ vergleicht, daß man jetzt $\frac{6}{100}$ mehr erhalten und alſo weniger gefehlt habe, als vorhin. Wollte man nun die Wurzel aus 12 noch genauer haben, ſo dürfte man nur dieſe Zahl in einen Decimalbruch von einem noch größern Nenner, z. B. 1000000 Theile verwandeln; ſo würde man die Wurzel in Tauſendtheilen erhalten, und auf dieſe Art könnte man die Rechnung ſo lange fortſetzen, bis der Fehler, welcher noch dabey begangen würde, von keiner Erheblichkeit wäre. Man möchte aber die Rechnung ſo lange fortſetzen, als man wollte; ſo würde man doch allemal noch einen Ueberreſt behalten, und folglich die Wur-

zel nicht nach der gröſsten Schärfe bey dergleichen unvollkommnen Quadratzahlen beſtimmen können. Denn wollte man annehmen, daſs nach einer fortgeſetzten Rechnung endlich einmal nichts übrig bleiben müſste; ſo würde hieraus folgen, daſs in gegenwärtigem Falle, wenn man die Wurzel in ſich ſelbſt multiplicirte, die Zahl 12 mit allen angehängten Nullen herauskommen müſste. Dieſes iſt aber ganz unmöglich. Denn der letzte Decimalbruch in der Wurzel iſt entweder 1, oder 2, oder 3, oder 4, oder 5, oder 6, oder 7, oder 8, oder 9. Allein keine von dieſen Zahlen gibt in ſich ſelbſt multiplicirt im Producte eine Null; welches doch nothwendig geſchehen müſste, wenn das Quadrat von der ganzen Wurzel eine 12 mit lauter Nullen rechter Hand ſeyn ſollte.

Daſs man übrigens in der Ausübung nicht ſo weitläuftig zu ſeyn braucht, als ich jetzt geweſen bin, um den Grund dieſer Rechnung zu erklären, brauche ich wohl kaum zu erinnern. Wenn man aus einer unvollkommnen Quadratzahl die Wurzel ſuchen ſoll, ſo pflegt man erſt die Nullen an den Ueberreſt paarweiſe zu hängen. Jedes Paar Nullen gibt eine Decimalſtelle. Hänge ich alſo anfänglich zwey Nullen an, ſo bekomme ich Zehntheile, ſetze ich wiederum zu dem letzten Reſte zwey Nullen, ſo erhalte ich Hunderttheile, und daher durch ein neues Paar Nullen immer wiederum eine neue Decimalſtelle.

Bey der Probe iſt noch dieſes zu erinnern, daſs man zu der Quadratzahl der Wurzel den Ueberreſt addiren muſs. Denn z. B. 346 iſt nicht eigentlich die Wurzel aus 120000, weil 284 übrig blieb, ſondern aus einer Zahl, die um 284 Einheiten kleiner

iſt. Dieſe 284 Einheiten müſſen alſo zu dem Quadrate von 346 noch hinzugeſetzt werden, wenn man die vorige Zahl 120000 erhalten will.

§. 80.

Da eine Cubikzahl nichts anders iſt, als ein Product aus drey gleichen Factoren, wovon jeglicher die Wurzel genannt wird (§. 68.), ſo iſt leicht einzuſehen, daß man eine gegebene Zal zur Cubikzahl erheben könne, wenn man das Quadrat derſelben in die Wurzel multiplicirt; denn $2 \times 2 \times 2$ muß ſo viel ſeyn, als 4×2 oder $2^2 \times 2$ d. i. 8 und $a \times a \times a$ ſo viel als $a^2 \times a$. Wir können alſo erfahren, aus was für Theilen die Cubikzahl einer binomiſchen Wurzel beſteht, wenn wir ſie in das Quadrat derſelben multipliciren. Es bedeute daher wieder $a' + b^{\circ}$ jede mögliche zweytheilige Wurzel; ſo iſt das Quadrat derſelben $\overset{\prime\prime}{a}{}^2 + 2\,\overset{\prime}{a}\overset{\prime}{b} + \overset{\circ}{b}{}^2$ (§. 70.), welches wir nun durch die Wurzel $a' + b^{\circ}$ aufs neue multipliciren wollen.

$$
\begin{array}{r}
\overset{\prime\prime}{a}{}^2 + 2\,\overset{\prime}{a}\overset{\prime}{b} + \overset{\circ}{b}{}^2 \\
\overset{\prime}{a} + b^{\circ} \\
\hline
\overset{\prime\prime}{a}{}^2 b + 2\,\overset{\prime}{a}b^2 + \overset{\circ}{b}{}^3 \\
\overset{\prime\prime\prime}{a}{}^3 + 2\,\overset{\prime\prime}{a}{}^2 b + a\overset{\prime}{b}{}^2 \qquad\qquad \\
\hline
\overset{\prime\prime\prime}{a}{}^3 + 3\,\overset{\prime\prime}{a}{}^2 b + 3\,\overset{\prime}{a}\overset{\prime}{b}{}^2 + \overset{\circ}{b}{}^3 = (a + b)^3
\end{array}
$$

Aus dieſer Rechnung, welche auch diejenigen leicht verſtehen werden, die ſich die eigentliche Buchſtaben-

rechnung noch nicht völlig bekannt gemacht haben, erſieht man, daß die Cubikzahl einer zweytheiligen Wurzel folgende 4 Stück enthalte: erſtlich a^3 d. i., die Cubikzahl des erſten Theils, ferner $3a^2b$, d. i. ein dreyfaches Product aus dem Quadrate des erſten Theils in den andern Theil, drittens $3ab^2$, d. i. ein dreyfaches Product aus dem erſten Theile in das Quadrat des andern Theils, und endlich b^3, d. i. die Cubikzahl des andern Theils. Und da ſich der erſte Theil auf Zehner, und das Quadrat deſſelben auf Hunderte bezieht (§. 70.), ſo muß die Cubikzahl a^3 nothwendig zehnfache Hunderte d. i. Tauſende bedeuten. Auf eben die Art wird man den Grund leicht einſehen, warum $3a^2b$ Hunderte, $3ab^2$ Zehner, und b^3 Einer bedeuten müſſen.

§. 81.

Aus den Eigenſchaften der Cubikzahl einer zweytheiligen Wurzel läßt ſich ferner leicht einſehen, was für Theile die Cubikzahlen vieltheiliger Wurzeln enthalten. Es heiße alſo, wie bey den Quadratwurzeln, jede mögliche dreytheilige Cubikwurzel $a+b+c$, und die Summe der erſten beyden Theile S, ſo iſt klar, daß

$$a+b=S$$
$$c=c$$
$$a+b+c=S+c \quad (\text{§. } 13.)$$
$$(a+b+c)^3=(S+c)^3$$
$$(S+c)^3=S^3+3S^2c+3Sc^2+c^3 \quad (\text{§. } 80.)$$
$$(a+b+c)^3=S^3+3S^2c+3Sc^2+c^3 \quad (\text{§. } 11.)$$
$$S^3=(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \quad (\text{§. } 80.)$$

Folglich $(a+b+c)^3=$

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3+3S^2c+3Sc^2+c^3 \quad (\text{§. } 9.)$$

d. i. die Cubikzahl einer dreytheiligen Wurzel beſteht aus der Cubikzahl des erſten Theils, aus dem dreyfachen Producte von dem Quadrate des erſten Theils in den andern Theil, aus dem dreyfachen Producte von dem erſten Theile in das Quadrat des andern Theils, aus der Cubikzahl des andern Theils, aus dem dreyfachen Producte von der Quadratzahl der Summe der erſten beyden Theile in den dritten, aus dem dreyfachen Product von der Summe der erſten beyden Theile in das Quadrat des dritten Theils, und aus der Cubikzahl des dritten Theils. Nimmt man nun an, daß der erſte Theil a Hunderte bedeutet, ſo muß ſein Quadrat hundertfache Hunderte oder Zehntauſende (§. 74), und folglich die Cubikzahl davon Millionen bedeuten; weil man die Cubikzahl durch die Multiplication der Quadratzahl in die Wurzel erhält, und Zehntauſende multiplicirt durch Hunderte Millionen geben müſſen. Es würde zu weitläuftig ſeyn, wenn ich zeigen wollte, auf was für eine Einheit ſich die übrigen Theile der Cubikzahl beziehen müſſen, da dieſes ein jeder von ſelbſt finden wird, der das vorhergehende verſtanden hat. Wenn man ſich auf die vorige Art eine viertheilige und überhaupt jede polynomiſche Wurzel anfänglich als eine zweytheilige vorſtellt; ſo wird man von der Allgemeinheit des Satzes überzeugt werden, daß die Cubikzahl einer jeden vieltheiligen Wurzel die Cubikzahl eines jeden Theiles, dreyfache Producte von dem Quadrate des erſten Theils in den andern, und dem Quadrate des andern Theils in den erſten, ferner lauter dreyfache Producte von dem Quadrate der Summe der vorhergehenden Theile in jeden folgenden, und von dem Quadrate eines jeden folgen-

den Theils in die Summe der vorhergehenden Theile enthält.

§. 82.

Die eintheiligen Wurzeln aus vollkommnen Cubikzahlen laſſen ſich leicht finden, wenn man ſich ein Täfelchen macht, wie das folgende iſt, worin die Cubikzahlen aller einfachen Zahlen enthalten ſind, und welches aus dem oben angeführten Quadrattäfelchen (§. 72) entſtehet, wenn man jede einfache Zahl in ihr Quadrat multipliciret.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	8	27	64	125	216	343	512	729

Will man alſo z. B. die Wurzel aus 343 wiſſen, ſo ſucht man dieſe Zahl in der dritten Reihe; die darüber in der erſten Reihe befindliche Zahl 7 muß die Cubikwurzel ſeyn. Dieſes Täfelchen braucht man auch, um die Wurzeln zu entdecken, die aus zwey oder mehr Theilen beſtehen, wie gleich gezeigt werden ſoll.

§. 83.

Wir werden in der Folge, um die zuſammengeſetzten Wurzeln zu ſuchen, die gegebenen Cubikzahlen von der Rechten gegen die Linke zu in Klaſſen theilen, und jeder Klaſſe drey Ziffern geben. Der Grund davon läßt ſich folgendergeſtalt leicht einſehen. Man erwähle ſich eine Reihe Zahlen, wovon die folgende allemal zehn Mal größer iſt, als die vorhergehende, und mache von jeder die Cubikzahl; z. B.

$$1^3 = 1$$
$$10^3 = 1000$$
$$100^3 = 1000000$$
$$1000^3 = 1000000000$$
$$10000^3 = 1000000000000$$

ſo wird man finden, daß die folgenden Cubikzahlen allezeit tauſend Mal größer ſind, und folglich aus 3 Figuren mehr beſtehen, als die vorhergehenden, wenn die Wurzel zehn Mal größer iſt, oder eine Figur mehr hat, als die vorhergehende Wurzel. Man kann alſo wiſſen, wie viel einzelne Theile eine zu ſuchende Wurzel enthält, wenn man unterſucht, wie viel Mal man 3 Figuren in einer gegebenen Cubikzahl abſchneiden kann.

§. 84.

Wollte man alſo aus einer gegebenen Zahl, z. B. aus 46656, die Cubikwurzel ziehen, welche nach der vorigen Bemerkung zweytheilig iſt, ſo müßte man folgende Rechnung anſtellen.

$\{ab$	Probe
$46\,|\,656\ \}36$	36
$\overset{\prime\prime\prime}{a}{}^3 = 27$	36
$19\,|\,656 = 3a^2b'' + 3a'b^2 + \overset{\circ}{b}{}^3$	216
$3a^2 = (27)$	108
$3a^2b'' = 162$	1296
$3a'b^2 = 324$	36
$\overset{\circ}{b}{}^3 = 216$	7776
19656	3888
0	46656

Nämlich nach geſchehener Abtheilung der gegebenen Zahl in Klaſſen iſt aus dem Täfelchen (§. 82.) die Cubikzahl 27 genommen worden, welche den 46 Tauſenden am nächſten kömmt; weil in den Tauſenden die Cubikzahl des erſten Theils einer binomiſchen Wurzel ſtecken muß (§. 80.); und wenn man die Abtheilung in Klaſſen von der Rechten gegen die Linke zu macht, ſo erhält man auch allezeit in der erſten Klaſſe diejenigen Ziffern, worin man die Cubikzahl des erſten Theils ſuchen muß. Iſt nun $27'''$ die Cubikzahl von a, oder vom erſten Theile, ſo muß der erſte Theil ſelbſt die Wurzel von dieſer Zahl, d. i. 3 Zehner ſeyn; und da die ganze Cubikzahl die Theile $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ enthält, ſo muß der Ueberreſt, wenn man die Cubikzahl des erſten Theils, d. i. in dieſem Falle $27'''$ von der gegebenen ganzen Cubikzahl abzieht, aus den Theilen $3a^2b + ab^2 + b^3$ beſtehen. Wird $3a^2b$ durch $3a^2$ dividirt, ſo iſt der Quotient b (§. 19.). Man findet daher den andern Theil der Wurzel, wenn man die Zahl, worin $3a^2b$ zu ſuchen iſt, d. i. die Hunderte (§. 80.) mit dem dreyfachen Quadrate des erſten Theils dividirt. Das Quadrat von 3 iſt 9, und dieſes dreymal genommen 27, womit alſo die 196 Hunderte dividirt worden ſind. Der eigentliche Quotient iſt zwar 7; dieſer aber kann deswegen nicht der andere Theil der Wurzel ſeyn, weil alsdenn

$$\begin{aligned} 3a^2b'' &= 189'' \\ 3a'b^2 &= 441' \\ \overset{\circ}{b}{}^3 &= 343^\circ \\ \hline & \quad 23653 \end{aligned}$$

und folglich dieſe drey Stücke zuſammen genommen größer ſeyn würden, als die obige Zahl 19656, in

denen ſie enthalten ſeyn müſſen. Hieraus ergibt ſich alſo, daß der andere Theil der Wurzel eine kleinere Zahl als 7, nämlich 6 ſeyn muß. Dieſer andere Theil 6, welcher durch den Buchſtaben b angezeigt wird, iſt in den Diviſor $27 = 3a^2$ multiplicirt worden, um $3a^2b$ zu erhalten. Das Product 162 muß alſo unter die Hunderte geſetzt werden, weil es Hunderte bedeutet (§. 80.). Das Quadrat von 6 Einern iſt 36 Einer, dieſes durch den erſten Theil der Wurzel, nämlich durch 3 Zehner multiplicirt, gibt 108 Zehner, und drey Mal genommen, 324 Zehner, d. i. $3ab^2$, welche daher eine Stelle weiter gegen die rechte Hand zugeſetzt worden ſind. Die Cubikzahl von 6, d. i. hier von 6 Einern macht 216 Einer, die alſo noch eine Stelle weiter gegen die Rechte zu kommen müſſen. Die Summe von dieſen 3 Stücken beträgt 19656 und alſo völlig ſo viel als die obige Zahl 19656; woraus man ſehen kann, daß 6 kein zu großer Theil und 46656 eine vollkommne Cubikzahl iſt. Das Quadrat von 36 iſt 1296, und das Product aus 1296 in 36 der gegebenen Cubikzahl gleich; welches die Probe iſt, daß man die wahre Wurzel gefunden hat.

§. 85.

Von den polynomiſchen oder vieltheiligen Cubikwurzeln iſt eben das zu erinnern, was von den polynomiſchen Quadratwurzeln geſagt worden iſt. Man findet ſie, wie die binomiſchen, wenn man nur, nachdem man die erſten beyden Theile erhalten hat, die Summe derſelben als eine einzige Zahl anſiehet, und die Rechnung auf die vorige Art fortſetzet. Nur muß man bey einer dreytheiligen Wurzel die Cubikzahl des erſten Theils unter den Millionen, (§. 81.) bey den viertheiligen Wurzeln unter den tauſendfa-

chen Millionen u. ſ. f. ſuchen, wie ein jeder von ſelbſt einſehen wird, wenn er nur erwägt, daß bey einer dreytheiligen Wurzel der erſte Theil Hunderte, und bey einer viertheiligen Wurzel der erſte Theil Tauſende bedeutet. Folgende Regeln, nach denen man vieltheilige Wurzeln ſucht, werden alſo keine weitere Erläuterung nöthig haben, und ihre Anwendung wird ſich aus dem beygefügten Beyſpiele leicht erſehen laſſen.

1. Man theile von der Rechten gegen die Linke die gegebene Cubikzahl in Klaſſen, und gebe jeder Klaſſe 3 Ziffern.
2. Man ſuche die Zahl, welche in der äuſſerſten Klaſſe zur Linken ſtehet, in dem Cubiktäfelchen, und nehme daraus die nächſte kleinere Cubikzahl, wofern man ſie ſelbſt nicht darin antrift, und ziehe ſie von den Ziffern ab, welche die erſte Klaſſe enthält. Die Wurzel von dieſer nächſt kleinern Cubikzahl iſt der erſte Theil der geſuchten Wurzel.
3. Zu dem Ueberreſte ſetze man die drey Ziffern der folgenden Klaſſe, multiplicire das Quadrat des erſten Theils mit 3, ſchreibe dieſes Product dergeſtalt, daß ſeine niedrigſte Ziffer unter die höchſte Ziffer der folgenden Klaſſe zu ſtehen kömmt, und ſchließe es in Häkchen ein, oder ſtreiche es aus, damit man es im Addiren nicht für einen Theil anſehe.
4. Mit dieſem dreyfachen Quadrate des erſten Theils dividire man die darüber ſtehende Zahl, ſo erhält man den zweyten Theil der Wurzel.
5. Dieſen zweyten Theil der Wurzel multiplicire man in den vorigen Diviſor, d. i. in das dreyfache Quadrat des erſten Theils, und ſchreibe das Product darunter.

6. Hierauf multiplicire man das Quadrat des zweyten Theils in den erſten Theil, und nehme dieſes Product drey Mal, oder welches einerley iſt, man multiplicire das Quadrat des andern Theils mit dem dreyfachen erſten Theile, und ſchreibe das Product unter das vorige, doch eine Stelle weiter zur Rechten.
7. Hierunter ſetze man, und zwar wieder eine Stelle weiter zur Rechten, die Cubikzahl des zweyten Theils, addire dieſe drey Stücke, und ziehe die Summe von der obigen Zahl ab. Iſt die Summe größer, als die Zahl, aus welcher ſie ſubtrahirt werden ſoll, ſo hat man einen zu großen Theil genommen, und muß daher einen kleinern wählen.
8. Nunmehr ſehe man die gefundenen erſten beyden Theile als eine einzige Zahl an, multiplicire ſie in ſich ſelbſt, nehme dieſes Quadrat drey Mal, und ſchreibe daſſelbe, nachdem man die folgende Klaſſe herunter gerückt hat, dergeſtalt, daß ſeine niedrigſte Ziffer unter die höchſte Ziffer der folgenden Klaſſe zu ſtehen kömmt.
9. Mit dieſem dreyfachen Quadrate von der Summe der erſten beyden Theile dividire man die darüber ſtehende Zahl, ſo iſt der Quotient der dritte Theil der Wurzel.
10. Den dritten Theil der Wurzel multiplicire man in den vorigen Diviſor, und ſchreibe das Product gerade unter ihn.
11. Das Quadrat des dritten Theils multiplicire man in die dreyfache Summe der beyden vorhergehenden Theile, und ſchreibe dieſes Product unter das vorige eine Stelle weiter gegen die rechte Hand.
12. Hierzu ſetze man noch, und zwar wieder eine

Stelle weiter gegen die rechte Hand, die Cubikzahl des dritten Theils, addire dieſe drey Stücke, und ziehe die Summe von der obern Zahl ab.

13. Enthält die Wurzel noch mehr Theile, ſo rücke man die folgende Klaſſe herunter, betrachte die drey gefundenen Theile wiederum als eine einzige Zahl, multiplicire ſie in ſich ſelbſt, und nehme dieſes Quadrat dreymal. Hierauf verfahre man wie vorhin, und ſetze die Rechnung ſo lange fort, bis man alle Theile der Wurzel gefunden hat.

Der Grund von dieſen Regeln iſt §. 80. §. 81. und §. 83. enthalten.

Exempel.

Es ſey die Cubikwurzel aus 279726264 zu ſuchen.

$$279|726|264 \left\{ \begin{matrix} a\,b\,c \\ 6\,5\,4 \end{matrix} \right.$$

$a^3 = 216$

$63|726$

$3a^2 = (108)$

$3a^2b = 540$

$3ab^2 = 450$

$b^3 = 125$

58625

$5101|264$

$3S^2 \quad (12675)$

$3S^2c = 50700$

$3Sc^2 = 3120$

$c^3 = 64$

5101264

0

$b^2 = 5^2 = 25$

$3a = 3 \times 6 = 18$

200

25

$3ab^2 = 450$

$S = 65$

65

325

390

$S^2 = 4225$

$3S^2 = 12675$

$3S = 3 \times 65 = 195$

$c^2 = 4^2 = 16$

1170

195

$3Sc^2 = 3120$

Probe.

```
      654
      654
    -----
     2616
    3270
   3924
   ------
   427716
      654
  -------
  1710864
 2138580
2566296
---------
279726264
```

§. 56.

Brüche werden zu Cubikzahlen erhoben, wenn man ſowohl von dem Zähler, als auch von dem Nenner die Cubikzahl macht. Denn vermöge der Definition iſt die Cubikzahl von einem Bruche, z. B. von $\frac{3}{4}$, das Quadrat von $\frac{3}{4}$ multiplicirt in $\frac{3}{4}$, d. i. $\frac{3^2}{4^2}\times\frac{3}{4}$ oder $\frac{3^3}{4^3}$ (§. 58.), und, wenn man die wirklichen Cubikzahlen nimmt, $\frac{27}{64}$. Iſt alſo der Bruch $\frac{27}{64}$, welcher die Cubikzahl von $\frac{3}{4}$ vorſtellt, aus der Cubikzahl von dem Zähler und Nenner dieſes letztern Bruchs entſtanden; ſo muß man nothwendig die Cubikwurzel von $\frac{27}{64}$ und von einem jeden Bruche erhalten, wenn man ſowohl aus ſeinem Zähler, als auch aus ſeinem Nenner die Cubikwurzel ſucht. Wenden wir dieſe Sätze nun auf diejenige Gattung von Brüchen an, die man Decimalbrüche nennt; ſo wird folgen, daß die Cubikwurzel eines ſolchen Bruchs ſich auf Zehntheile beziehen oder zum Nenner 10 haben muß, wenn die Cubikzahl 1000 Theile bedeutet;

daß ferner die Wurzel zum Nenner 100 haben wird, wenn der Nenner bey der Cubikzahl eine Million iſt, und daß alſo überhaupt im Nenner der Cubikzahl eines Decimalbruchs dreymal mehr Nullen vorkommen müſſen, als in dem Nenner der Wurzel. Denn es ſey z. B. die Wurzel 0,3 d. i. $\frac{3}{10}$; ſo muß die Cubikzahl $\frac{3 \times 3 \times 3}{10 \times 10 \times 10}$ d. i. $\frac{27}{1000} = 0{,}027$ ſeyn. Es ſey ferner die Wurzel 0,03 d. i. $\frac{3}{100}$, ſo muß die Cubikzahl $\frac{3 \times 3 \times 3}{100 \times 100 \times 100}$ d. i. $\frac{27}{1000000} =$ 0,000027 ſeyn u. ſ. w. Hieraus erhellt alſo, daß die Cubikzahl eines Decimalbruchs dreymal ſo viel Decimalſtellen hat, als die Wurzel.

§. 87.

Verwandelt man unvollkommne Cubikzahlen in Decimalbrüche, deren Nenner vollkommne Cubikzahlen ſind; ſo läßt ſich die Wurzel derſelben ſo weit finden, daß der dabey begangene Fehler für unerheblich gehalten werden kann. Je größer man den Nenner annimmt, deſto genauer wird ſich auch die Wurzel beſtimmen laſſen. Es ſey z. B. die Cubikwurzel aus 18 zu ſuchen. Weil nun $\frac{18 \times 1000}{1000}$ oder $\frac{18000}{1000}$ ſo viel iſt als 18 (§. 19.); ſo muß $\frac{18000}{1000}$ und 18 einerley Wurzel haben. Die Wurzel aber aus $\frac{18000}{1000}$ würde man erhalten, wenn man ſowohl aus dem Zähler 18000, als auch aus dem Nenner 1000

die Wurzel ſuchte (§. 86.). Die Wurzel aus dem Nenner iſt 10; man hat daher weiter nichts zu thun, als die Wurzel aus dem Zähler 18000 zu ſuchen, und dieſelbe als den Zähler eines Bruchs anzuſehen, deſſen Nenner 10 iſt.

```
18|000(26
 8
---------
 10|000
 (12)
  72
 216
  216
 -----
 9576
 -----
  424
```

Da nun vermöge dieſer Rechnung die Wurzel aus 18000 ungefehr 26 iſt; ſo muß die Wurzel aus $\frac{18000}{1000}$ d. i. aus 18 ungefehr $\frac{26}{10}$ oder $2\frac{6}{10} = 2,6$ ſeyn. Wollte man dieſe Wurzel noch genauer haben, ſo müßte man die Zahl 18 in einen Decimalbruch mit einem größern Nenner, z. B. in 1000000 Theile verwandeln, in welchem Falle die Cubikwurzel 100 Theile bedeuten würde (§. 86.). Statt 18 nehme man alſo den gleichgeltenden Bruch $\frac{18000000}{1000000}$, und ſuche aus dem Zähler die Wurzel; denn aus dem Nenner iſt ſie 100, wie man ohne weitläuftige Rechnung ſehen kann.

18|000|000 (262	Probe.
8	262
10|000	262
(12)	524
72	1572
216	524
216	68644
9576	262
424|000	137288
(2028)	411864
4056	137288
312	17984728
8	15272
408728	18000000
15272	

Hieraus iſt klar, daß die Wurzel aus 18 ungefehr ſo viel betragen muß, als $\frac{262}{100}$ oder 2, 62, welche Zahl um $\frac{2}{100}$ Theile größer iſt, als die vorige 2, 6. Woraus man alſo ſehen kann, daß man auch hier die Irrationalwurzel deſto genauer erhält, je größer man den Nenner des Decimalbruchs annimmt, in welchen man die unvollkommne Cubikzahl verwandelt.

Wenn man daher am kürzeſten dergleichen Irrationalwurzeln ſuchen will, ſo darf man nur immer drey Nullen an den Ueberreſt anhängen, und damit ſo lange fortfahren, als man es für nöthig hält. Hängt man nur einmal drey Nullen an, ſo erhält man in der Wurzel blos Zehntheile, ſetzt man wieder drey Nullen hinzu, ſo bekömmt man Hunderttheile; und ſo kann man immer durch Hinzuſetzung andrer drey Nullen eine Decimalſtelle mehr in der Wurzel erhalten.

Sechstes Kapitel.

Von den Verhältniſſen und Proportionen.

§. 88.

Die Vergleichung einer Zahl oder einer Sache überhaupt mit einer andern von eben der Art in Anſehung ihrer Größe nennt man ein Verhältniß (ratio). Die Zahlen ſelbſt, die man mit einander vergleicht, heißen Glieder des Verhältniſſes (termini rationis), und zwar diejenige, die man zuerſt ſetzt, das Vorderglied (terminus antecedens) und die andre das Hinterglied (terminus conſequens). Man kann aber die Zahlen in Anſehung ihrer Größe auf zweyerley Art mit einander vergleichen. Nämlich man unterſucht entweder, um wie viel Einheiten die eine Zahl größer iſt, als die andre. Die erſte Art der Vergleichung, da man fragt, wie viel Einheiten die eine Zahl mehr oder weniger enthält, als die andre, welches man durch die Subtraction findet, nennt man ein arithmetiſches Verhältniß (ratio arithmetica, weil dergleichen Verhältniſſe nur in den arithmetiſchen Wiſſenſchaften vorkommen. Das Zeichen derſelben iſt ein Punct oder ein Querſtrich, z. B. 8 . 5 oder 8 — 5. Die Zahl, welche man nach der Vergleichung erhält, und aus welcher man ſehen kann, um wie viel Einheiten das eine Glied größer oder kleiner iſt, als das andre, z. B. in dem vorigen Beyſpiele die Zahl 3, wird, wie bey der Subtraction, der Unterſchied oder die Differenz genannt.

Die andre Art der Vergleichung, wo gefragt wird, wie vielmal die eine Zahl größer oder kleiner iſt, als die andre, welches man durch die Diviſion erfährt, heißt ein geometriſches Verhältniß, (ratio geometrica) und wird durch zwey übereinander ſtehende Puncte angedeutet. Z. B. 18 : 9. Das Beywort geometriſch wird auch oft weggelaſſen, weil man bey den ältern Schriftſtellern nur dieſe Art der Verhältniſſe findet. Der Quotient, aus welchem man erſieht, wie viel Mal das eine Glied in dem andern enthalten iſt, z. B. in dem vorigen Beyſpiele 2, wird der Exponent oder Name des Verhältniſſes (exponens rationis) genannt.

§. 89.

Aus der Gleichheit oder Aehnlichkeit zweyer Verhältniſſe einer Art entſtehet eine Proportion, welche man arithmetiſch nennt, wenn ſie aus arithmetiſchen Verhältniſſen, und geometriſch, wenn ſie aus geometriſchen Verhältniſſen beſtehet. Das gewöhnliche Zeichen der Proportionen iſt das Zeichen der Gleichheit, welches zwiſchen die Verhältniſſe geſetzt wird. Z. B. 8 . 3 = 9 . 4 oder 8 — 3 = 9 — 4 bedeutet eine arithmetiſche, und 2 : 14 = 3 : 21 eine geometriſche Proportion. Statt des Zeichens der Gleichheit ſetzen einige bey den arithmetiſchen Proportionen drey Puncte ˙.˙ und bey den geometriſchen vier Puncte :: Beyde Proportionen pflegt man alſo zu leſen: wie ſich verhält die erſte Zahl zu der andern, ſo verhält ſich auch die dritte zu der vierten. Aus den angeführten Erklärungen aber wird ein jeder ſchon ſelbſt einſehen, daß dieſe Worte bey den geometriſchen Proportionen

eine ganz andre Bedeutung haben, als bey den arithmetiſchen. Bey den arithmetiſchen Proportionen wollen ſie ſo viel ſagen: Um wie viel Einheiten die erſte Zahl größer oder kleiner iſt, als die andere, um eben ſo viel Einheiten iſt auch die dritte Zahl größer oder kleiner als die vierte. Bey den geometriſchen aber muß man ſie ſo erklären: ſo vielmal die erſte Zahl in der andern enthalten iſt, ſo vielmal muß auch die dritte Zahl in der vierten enthalten ſeyn, oder, ſo vielmal die erſte Zahl die andre enthält, ſo vielmal muß auch die dritte die vierte enthalten. Was hier von den Zahlen geſagt wird, das gilt auch von den Größen überhaupt, die man ſowohl arithmetiſch als auch geometriſch mit einander vergleichen kann, wofern ſie nur von einer Art ſind; daher ich auch im Folgenden Verhältniſſe und Proportionen durch Buchſtaben ausdrücken werde.

§. 90.

Sowohl die arithmetiſchen, als auch die geometriſchen Proportionen werden ſtetig genannt (proportiones continuae), wenn das zweyte und dritte Glied einerley iſt, unſtetig aber, (proportiones discretae) wenn dieſe mittlern Glieder verſchieden ſind. Z. B. 10 : 20 = 20 : 40 iſt eine ſtetige geometriſche, 10 . 7 = 7 . 4 eine ſtetige arithmetiſche; 17 . 10 = 15 . 8 eine unſtetige arithmetiſche, und 9 : 3 = 18 : 6 eine unſtetige geometriſche Proportion. Die ſtetigen arithmetiſchen Proportionen werden auch folgendergeſtalt:

$$\div\; 10 . 7 . 4.$$

und die ſtetigen geometriſchen Proportionen alſo geſchrieben:

$$\div\!\div\; 10 . 20 . 40.$$

§. 91.

Wir wollen nunmehr die Eigenſchaften der arithmetiſchen Verhältniſſe und Proportionen kürzlich unterſuchen, die ſich leicht aus der gegebenen Erklärung derſelben werden herleiten laſſen. Zuerſt iſt ſchon aus der oben (§. 88.) gegebenen Erklärung offenbar, daß man das größere Glied eines arithmetiſchen Verhältniſſes erhält, wenn man das kleinere Glied und die Differenz addirt. Iſt z. B. 7 das kleinere Glied, und 8 die Differenz, ſo muß 7 + 8 oder 15 das größere Glied ſeyn; oder allgemein betrachtet, iſt a das kleinere Glied, und d die Differenz, ſo muß a + d das größere Glied ſeyn. Aus eben dem Grunde wird auch der Ungeübteſte leicht einſehen, daß man das kleinere Glied erhält, wenn man die Differenz von dem größern abzieht.

§. 92.

Sollen zwey arithmetiſche Verhältniſſe eine Proportion ausmachen, ſo müſſen ſie, vermöge der Natur einer ſolchen Proportion einander gleich ſeyn (§. 89.), d. h. beyde Verhältniſſe müſſen nicht nur einerley Differenz geben, ſondern die Ordnung der Glieder muß auch in beyden einerley ſeyn; nämlich, wenn in dem erſten Verhältniſſe das Vorderglied größer iſt, als das Hinterglied, ſo muß auch in dem andern Verhältniſſe das Vorderglied größer ſeyn, als das Hinterglied, und ſo auch umgewendet. Wir wollen uns nunmehr jede mögliche arithmetiſche Proportion durch Buchſtaben vorſtellen, um uns genau von der Allgemeinheit der Sätze zu überzeugen, die von dieſen Proportionen zu merken ſind. Es heiße das kleinere Glied des erſten Verhältniſſes a, und das kleinere Glied

des andern Verhältniſſes b, die Differenz d, die in beyden Verhältniſſen einerley ſeyn muß, weil ſie eine Proportion ausmachen ſollen. Auf dieſe Art wird das größere Glied des erſten Verhältniſſes $a + d$, und das größere Glied des andern Verhältniſſes $b + d$ ſeyn (§. 91.); woraus folgende Proportion entſtehet:

$$a \,.\, a + d = b \,.\, b + d$$

Nimmt man nun von dieſer Proportion, die jede mögliche arithmetiſche Proportion vorſtellen kann, das erſte und vierte Glied, ferner das zweyte und dritte Glied in eine Summe; ſo wird man finden, daß beyde Summen einander gleich ſind, weil ſie beyde aus den Größen a, b, d, beſtehen. Hieraus erhellt alſo der Satz: in einer jeden arithmetiſchen Proportion iſt die Summe aus dem erſten und letzten Gliede der Summe aus dem zweyten und dritten Gliede gleich. Z. B.

$$15 \,.\, 13 = 10 \,.\, 8$$

Die Summe von 15 und 8 iſt 23, und von 13 und 10 auch 23, und ſo in andern dergleichen Fällen mehr. In einer ſtetigen Proportion iſt das zweyte und dritte Glied einerley (§. 90.), und folglich die Summe aus dem erſten und letzten Gliede ſo viel, als das mittelſte Glied zwey Mal genommen. Z. B.

$$16 \,.\, 10 = 10 \,.\, 4$$

Hier muß die Summe von $16 + 4$ ſo groß ſeyn, als 10 zwey Mal genommen. Hat man alſo folgende arithmetiſche ſtetige Proportion

$$g \,.\, c = c \,.\, m$$

ſo iſt

$$g + m = 2c$$

§. 93.

Wir wollen ſetzen, daß a, m und g die drey erſten bekannten Glieder einer ſtetigen arithmetiſchen Proportion wären, woraus das noch unbekannte vierte Glied, welches unterdeſſen x heißen mag, gefunden werden ſollte; ſo würde man folgende Proportion haben:

$$a \,.\, m = g \,.\, x$$

Folglich $x + a = m + g$

$$x + a - a = m + g - a \quad (\S.\ 14.)$$

d. i. $x = m + g - a$ (§. 15.)

Werden uns alſo drey Zahlen oder Größen gegeben, zu denen man die vierte arithmetiſche Proportionalgröße finden ſoll; ſo dürfen wir nur die beyden mittlern Glieder addiren, und von der Summe das erſte Glied abziehen. Z. B. ſind die drey gegebenen Zahlen: 19 . 3 . 18; ſo wäre die geſuchte vierte Zahl 3 + 18 — 19, d. i. 21 — 19 oder 2, wovon man ſich leicht durch die Probe überzeugen kann; denn

$$19 \,.\, 3 = 18 \,.\, 2$$

weil in beyden Verhältniſſen der Unterſchied 16 iſt. Sonſt läßt ſich auch das letzte Glied einer ſolchen Proportion aus den drey erſten Gliedern finden, wenn man aus den erſten beyden Gliedern die Differenz beſtimmt, und dieſelbe, wofern das zweyte Glied größer, als das erſte iſt, zum dritten Gliede addirt, wofern es aber kleiner iſt, von demſelben ſubtrahirt. Bey einer ſtetigen Proportion kann man daher aus den erſten beyden Gliedern das letzte beſtimmen, wenn man das erſte Glied von dem doppelten andern Gliede ſubtrahirt; weil hier die Summe aus dem andern und

dritten Gliede ſo viel beträgt, als das andre Glied zwey Mal genommen.

§. 94.

Es mache a, b, c eine ſtetige arithmetiſche Proportion aus, d. i. es ſey

$$a \,.\, b = b \,.\, c$$

ſo iſt $a + c = 2b$ (§. 92.)

folglich $$\frac{a + c}{2} = \frac{2b}{2} = b \text{ (§. 18. 19.)}$$

Hieraus erſieht man alſo, daß ſich das mittlere Glied bey einer arithmetiſchen ſtetigen Proportion finden läßt, wenn man die Summe des erſten und letzten Gliedes halbirt. Z. B. es ſey das erſte Glied einer ſolchen Proportion die Zahl 13, und das letzte die Zahl 17; ſo wird das mittelſte Glied nothwendig $\frac{13 + 17}{2}$ d. i. $\frac{30}{2}$ oder 15 ſeyn müſſen. Es verhält ſich auch in der That

$$13 \,.\, 15 = 15 \,.\, 17.$$

§. 95.

Da bey den geometriſchen Verhältniſſen die Zahlen dergeſtalt verglichen werden, daß man unterſucht, wie viel Mal die eine in der andern enthalten iſt, oder wie viel Mal die eine Zahl die andre enthält, welches durch den Exponenten angezeigt wird (§. 88.); ſo iſt klar, daß ſich ein geometriſches Verhältniß auch als eine Diviſion oder als ein Bruch, und eine Diviſion oder ein Bruch als ein geometriſches Verhältniß betrachten läßt; welches auch die Urſache iſt,

daß man bey den geometriſchen Verhältniſſen und Quotienten einerley Zeichen gebraucht. Man kann daher das eine Glied eines geometriſchen Verhältniſſes als den Dividendum oder als den Zähler eines Bruchs, das andre Glied deſſelben als den Diviſor oder als den Nenner eines Bruchs, und den Exponenten als den Quotienten anſehen. Hieraus folgt alſo, daß man das größere Glied bekommen wird, wenn man das kleinere in den Exponenten multiplicirt, und das kleinere, wenn man das größere durch den Exponenten dividirt. Nennt man nun das kleinere Glied a und den Exponenten e, ſo kann man das größere durch das Product $a \times e$ ausdrücken; oder wollte man das größere Glied b und den Exponenten wiederum e nennen, ſo würde das kleinere Glied durch den Quotienten $\frac{b}{e}$ angezeigt werden können.

§. 96.

Zwey gleiche oder ähnliche geometriſche Verhältniſſe machen eine geometriſche Proportion aus (§. 89.). Man kann aber geometriſche Verhältniſſe nicht gleich oder ähnlich nennen, wofern ſie nicht einerley Exponenten und einerley Ordnung der Glieder haben. Hieraus folgt alſo, daß man eine geometriſche Proportion in zwey gleiche Quotienten oder Brüche, und zwey gleiche Quotienten oder Brüche in eine geometriſche Proportion wird verwandeln können (§. 95.). Verhält ſich alſo d zu g, wie f zu m, ſo kann man ſchließen, daß der Quotient oder Bruch $\frac{d}{g}$ dem Quotienten oder Bruche $\frac{f}{m}$ gleich ſey: und wiederum iſt der Bruch oder Quo-

tient $\frac{d}{g}$ ſo groß, als der Bruch oder Quotient $\frac{f}{m}$; ſo muß der erſte Dividendus zu ſeinem Diviſor, oder der erſte Zähler zu ſeinem Nenner, ſich eben ſo verhalten, wie der andre Dividendus zu ſeinem Diviſor, oder wie der andre Zähler zu ſeinem Nenner.

§. 97.

Wir wollen die beyden kleinern Glieder einer ſolchen Proportion a und b, den Exponenten aber e nennen, ſo wird das größere Glied des erſten Verhältniſſes $a \times e$ und das größere Glied des andern Verhältniſſes $b \times e$ (§. 95.), und alſo die ganze Proportion folgende ſeyn:

$$a : a \times e = b : b \times e$$

Durch welchen Ausdruck man ſich jede mögliche geometriſche Proportion vorſtellen kann. Multiplicirt man das erſte und vierte Glied in einander, ſo beſteht das Product aus den drey Factoren a, b, e, d. i. aus den beyden kleinern Gliedern der Proportion und dem Exponenten. Multiplicirt man das zweyte und dritte Glied in einander; ſo erhält man ein Product von eben dieſen drey Factoren a, e, b; woraus man alſo ſehen kann, daß ein Product aus dem erſten und letzten Gliede einer geometriſchen Proportion eben ſo groß iſt, als ein Product aus dem zweyten und dritten Gliede. Verhält ſich daher

$$5 : 10 = 3 : 6$$

ſo iſt $5 \times 6 = 10 \times 3 = 30$

Wenn ferner $12 : 4 = 6 : 2$

ſo iſt $12 \times 2 = 4 \times 6 = 24$

Und weil bey einer ſtetigen Proportion das zweyte und dritte Glied einerley iſt; ſo muß hier das Product des erſten und lezten Gliedes der Quadratzahl des mittlern Gliedes gleich ſeyn. Wenn alſo

$$2 : 4 = 4 : 8$$

ſo iſt $2 \times 8 = 4^2 = 16$

Oder wenn überhaupt $c : m = m : g$

ſo iſt $c \times g = m^2$

So wie man nun aus einer geometriſchen Proportion zwey gleiche Producte machen kann, ſo läßt ſich auch aus zwey gleichen Producten eine geometriſche Proportion machen, wenn man die Factoren in einer umgewendeten Ordnung mit einander vergleicht. So würde z. B. aus der Gleichung

$5 \times 6 = 10 \times 3$ wiederum die

erſte Proport. $5 : 10 = 3 : 6$ und aus der

Gleichung $12 \times 2 = 4 \times 6$

die zweyte Proport. $12 : 4 = 6 : 2$

entſtehen, wenn man zuerſt einen Factor linker Hand mit einem Factor rechter Hand, und hernach in umgewendeter Ordnung den übrigen Factor rechter Hand mit dem zweyten Factor linker Hand vergliche. Iſt alſo überhaupt $a \times b = c \times d$

ſo verhält ſich $a : c = d : b$

Denn wenn $a \times b = c \times d$

ſo iſt $$\frac{a \times b}{c} = \frac{c \times d}{c} \quad (§. 18.)$$

$$\frac{c \times d}{c} = d \quad (§. 19.)$$

Folglich $$\frac{a \times b}{c} = d \quad (§. 11.)$$

Dividirt man auf beyden Seiten mit b

$$\text{ſo iſt } \frac{a \times b}{c} : b = \frac{d}{b} \quad (\S.\ 18.)$$

$$\text{d. i. } \frac{a}{c} = \frac{d}{b} \quad (\S.\ 57.)$$

$$\text{Folglich } a : c = d : b \quad (\S.\ 96.)$$

§. 98.

Wenn vier Größen eine geometriſche Proportion ausmachen, ſo müſſen ſie auch noch proportional ſeyn, wenn man jedes Verhältniß oder die ganze Proportion umwendet. Z. B. wenn

$$16 : 32 = 9 : 18$$

und überhaupt $b : f = m : g$

ſo muß ſich auch verhalten invertendo, wie die Mathematiker zu reden pflegen,

$$32 : 16 = 18 : 9$$

und $f : b = g : m$

oder $18 : 9 = 32 : 16$

und $g : m = f : b$

Denn der Exponent kann durch dieſe Verſetzung nicht verändert werden, weil jedes Verhältniß die vorigen Glieder behält; und da beyde Verhältniſſe umgewandt werden, ſo muß auch wiederum einerley Ordnung der Glieder, und folglich ähnliche Verhältniſſe oder eine Proportion entſtehen (§. 96.).

§. 99.

Werden zwey Zahlen oder Größen mit einerley Zahl oder Größe multiplicirt, ſo müſſen ſich die Producte eben ſo verhalten, wie die multiplicirten Zahlen oder Größen. Z. B.

$$a:b = a\times e : b\times e$$

oder $3:6 = 3\times 4 : 6\times 4$

d. i. $3:6 = 12 : 24$

Denn das Verhältniß $a:b$ kann man auch als einen Quotienten oder Bruch anſehen (§. 95.). Ein Bruch aber wird in Anſehung ſeines Werths nicht verändert, wenn man ſeine Zähler und Nenner durch einerley Größe multiplicirt (§. 49.). Folglich iſt

$$\frac{a}{b} = \frac{a\times e}{b\times e}$$

Und weil von zwey gleichen Brüchen die Zähler gegen die Nenner einerley Verhältniß haben (§. 96.), ſo müſſen dieſe beyden gleichen Brüche folgende Proportion geben:

$$a : b = a\times e : b\times e$$

§. 100.

Da die größern Glieder eines geometriſchen Verhältniſſes durch die Multiplication der kleinern Glieder in den Exponenten entſtehen (§. 95.), und die Exponenten in ſolchen Verhältniſſen, die eine Proportion ausmachen, einerley ſeyn müſſen, (§. 96.); ſo folgt hieraus, daß ſich in jeder Proportion das erſte Glied zum dritten verhalten muß, wie das zweyte zum vierten; welches man alternando oder permutando ſchließen heißt. Es werde, wie (§. 97.) jede mögliche geometriſche Proportion alſo ausgedrückt:

$$a : a\times e = b : b\times e$$

ſo iſt altern. $a : b = a\times e : b\times e$

oder in Zahlen $8 : 24 = 16 : 48$

d. i. $8 : 8\times 3 = 16 : 16\times 3$ (§. 95.)

folglich $8 : 16 = 8\times 3 : 16\times 3$ (§. 99.)

d. i. $8 : 16 = 24 : 48$

§. 101.

Man kann daher nicht nur beyde Glieder eines Verhältniſſes, oder alle Glieder einer Proportion, ſondern auch das erſte und dritte, oder das zweyte und vierte Glied durch einerley Größe multipliciren, und dennoch proportionale Größen behalten. Z. B. wenn ſich verhält

$a : b = c : m$

ſo iſt 1) $a \times e : b \times e = c : m$

2) $a \times e : b \times e = c \times e : m \times e$

3) $a \times e : b = c \times e : m$

4) $a : b \times e = c : m \times e$

Denn da ſich vermöge der Vorausſetzung verhält

$a : b = c : m$

und $a : b = a \times e : b \times e$ (§. 99.)

ſo folgt 1) daß $a \times e : b \times e = c : m$ (§. 11.)

und da $c : m = c \times e : m \times e$ (§. 99.)

ſo muß auch 2) $a \times e : b \times e = c \times e : m \times e$ (§. 11.)

Ferner weil $a : b = c : m$

altern. $a : c = b : m$ (§. 100.)

und $a \times e : c \times e = b : m$ (p. mbr. 1.)

ſo wird auch alt. 3) $a \times e : b = c \times e : m$

Endlich weil $a : c = b : m$ per hyp.

und daher $a : c = b \times e : m \times e$ (p. m. 1.)

ſo folgt daß auch 4) $a : b \times e = c : m \times e$ (§. 100.)

§. 102.

Durch den vorigen Satz kann man alſo die Brüche aus einem Verhältniſſe wegſchaffen, wenn

man die Glieder deſſelben mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt. Z. B. wenn ſich zwey Größen A und B wie die Zahlen 8 und $\frac{2}{3}$ verhielten, ſo könnte man ſchließen, daß ſich dieſe beyden Größen auch wie die ganzen Zahlen 24 und 2 verhalten müßten. Denn wenn

$$A : B = 8 : \tfrac{2}{3}$$

ſo folgt, daß $A : B = 8 \times 3 : \tfrac{2}{3} \times 3$ (§. 101.)

d. i. $A : B = 24 : 2$

§. 103.

Werden zwey Größen durch einerley Größe dividirt, ſo müſſen ſich die Quotienten eben ſo verhalten, wie die beyden dividirten Größen. Z. B.

$$a : b = \frac{a}{d} : \frac{b}{d}$$

oder $40 : 80 = \frac{40}{10} : \frac{80}{10}$

d. i. $40 : 80 = 4 : 8$

Denn verwandelt man das Verhältniß a : b in einen Bruch (§. 95.), und dividirt man den Zähler und Nenner dieſes Bruchs durch einerley Größe, z. B. durch d, ſo muß

$$\frac{a : d}{b : d} = \frac{a}{b} \quad (\text{§. } 49.)$$

und folglich $\frac{a}{d} : \frac{b}{d} = a : b$ (§. 96.)

§. 104.

Man kann daher nicht nur beyde Glieder eines Verhältniſſes, oder alle Glieder einer Proportion, ſondern auch das erſte und dritte, oder

das zweyte und vierte Glied durch einerley Größe dividiren, und es muß allemal eine neue Proportion entſtehen. Wenn alſo

$$\overline{a : b = c : m}$$

ſo verhält ſich 1) $\frac{a}{d} : \frac{b}{d} = c : m$

2) $\frac{a}{d} : \frac{b}{d} = \frac{c}{d} : \frac{m}{d}$

3) $\frac{a}{d} : b = \frac{c}{d} : m$

4) $a : \frac{b}{d} = c : \frac{m}{d}$

und in Zahlen, wenn

$$\overline{30 : 60 = 18 : 36}$$

$$\frac{30}{6} : \frac{60}{6} = 18 : 36$$

d. i. $5 : 10 = 18 : 36$

oder $\frac{30}{6} : \frac{60}{6} = \frac{18}{6} : \frac{36}{6}$

d. i. $5 : 10 = 3 : 6$

oder $\frac{30}{6} : 60 = \frac{18}{6} : 36$

d. i. $5 : 60 = 3 : 36$

oder $30 : \frac{60}{6} = 18 : \frac{36}{6}$

d. i. $30 : 10 = 18 : 6$

Von allen dieſen Proportionen iſt der Grund folgender. Wenn

$$a : b \qquad c : m$$

$$\text{und } a : b = \frac{a}{d} : \frac{b}{d} \quad (\S.\ 103.)$$

$$1)\ \frac{a}{d} : \frac{b}{d} = c : m \quad (\S.\ 11.)$$

$$c : m = \frac{c}{d} : \frac{m}{d} \quad (\S.\ 103.)$$

$$2)\ \frac{a}{d} : \frac{b}{d} = \frac{c}{d} : \frac{m}{d}$$

$$\text{Ferner weil } a : b = c : m \text{ per Hyp.}$$

$$\text{altern. } a : c = b : m \quad (\S.\ 100.)$$

$$\frac{a}{d} : \frac{c}{d} = b : m \quad (\text{p. memb. 1.})$$

$$\text{altern. } 3)\ \frac{a}{d} : b = \frac{c}{d} : m$$

$$\text{Endlich weil } a : b = c : m$$

$$a : b = \frac{c}{d} : \frac{m}{d} \quad (\text{p. memb. 1.})$$

$$\text{altern. } 4)\ a : \frac{c}{d} = b : \frac{m}{d} \quad (\S.\ 100.)$$

Durch dieſen Satz kann man ſehr oft Verhältniſſe und Proportionen, die aus großen Zahlen beſtehen, in andre verwandeln, die kleinere Zahlen enthalten, wofern ſich nur die vorhin genannten Glieder durch einerley Zahlen dividiren laſſen. Wüßte ich z. B.

daß zwey Größen A und B ſich wie die Zahlen 324 und 1296 verhielten, ſo könnte ich ſtatt dieſes Verhältniſſes das weit bequemere 1 : 4 ſetzen. Denn wenn

$$A : B = 324 : 1296$$

ſo folgt, daß $A : B = \frac{324}{324} : \frac{1296}{324}$

d. i. $A : B = 1 : 2$

§. 105.

Die Summe des erſten und zweyten Gliedes einer geometriſchen Proportion verhält ſich zu dem zweyten Gliede, wie die Summe des dritten und vierten Gliedes zum vierten Gliede. Z. B. wenn

$$a : b = c : m$$

ſo folgt, daß $a + b : b = c + m : m$

Denn da man aus einer Proportion zwey gleiche Brüche machen kann, ſo iſt

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{m} \quad (\S.\ 96.)$$

$$\frac{b}{b} = \frac{m}{m} \quad (\S.\ 47.)$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{c}{m} + \frac{m}{m} \quad (\S.\ 13.)$$

d. i. $\frac{a + b}{b} = \frac{c + m}{m}$ (§. 53.)

folglich $a + b : b = c + m : m$ (§. 96.)

In dieſem Falle pflegt man zu ſagen, daß man componendo geſchloſſen habe.

Beyſpiel in Zahlen:

$$16 : 4 = 32 : 8$$

Folglich comp. $16+4 : 4 = 32+8 : 8$

d. i. $20 : 4 = 40 : 8$

od. comp. u. alt. $16+4 : 32+8 = 4 : 8$

d. i. $20 : 40 = 4 : 8$

§. 106.

Der Unterſchied der erſten beyden Glieder einer geometriſchen Proportion verhält ſich zum zweyten Gliede, wie der Unterſchied der letzten beyden Glieder zum letzten Gliede. Z. B. wenn

$$a : b = c : m$$

ſo verhält ſich $a - b : b = c - m : m$

Denn aus der Proportion

$$a : b = c : m$$

folget, daß $\frac{a}{b} = \frac{c}{m}$ (§. 96.)

$$\frac{b}{b} = \frac{m}{m} \quad (§. 47.)$$

$$\frac{a}{b} - \frac{b}{b} = \frac{c}{m} - \frac{m}{m} \quad (§. 14.)$$

d. i. $\frac{a-b}{b} = \frac{c-m}{m}$ (§. 53.)

Und alſo $a - b : b = c - m : m$ (§. 96.)

Beyſpiel in Zahlen:

$$25 : 5 = 30 : 6$$

$$25 - 5 : 5 = 30 - 6 : 6$$

d. i. $20 : 5 = 24 : 6$

Bey dieſer Art zu ſchließen pflegen ſich die Mathematiker gemeiniglich des Ausdrucks dividendo zu bedienen, ſtatt deſſen jetzt einige ſubtrahendo zu ſagen pflegen. Dividere aber wird hier nicht für Dividiren, ſondern für Theilen gebraucht.

§. 107.

Wenn ſich verhält

$$\begin{array}{lcl} & a : b & = d : g \\ \text{und} & m : c & = f : n \\ \hline \end{array}$$

ſo muß auch $a \times m : b \times c = d \times f : g \times n$

Denn aus der erſten Proportion folgt, daß

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{g} \qquad (\S. 96.)$$

und aus der andern, daß

$$\frac{m}{c} = \frac{f}{n}$$

Folglich $\frac{a}{b} \times \frac{m}{c} = \frac{d}{g} \times \frac{f}{n}$ (§. 17.)

d. i. $\frac{a \times m}{b \times c} = \frac{d \times f}{g \times n}$ (§. 58.)

und daher $a \times m : b \times c = d \times f : g \times n$ (§. 96.)

Beyſpiel in Zahlen:

$$\begin{array}{rcl} 3 : 2 & = & 6 : 4 \\ 10 : 5 & = & 14 : 7 \\ \hline 3 \times 10 : 2 \times 5 & = & 6 \times 14 : 4 \times 7 \end{array}$$

d. i. $30 : 10 = 84 : 28$

Man kann auch mehr als zwey Proportionen auf dieſe Art mit einander verbinden. Es wird allemal

eine neue Proportion entſtehen, wenn man die gleichnamigen Glieder in einander multiplicirt.

§. 108.

Wenn man einerley Proportion zwey Mal ſetzt, und die Glieder, die einerley Stelle haben, nach der vorigen Art in einander multiplicirt, ſo entſtehen lauter Quadratzahlen. Z. B.

$$a : b = d : g$$
$$a : b = d : g$$

Folglich $a \times a : b \times b = d \times d : g \times g$

das iſt $a^2 : b^2 = d^2 : g^2$

Hieraus iſt alſo klar: wenn vier Größen eine geometriſche Proportion ausmachen, ſo müſſen auch ihre Quadratzahlen proportional ſeyn. Z. B.

$$2 : 6 = 3 : 9$$
$$2^2 : 6^2 = 3^2 : 9^2$$

d. i. $4 : 36 = 9 : 81$

§. 109.

Wenn alſo

$$a : b = d : g$$

und $a^2 : b^2 = d^2 : g^2$ (§. 108.)

ſo folgt, daß $a \times a^2 : b \times b^2 = d \times d^2 : g \times g^2$ (§. 107.)

d. i. $a^3 : b^3 = d^3 : g^3$

nämlich auch die Cubikzahlen befinden ſich in einer geometriſchen Proportion, wenn die Cubikwurzeln proportional ſind. Z. B.

$$1 : 2 = 3 : 6$$
$$1^3 : 2^3 = 3^3 : 6^3$$

d. i. $1 : 8 = 27 : 216$.

Hieraus wird man auch leicht einſehen, daß, wenn vier Zahlen eine geometriſche Proportion ausmachen, nicht nur ihre Quadrat- und Cubikwurzeln, ſondern auch überhaupt die Wurzeln aus jeder Dignität proportional ſeyn müſſen.

§. 110.

Oft geſchieht es, daß man diejenigen Größen, deren Verhältniß man wiſſen will, nicht unmittelbar mit einander vergleichen kann. In dieſem Falle pflegt man noch eine dritte, oder auch mehrere zu Hülfe zu nehmen, und eine Vergleichung derſelben mit jeder von den beyden Größen anzuſtellen. Z. B. ſollte das Verhältniß der Größen A und B unterſucht werden, die ſich nicht unmittelbar mit einander vergleichen ließen; ſo vergleiche man beyde mit einer dritten Größe C, mit welcher eine Vergleichung möglich iſt. Verhält ſich nun

$$A : C = 1 : 4$$
und $$C : B = 2 : 3$$

$$A \times C : C \times B = 1 \times 2 : 4 \times 3 \quad (\text{§. } 107.)$$
$$\frac{A \times C}{C} : \frac{C \times B}{C} = 1 \times 2 : 4 \times 3 \quad (\text{§. } 104.)$$
d. i. $$A : B = 1 \times 2 : 4 \times 3 \quad (\text{§. } 19.)$$
oder $$A : B = 2 : 12$$

Unter den angenommenen Bedingungen müſſen ſich alſo die beyden Größen A und B wie die Zahlen 2 und 12 verhalten, welche nichts anders ſind, als Producte aus den gleichnamigen Gliedern der beyden Verhältniſſe 1 : 4 und 2 : 3. Man pflegt ſolche Verhältniſſe, wie A : B, zuſammengeſetzte Verhältniſſe (rationes compoſitas), und diejenigen, wie

1 : 4 und 2 : 3, vermittelſt welcher man erkennt, wie ſich die zu vergleichenden Größen verhalten, rationes componentes zu nennen. Von einigen werden ſie auch folgendergeſtalt geſchrieben:

$$A : B = \overline{1 : 4} + \overline{2 : 3}$$

wo aber das Zeichen + keine Addition, ſondern nur eine Zuſammenſetzung der Verhältniſſe, d. h. eine Multiplication anzeigt, wie man aus dem vorhergehenden ſehen kann. Sind die beyden rationes componentes völlig einerley, z. B. wenn

$$A : B = \overline{1 : 4} + \overline{1 : 4}$$

oder $A : B = 1 \times 1 : 4 \times 4 = 1^2 : 4^2$

ſo wird ein ſolches zuſammengeſetztes Verhältniß ratio duplicata genannt, welches alſo darin beſteht, daß ſich zwey Dinge wie die Quadrate zweyer Zahlen oder Größen verhalten. Verhalten ſich aber zwey Größen wie die Quadratwurzeln aus zwey Zahlen, ſo heißt ein ſolches Verhältniß ratio ſubduplicata.

Ein zuſammengeſetztes Verhältniß kann auch mehr als zwey rationes componentes haben, weil man bisweilen zwey, drey und mehr mittlere Größen annehmen muß, um das Verhältniß zweyer Größen zu entdecken. Hat ein ſolches zuſammengeſetztes Verhältniß drey gleiche rationes componentes, z. B. wenn

$$A : B = \overline{1 : 4} + \overline{1 : 4} + \overline{1 : 4}$$

d. i. $A : B = 1 \times 1 \times 1 : 4 \times 4 \times 4$

oder $1^3 : 4^3$

ſo heißt es ratio triplicata und beſteht alſo darin, daß ſich zwey Dinge wie die Cubikzahlen zweyer Größen verhalten. Wenn ſich hingegen zwey Größen wie die Cubikwurzeln zweyer Zahlen verhalten, ſo wird dieſes Verhältniß ratio ſubtriplicata genannt.

§. 111.

Weiß man das erſte und letzte Glied in einer ſtetigen geometriſchen Proportion, ſo läßt ſich das mittlere finden, wenn man aus dem Producte dieſer beyden Glieder die Quadratwurzel ziehet.

Denn es ſey das erſte Glied einer ſtetigen Proportion 3 und das letzte 27, ſo muß das Product 3×27 d. i. 81 der Quadratzahl des mittlern Gliedes, (§. 97.) und folglich die Quadratwurzel aus dieſem Producte, nämlich 9, dem mittlern Gliede ſelbſt gleich ſeyn. Es verhält ſich auch in der That

$$3 : 9 = 9 : 27.$$

§. 112.

Werden in einer geometriſchen Proportion die erſten drey Glieder gegeben, ſo findet man das vierte, wenn man das Product aus dem zweyten und dritten Gliede durch das erſte Glied dividirt.

Denn nennt man die drey erſten Glieder a, b, c und das letzte x, ſo iſt

$$a \times x = b \times c \quad (\S.\ 97.)$$

$$\frac{a \times x}{a} = \frac{b \times c}{a} \quad (\S.\ 18.)$$

$$\text{d. i.}\quad x = \frac{b \times c}{a} \quad (\S.\ 19.)$$

Man kann auch bisweilen die vierte geometriſche Proportionalzahl noch geſchwinder finden, nämlich in denjenigen Fällen, wo ſich der Exponent leicht beſtimmen läßt. Denn iſt das zweyte Glied größer als das

erſte, ſo darf man nur den Exponenten in das dritte multipliciren; iſt das zweyte Glied aber kleiner als das erſte, ſo muß das dritte Glied durch den Exponenten dividirt werden. Soll z. B. zu den drey Zahlen 16, 64, 315, die vierte Proportionalzahl geſucht werden, ſo dürfte man nur den Exponenten 4, den man durch die Diviſion der Zahl 64 durch 16 erhält, in 315 multipliciren, wodurch man 1260 zum vierten Gliede erhalten würde. Wären hingegen die Zahlen 48, 6, 240, gegeben, ſo müßte man die dritte Zahl 240 durch den Exponenten 8 dividiren, weil hier nur der achte Theil von 240 d. i. 30 die vierte Proportionalzahl ſeyn könnte.

Auf dieſem Satze beruht die ganze Regel Detri, welche eben daher ihren Namen erhalten hat, weil ſie zu drey gegebenen Gliedern einer geometriſchen Proportion das letzte finden lehrt. Denn dieſer Name iſt eigentlich durch eine Verſtümmlung aus den lateiniſchen Worten, Regula de tribus, (nämlich numeris) entſtanden. Es verſteht ſich alſo von ſelbſt, daß man ſie nur in denjenigen Fällen anwenden kann, wo ſich die Dinge wirklich in einem geometriſchen Verhältniſſe befinden, welches nicht allezeit ſo leicht zu beurtheilen iſt. So würde z. B. ein Unerfahrner in der Naturlehre kein Bedenken tragen, die Regel detri anzuwenden, wenn ihm geſagt würde: ein frey fallender Körper durchläuft in der erſten Secunde 15 Pariſer Fuß, durch wie viel Fuß wird ſich ein ſolcher Körper in 12 Secunden bewegen? Allein hier kann man nicht ſchließen: wie ſich 1 Secunde zu 12 Secunden verhält, ſo wird ſich auch der Raum, durch welchen ſich ein fallender Körper bewegt, zu dem Raume verhalten, den er in 12 Secunden durchläuft.

Denn in dieſem Falle findet keine ſolche Proportion Statt, weil die Geſchwindigkeit eines fallenden Körpers immer zunimmt und daher dieſe Rechnung auf eine ganz andre Art angeſtellt werden muß.

§. 113.

Es ſey die Einheit das erſte, b das zweyte, und c das dritte Glied, ſo muß das vierte Glied $\frac{b \times c}{1}$ d. i. $b \times c$ ſeyn. Es verhält ſich daher

$$1 : b = c : b \times c$$

d. h. die Einheit, der Multiplicandus, der Multiplicator und das Product machen allemal eine geometriſche Proportion. Hieraus läßt ſich folgende, in vielen Fällen ſehr brauchbare Erklärung der Multiplication herleiten. Nämlich eine Größe durch eine andre multipliciren heißt zu der Einheit und den beyden gegebenen Größen die vierte geometriſche Proportionalzahl ſuchen.

Wäre nun das zweyte und dritte Glied einerley, z. B. b, ſo müßte das letzte Glied $\frac{b \times b}{1}$ d. i. b^2 ſeyn, und alſo

$$1 : b = b : b^2$$

d. h. die Einheit, die Quadratwurzel und die Quadratzahl geben eine geometriſche Proportion; und die Quadratwurzel iſt alſo die mittlere Proportionalzahl zwiſchen der Einheit und dem Quadrate. Z. B. 5 iſt die Quadratwurzel von 25. Es wird daher folgende Proportion Statt finden:

$$1 : 5 = 5 : 25$$

§. 114.

Es ſey a das erſte, b das zweyte, und 1 das dritte Glied; ſo wird das vierte ſeyn $\frac{b \times 1}{a}$ d. i. $\frac{b}{a}$ (§. 112.) Folglich,

$$a : b = 1 : \frac{b}{a}$$

d. h. der Quotient iſt die vierte geometriſche Proportionalzahl zu dem Diviſor, Dividendo und der Einheit; und wenn man daher zu zwey gegebenen Größen und der Einheit die vierte Proportionalzahl ſucht, ſo hat man dividirt. Es ſey z. B. 9 der Deviſor, 36 der Dividendus und daher 4 der Quotient, ſo wird ſich verhalten

$$9 : 36 = 1 : 4$$

§. 115.

Weil ſich die Waaren und ihre Preiſe in einem geometriſchen Verhältniſſe befinden, wenn von einerley Waare und von einerley Zeit und Ort die Rede iſt; ſo kann man durch Hülfe der Regel Detri aus dem gegebenen Preiſe einer gewiſſen Quantität Waare, den Preis einer größern oder kleinern Quantität von eben derſelben Waare finden. Z. B. verlangte man zu wiſſen, wie viel man für 72 Ellen Leinwand zu bezahlen hätte, wenn 3 Ellen 2 Thaler koſteten; ſo würde man folgendergeſtalt ſchließen können: Wie ſich 3 Ellen zu 72 Ellen verhalten, ſo muß ſich auch der Preis von 3 Ellen, d. i. 2 Thlr zu dem noch unbekannten Preiſe von 72 Ellen verhalten; welcher Preis daher die vierte Proportionalzahl zu den drey gegebenen Zahlen iſt, und alſo gefunden werden kann.

3 Ellen : 72 Ellen = 2 Thlr. : x
2
3) 144 | 48 Thlr. = x

Insgemein ſchreibt man in der Ausübung dergleichen Exempel alſo:

3 Ellen koſten 2 Thlr. was koſten 72 Ellen?
woraus auch kein Irrthum entſteht, weil doch die beyden Zahlen, die in einander multiplicirt werden müſſen, in die Mitte neben einander kommen. Man thut aber allemal beſſer, wenn man ſich die gegebenen Zahlen in ihrer eigentlichen Proportion vorſtellt, weil man ſich auf dieſe Art in vielen Fällen vor Fehlern verwahren kann.

§. 116.

Man findet in den gewöhnlichen Rechenbüchern eine Menge Regeln, ſonderlich in Anſehung der Vortheile, die ſich bey der Regel Detri anbringen laſſen. Man kann aber die meiſten dieſer Regeln entbehren, wenn man ſich die Rechnungsarten ſowohl mit ganzen, als auch mit gebrochenen Zahlen, und die nothwendigſten Lehrſätze von den Verhältniſſen und Proportionen hinlänglich bekannt gemacht hat. So wird man z. B. aus §. 104 leicht einſehen, daß ſich die größern Zahlen eines Exempels der Regel Detri in kleinere verwandeln laſſen, die eben das Verhältniß haben, wenn man das erſte und zweyte, oder das erſte und dritte Glied durch einerley Zahl, ohne einen Ueberreſt zu behalten, dividiren kann. Ich will mich alſo nur bey ſolchen Fällen noch aufhalten, bey denen ein Anfänger nicht gleich die Anwendung der bisher erklärten Sätze einſehen möchte. Daß ſich die Regel

Detri nur alsdenn anwenden läßt, wenn ſich die Größen, von welchen die Rede iſt, wirklich in einem geometriſchen Verhältniſſe befinden, iſt ſchon oben (§. 112.) erinnert worden. Allein man muß, ehe man zu rechnen anfängt, auch unterſuchen, in was für einer Ordnung ſolche Größen ein Verhältniß haben, damit man nicht die Proportion falſch ſchreibt. Denn manche Dinge nehmen in eben dem Verhältniß zu, in welchem andre Dinge, die zu ihnen gehören, abnehmen, und von dieſen pflegt man alsdenn zu ſagen, daß ſie ſich in einem umgewendeten Verhältniſſe befinden; woraus einige eine beſondre Gattung der Regel Detri, nämlich die ſogenannte verkehrte Regel Detri gemacht haben. Z. B. die Zahl der Arbeiter, die einen gewiſſen Bau in einem Jahre vollenden würden, verhält ſich nicht zu einer andern Anzahl von Arbeitern, die eben dieſen Bau in einem halben Jahre endigen könnten, wie die erſte Zeit zu der andern Zeit, ſondern umgewendet, wie die andre Zeit zu der erſten Zeit. Denn nimmt man noch einmal ſo viel Arbeitsleute, ſo braucht man nur halb ſo viel Zeit, nimmt man aber nur halb ſo viel Leute, ſo braucht man noch einmal ſo viel Zeit. Sollte man daher folgendes Exempel ausrechnen: 800 Soldaten können einen gewiſſen Feſtungsbau in 15 Monaten vollenden; wie viel wird man Soldaten nöthig haben, um dieſen Bau in 4 Monathen zu Stande zu bringen? ſo würde man folgendergeſtalt ſchließen müſſen. Wie ſich 4 Monate zu 15 Monaten verhalten, ſo verhält ſich umgewendet die Anzahl der Soldaten, die man in 15 Monaten braucht, zu der Anzahl der Soldaten, die in 4 Monaten eben dieſe Arbeit verrichten können.

4 Mon. : 15 Mon. = 800 Sold. : y

$$\begin{array}{r} 800 \\ \hline 12000 \\ \hline 4)\quad 3000 \end{array}$$ Soldaten = y

Nämlich man hat 3000 Soldaten nöthig, um eben dieſen Bau in 4 Monaten zu endigen. Dieſe Zahl aber würde man noch geſchwinder gefunden haben, wenn man das erſte und dritte Glied der Proportion durch 4 dividirt und folgendergeſtalt gerechnet hätte:

$$4)\ \frac{4}{1}\ \text{Mon.} : 15\ \text{Mon.} = \frac{800}{200}\ \text{S.} : y$$

$$\begin{array}{r} 200 \\ \hline 3000 \end{array}$$

§. 117.

Die Regula de quinque, welche in vielen Rechenbüchern auch ein beſonderes Kapitel ausmacht, erfordert ebenfalls keine beſondern Regeln, wenn man ſich die Lehre von den Verhältniſſen und Proportionen bekannt gemacht hat; denn ſie unterſcheidet ſich von der einfachen Regel Detri nur dadurch, daß in den dahin einſchlagenden Exempeln zuſammengeſetzte Verhältniſſe vorkommen. Man kann daher dergleichen Exempel entweder auf einmal rechnen, wenn man das verſtanden hat, was oben (§. 110.) von den zuſammengeſetzten Verhältniſſen gelehrt worden iſt, oder zwey Exempel der einfachen Regel Detri daraus machen. Z. B. wie viel betragen die Intereſſen von 1800 Thlr. in 15 Jahren, wenn man für 100 Thlr. in einem Jahr 6 Thlr. Intereſſen bewilliget hat? Wenn man erwägt, daß die Intereſſen ſich ſowohl nach der Größe der Capitalien, als auch nach der Länge der Zeit richten, oder mathematiſch zu reden, ſich in einem zuſammengeſetzten Verhältniſſe der Capitalien

und Zeiten befinden; ſo wird man leicht einſehen, daß die Proportion nach §. 110. alſo geſchrieben werden müßte, wenn man die unbenannten Intereſſen von 1800 Thlr. in 15 Jahren unterdeſſen y nennt.

$$\overline{100\,\text{Thlr.} : 1800\,\text{Thlr.}} + \overline{1\,\text{J.} : 15\,\text{J.}} = 6\,\text{Thlr.} : y$$

$$\text{d. i. } 100 \times 1 : 1800 \times 15 = 6\,\text{Thlr.} : y$$

Welche Proportion man aber in der Ausübung ſo zu ſchreiben pflegt, daß man die Zahlen, welche in einander multiplicirt werden ſollen, untereinander ſetzt. Z. B.

$$\begin{array}{lcl}
100\,\text{Thlr.} & : & 1800\,\text{Thlr.} \\
\underline{1\,\text{Jahr}} & : & \underline{15\,\text{Jahr}} = 6\,\text{Thlr.} : y, \\
1\not{0}\not{0} & & 9000 \\
 & & \underline{1800} \\
 & & 270\not{0}\not{0} \\
 & & \underline{6} \\
 & & 1620\,\text{Thlr.} = y
\end{array}$$

Eben dieſe Zahl würde man auch erhalten, wenn man erſt unterſuchte, wie viel die Intereſſen von 1800 Thlr. in einem Jahre betrügen, und die gefundne Zahl hernach durch 15 multiplicirte. Denn nimmt man einerley Zeit an, ſo müſſen ſich die Intereſſen blos wie die Capitalien verhalten. Folglich

$$\begin{array}{c}
1\not{0}\not{0}\,\text{Thlr.} : 18\not{0}\not{0}\,\text{Thlr.} = 6\,\text{Thlr.} : x \\
\underline{6} \\
108\,\text{Thlr.} = x
\end{array}$$

Geben nun 1800 Thlr. in einem Jahr 108 Thlr. Intereſſen, ſo müſſen ſie in 15 Jahren 15 Mal ſo viel geben, oder

1 Jahr : 15 Jahr = 108 Thlr. : y

$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 540 \\ 108 \\ \hline 1620 \end{array}$$ Thlr. = y

§. 118.

Auf eine ähnliche Weiſe verfährt man auch in denjenigen Fällen, wo mehr, als zwey rationes componentes vorkommen, welche von den arithmetiſchen Schriftſtellern zu der ſogenannten Regula multiplex oder Kettenregel gerechnet werden. Dieſe Kettenregel oder Kettenrechnung aber unterſcheidet ſich von der Regula de quinque durch nichts, als durch die größere Anzahl der Verhältniſſe, und die dahin gehörigen Exempel können daher ebenfalls auf zweyerley Weiſe berechnet werden, nämlich entweder auf einmal, wenn man die gleichnamigen Glieder der gegebenen Verhältniſſe in einander multiplicirt, oder wenn man ſo viel Exempel der einfachen Regel Detri daraus macht, als Verhältniſſe in der Aufgabe vorkommen. Z. B. Wieviel betragen 28 Schildlouisd'or Meißniſche Gülden, wenn 5 Schildlouisd'or 6 Friedrichsd'or, 1 Friedrichsd'or 5 Thaler und 7 Thaler 8 Meißn. Gülden ausmachen? In dieſer Aufgabe kommen drey Verhältniſſe vor, die man unter einander zu ſetzen pflegt, weil die gleichnamigen Glieder derſelben in einander multiplicirt werden müſſen. Das Product aus den Hintergliedern multiplicirt man durch die Fragezahl und dividirt zuletzt durch das Product aus den Vordergliedern dieſer Verhältniſſe. Der Quotient iſt die Zahl, die verlangt wird. Das jetzt angeführte Exempel würde man daher auf folgende Art ſchreiben und berechnen.

5 Schildl. machen 6 Fr.d'or }
1 Fr.d'or — 5 Thlr. } wie viel
7 Thaler — 8 M.Güld. } 28 Schildl.?

35   240
5) 7   5) 48
28
384
96
1344
7) 192 Mß. Gülden.

Wenn auf beyden Seiten der Verhältniſſe einerley Zahlen vorkommen, ſo kann man dieſelben wegſtreichen, um die Rechnung abzukürzen, weil dieſes eben ſo viel iſt, als wenn man mit einerley Zahl dividirt hätte; und kommen auch nicht einerley Zahlen auf beyden Seiten vor, ſo kann man doch bisweilen dadurch ſich die Rechnung bequemer machen, wenn man die Zahlen auf beyden Seiten, oder das erſte und dritte Glied, welches die Fragzahl ausmacht, durch einerley Zahl dividirt (§. 104.), welches ſich in vielen Fällen thun läßt. So hätte ſich die vorige Rechnung geſchwinder vollenden laſſen, wenn man erſtlich die Zahl 5, die auf beyden Seiten der gegebenen Verhältniſſe vorkömmt, weggeſtrichen und hernach das erſte Glied und die Fragzahl mit 7 dividirt und überhaupt auf folgende Art gerechnet hätte.

~~5~~ Schildl. — — 6 Friedr. }
1 Friedr. — — ~~5~~ Thlr. }
7 Thaler — — 8 M. G. } was 28 Sch.?

7   48   7) 4
7) 1   4
192 Meißn. Gülden.

Wollte man ſich aber bey dieſer Rechnung blos der gemeinen Regel Detri bedienen, ſo müßte man zuerſt beſtimmen, wieviel Friedrichsdor 28 Schildlouisd'or ausmachen, ferner wieviel Thaler dieſe Friedrichsd'or welche 28 Schildl. gleichen, betragen, und endlich wieviel Meißn. Gülden dieſer Anzahl von Thalern, die 28 Schildl. ausmachen, gleich ſind; welches alſo folgende drey Exempel geben würde.

5 Schildl. : 28 Schildl. = 6 Friedr. x

6

168

5) $33\frac{3}{5}$ Friedr. = x = 28 Schildl.

1 Friedr. : $33\frac{3}{5}$ Friedr. = 5 Thlr ; y

5

168 Thlr = y = $33\frac{3}{5}$ Friedr.

7 Thlr : 168 Thlr. = 8 Meiß. G. : z

8

1344

7) 192 Meißn. G. = z = 168 Thlr = $33\frac{3}{5}$ Fr. = 28 S.

§. 119.

In der Geſellſchafts-Rechnung (Regula ſocietatis) hat man weiter nichts zu merken, als daß man die Regel Detri ſo vielmal anwenden muß, als Mitglieder in derjenigen Geſellſchaft ſind, unter welche ein gewiſſer Gewinſt nach dem Verhältniſſe ihrer Einlage getheilt werden ſoll. Z. B. eine Geſellſchaft von drey Kaufleuten, wovon der erſte 8000 Thlr. der andre 7000 Thlr. und der dritte 5000 Thlr. zu einer gemeinſchaftlichen Handlung vorgeſchoſſen hat, gewinnt in einer gewiſſen Zeit 60000 Thlr. Es fragt ſich daher, wie viel ein jeder von dem Gewinſte er-

halten müſſe? Da es unbillig wäre, wenn derjenige, der ein kleines Capital zur Handlung hergegeben hat, eben ſo viel von dem Gewinſte erhielte, als ein andrer, deſſen Capital viel größer geweſen iſt: ſo wird man leicht einſehen, daß der Gewinſt nach dem Verhältniß der vorgeſchoſſenen Capitalien ausgetheilt werden muß. Es läßt ſich alſo der Gewinſt eines jeden beſtimmen, wenn man alle drey Capitalien zuſammen addirt, und folgendergeſtalt ſchließt: wie ſich die ganze Summe, womit gehandelt worden iſt, zu dem ganzen Gewinſte verhält, ſo verhält ſich auch das Capital eines jeden Mitglieds zu ſeinem Antheile von dem Gewinſte.

Das Capital des erſten	8000 Thlr.
Das Capital des andern	7000 Thlr.
Das Capital des dritten	5000 Thlr.
Summe	20000 Thlr.

2~~0000~~ Thlr. : 6~~0000~~ Thlr. = 8000 Thlr. : x
2) 1 3 3
24000 = x

2~~0000~~ Thlr. : 6~~0000~~ Thlr. 7000 Thlr. : y
2) 1 3 3
21000 = y

2~~0000~~ Thlr. : 6~~0000~~ Thlr. 5000 Thlr. : z
2) 1 3 3
15000 = z

Probe:

x = 24000 Thlr. Gew. des 1ſten
y = 21000 Thlr. Gew. des 2ten
z = 15000 Thlr. Gew. des 3ten

60000 Thlr. Summe des ganzen Gewinſts.

§. 120.

Die Geſellſchaftsrechnung läßt ſich auch bey Concurſen, bey Erbtheilungen und in allen denjenigen Fällen anbringen, wo Dinge nach einem gewiſſen Verhältniſſe vermiſcht werden müſſen, wenn ſie eine verlangte Wirkung thun ſollen. Z. B. wenn man 100 Pf. Salpeter, 18 Pf. Schwefel und 20 Pf. Kohlen, nachdem dieſe Materien fein zerrieben worden, unter einander mengt; ſo erhält man Schießpulver. Es fragt ſich, wie viel man von jeder Sache nehmen müſſe, wenn man nur 23 Pfund Pulver verlangte? Dieſe Rechnung, deren Erklärung überflüſſig ſeyn würde, weil ſie einerley Grund mit der vorigen hat, läßt ſich folgendergeſtalt anſtellen, wobey dieſes zu merken iſt, daß x den Salpeter, y den Schwefel und z die Kohlen bedeutet, nach deren Menge hier gefragt wird.

100 Pf. Salpeter.
18 Pf. Schwefel.
20 Pf. Kohlen.
138 Pf.

138 Pf. : 23 Pf. = 100 Pf. : x
23) 6 : 1 = 6) $16\frac{2}{3}$ Pf. = x

138 Pf. : 23 Pf. = 18 Pf. : y
6 : 1 = 6) 3 Pf. = y

138 Pf. : 23 Pf. = 20 Pf. : z
6 : 1 = 6) $3\frac{1}{3}$ Pf. = z

Probe:

$16\frac{2}{3}$ Pf. Salpeter.
3 Pf. Schwefel.
$3\frac{1}{3}$ Pf. Kohlen.
Summe 23 Pfund.

Siebentes Kapitel.

Von den Progreſſionen und Logarithmen.

§. 121.

Man nennt eine Reihe Zahlen, die nach einerley Geſetz wachſen oder abnehmen, eine Progreſſion. Beſtehet dieſes Geſetz darin, daß immer zwey Zahlen, die unmittelbar auf einander folgen, einerley Unterſchied haben; ſo nennt man eine ſolche Reihe eine arithmetiſche Progreſſion, weil ſie lauter arithmetiſche Verhältniſſe enthält, und als eine Fortſetzung einer ſtetigen arithmetiſchen Proportion angeſehen werden kann. Z. B. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. Iſt aber das allgemeine Geſetz, nach welchem die Zahlen zunehmen oder abnehmen, dieſes, daß überall einerley Quotient entſteht, wenn ein Paar auf einander folgende Glieder durch einander dividirt werden, ſo heißt die Progreſſion geometriſch; weil ſie aus lauter geometriſchen Verhältniſſen beſteht, und als eine fortgeſetzte ſtetige geometriſche Proportion angeſehen werden kann. Z. B. 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. Der Quotient, welchen man erhält, wenn man ein Glied durch das folgende oder vorhergehende dividirt, wie in dem jetzt angeführten Beyſpiele die Zahl 3, wird daher auch der Exponent der Progreſſion genannt. Eine jede Progreſſion heißt ſteigend, (progreſſio adſcendens) wenn die folgenden Glieder größer ſind, als die vorhergehenden, und fallend, (progreſſio deſcen-

dens) wenn ſie kleiner ſind. Die vorigen Beyſpiele alſo, 1. 3. 5. 7. 9. u. ſ. f. 1. 3. 9. 27. 81. u ſ. f. gehören unter die ſteigenden; hingegen folgende beyde 30. 27. 24. 21. 18. 15. 12 9. 6. 3. 0. und 32. 16. 8. 4. 2. 1. unter die fallenden Progreſſionen. Eine ſteigende arithmetiſche Progreſſion wird daher gemacht, wenn man den Unterſchied zu dem vorhergehenden Gliede addirt; und eine ſteigende geometriſche, wenn man den Exponenten in das vorhergehende multiplicirt. Eine fallende arithmetiſche Progreſſion hingegen entſteht, wenn man den Unterſchied von dem vorhergehenden Gliede ſubtrahirt; und eine fallende geometriſche Progreſſion, wenn man das vorhergehende Glied durch den Exponenten dividirt.

§. 122.

Wenn man die Erklärung einer arithmetiſchen Progreſſion überlegt, ſo wird man von ſelbſt einſehen, daß nicht nur diejenigen Glieder einer ſolchen Progreſſion, die unmittelbar auf einander folgen, ſondern auch diejenigen, die gleich weit von einander abſtehen, einerley arithmetiſches Verhältniß haben müſſen. Man vergleiche z. B. in der folgenden Progreſſion,

1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25

das erſte Glied 1 mit dem vierten Gliede 10; ferner das zweyte Glied 4 mit dem fünften Gliede 13, welche beyde eben ſo weit von einander abſtehen, als die vorigen 1 und 10, ſo wird man finden, daß

1 . 10 = 4 . 13

Denn weil 13 von 4 eben ſo weit abſteht, als 10 von 1, ſo muß auch 13 aus 4 auf eben die Art entſtehen,

wie 10 aus 1. Nun entſteht aber hier das Glied 10 aus dem Gliede 1, weil jenes um 3 Stellen von dieſem abſteht, indem man die Differenz 3 zu dem Gliede 1 dreymal addirt; folglich muß auch das Glied 13 aus dem Gliede 4 durch dreymalige Addition der Differenz 3 entſtehen, und daher zwiſchen dieſen beyden eben der Unterſchied ſeyn, als zwiſchen den vorigen Gliedern 1 und 10 iſt.

§. 123.

Eben ſo leicht läßt ſich aus dem Begriffe einer geometriſchen Progreſſion einſehen, daß nicht nur die Glieder, die unmittelbar auf einander folgen, ſondern auch diejenigen, die gleich weit von einander abſtehen, einerley geometriſches Verhältniß haben müſſen; weil diejenigen Glieder, die gleich weit von einander abſtehen, auf einerley Art durch die Multiplication oder Diviſion aus einander gemacht werden. Z. B. in der geometriſchen Progreſſion

1 . 2 . 4 . 8 . 16 . 32 . 64 . 128 .

verhält ſich nicht nur

$$1 : 2 = 4 : 8$$

ſondern auch

$$1 : 8 = 2 : 16$$

oder

$$2 : 32 = 4 : 64$$

oder

$$4 : 32 = 16 : 128$$

§. 124.

Verbindet man eine geometriſche Progreſſion, deren erſtes Glied 1 iſt, und eine arithmetiſche, die ſich mit 0 anfängt, und zum Unterſchiede der Glieder 1 hat, dergeſtalt mit einander, daß man zu jedem Gliede der

geometriſchen ein Glied der arithmetiſchen Progreſſion ſetzt, ſo werden die Glieder der arithmetiſchen Progreſſion Logarithmen von den correſpondirenden Gliedern der geometriſchen Progreſſion genannt. Z. B.

Geom. Pr. 1 . 2 . 4 . 8 . 16 . 32 . 64 . 128.

Arithm. Pr. 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7.

Hier iſt alſo 3 der Logarithmus von 8, und 4 der Logarithmus von 16, u. ſ. f. Die Urſache dieſer Benennung iſt folgende. Weil ſich die arithmetiſche Progreſſion, die man zu dieſer Abſicht erwählet, mit Null anfängt, und der Unterſchied der Glieder 1 iſt, ſo zeigen die Glieder der arithmetiſchen Progreſſion die Anzahl der Verhältniſſe in der geometriſchen Progreſſion an. Der Logarithmus von 2 iſt daher 1, weil die Glieder 1 und 2 der geometriſchen Progreſſion das erſte Verhältniß ausmachen. Der Logarithmus von 4 iſt 2, weil es von 1 bis zur 4 zwey Verhältniſſe in dieſer Reihe giebt, u. ſ. f. Man hat daher die Glieder der arithmetiſchen Progreſſion Zahlen der Verhältniſſe genannt; denn dieſes will das griechiſche Wort Logarithmus eigentlich ſagen, welches aus den Wörtern λογος, ein Verhältniß, und ἀριθμος, eine Zahl, zuſammengeſetzt iſt. Weil man nun in einer geometriſchen Progreſſion, die ſich mit 1 anfängt, jedes Glied als eine Dignität des Exponenten der Progreſſion betrachten, und das vorhin angeführte Beyſpiel auch folgendergeſtalt ausdrücken kann:

Geom. Pr. $1 . 2^1 . 2^2 . 2^3 . 2^4 . 2^5 . 2^6$.

Arithm. Pr. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

in welchem Falle die Exponenten der Dignität von dem Exponenten der Progreſſion mit den Logarithmen völlig überein kommen; ſo iſt offenbar, daß ein Logarithmus nichts anders iſt, als der Exponent derjenigen

Dignität, zu welcher eine willkührlich angenommene Zahl erhoben werden muß, um einer gegebenen Zahl gleich zu werden. Der Logarithmus z. B. von 128 iſt alſo in dem vorhin gewählten Syſtem der Exponent derjenigen Dignität, zu welcher man die Zahl 2 erheben muß, um die Zahl 128 zu erhalten, oder allgemein betrachtet, von a^n iſt der Logarithmus n, von a^m aber iſt der Logarithmus m. Das Zeichen wodurch man die Logarithmen anzeigt, iſt entweder der Buchſtabe l. oder die Abbreviatur log. Der Ausdruck l. 32 oder log. 32 = 5 heißt alſo nichts anders, als daß 5 der Logarithmus der Zahl 32 iſt.

Die Erfindung der Logarithmen, wodurch die ganze Mathematik ſehr wichtige Vortheile erhalten hat, wird gemeiniglich dem Baron Nepper, einem Schottländer, zugeſchrieben, welcher davon eine beſondere Schrift unter dem Titel: Mirifici Canonis Logarithmorum deſcriptio, herausgegeben hat. Doch wollen einige angeſehene Schriftſteller behaupten, daß Juſtus Byrge, ein Deutſcher, für den erſten Erfinder derſelben zu halten ſey.

§. 125.

Erwählt man eine andre geometriſche Progreſſion, ſo müſſen die Glieder der arithmetiſchen Progreſſion nothwendig Logarithmen von andern Zahlen werden. Z. B.

Geom. Pr. 1 . 3 . 9 . 27 . 81 . 243.
Arithm. Progr. 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5.

Hier iſt alſo die Zahl 4, welche vorhin der Logarithmus von 16 war, der Logarithmus von 81. u. ſ. f. Da man ſich nun eine unendliche Anzahl von geome-

triſchen Progreſſionen vorſtellen kann, ſo iſt klar, daß jede Zahl der Logarithmus von einer unendlichen Menge Zahlen ſeyn könne. Wird aber eine gewiſſe geometriſche Progreſſion beſtimmt, ſo kann ein Logarithmus nur einer einzigen Zahl zugehören. Ich will jetzt unterdeſſen, damit die folgenden Sätze durch Beyſpiele erläutert werden können, wieder diejenige geometriſche Progreſſion erwählen, deren Exponent 2 iſt, und neben jede Zahl ihren Logarithmum ſetzen.

Zahlen.	Logarithmen.
1	0
2	1
4	2
8	3
16	4
32	5
64	6
128	7
256	8
512	9
1024	10
2048	11
4096	12
8192	13
16384	14
32768	15
65536	16
131072	17
262144	18
524288	19
1048576	20
2097152	21 u. ſ. f.

§. 126.

Wenn die Glieder in der geometriſchen Progreſſion unmittelbar auf einander folgen, oder gleich weit von einander abſtehen, ſo müſſen auch die dazu gehörigen Logarithmen entweder unmittelbar auf einander folgen, oder einerley Abſtand von einander haben. Da nun ſowohl in einer arithmetiſchen, als auch in einer geometriſchen Progreſſion die unmittelbar auf einander folgenden oder gleich weit von einander abſtehenden Glieder eine Proportion ausmachen (§. 122. 123.); ſo iſt klar, daß die Logarithmen ſolcher Größen oder Zahlen, die geometriſch proportional ſind, ſich in einer arithmetiſchen Proportion befinden müſſen. Wenn daher

$$b : g = a : m$$

ſo folgt, daß log. b . log. g = log. a . log. m

Oder wenn

$$4 : 32 = 2 : 16$$

$$\log. 4 \,.\, \log. 32 = \log. 2 \,.\, \log. 16$$

d. i. $2 \,.\, 5 = 1 \,.\, 4$ (§. 125.)

Und weil man aus drey gegebenen Gliedern einer arithmetiſchen Proportion das 4te findet, wenn man das zweyte zu dem dritten addirt, und von dieſer Summe das erſte abzieht (§. 93.); ſo muß man den Logarithmus der vierten geometriſchen Proportionalgröße erhalten, wenn man die Logarithmen des zweyten und dritten Gliedes zuſammen addirt, und hiervon den Logarithmus des erſten Gliedes abzieht. Man kann daher durch Hülfe der Logarithmen die Exempel der Regel Detri ohne zu multipliciren und zu dividiren berechnen, wenn man eine Tabelle beſitzt, worin die Logarithmen derjenigen Zah-

len befindlich ſind, die als Glieder der Proportion vorkommen. Wir wollen z. B. zu 2, 256 und 16 durch Hülfe der Logarithmen die vierte geometriſche Proportionalzahl ſuchen, oder welches eben dieſelbe Rechnung in benannten Zahlen iſt, wir wollen den Preis von 256 Ellen beſtimmen, der unterdeſſen x heißen ſoll, wenn 2 Ellen 16 Thlr. koſten. Weil nun hieraus folgende Proportion entſteht:

2 Ellen : 256 Ellen = 16 Thlr. : x

ſo iſt log. x log. 256 + log. 16 — log. 2.

Nun iſt	log. 256 = 8		(§. 125.)
und	log. 16 = 4		
log. 256 +	log. 16 = 12		
	log. 2 = 1		(§. 125.)

log. x = log. 256 + log. 16 — log. 2 = 12 — 1 = 11

Aus dieſer Rechnung erſieht man, daß der Logarithmus von der verlangten Zahl x die Zahl 11 iſt. Sucht man nun dieſen Logarithmus in der Tabelle §. 125. auf, ſo findet man, daß er der Logarithmus von 2048 iſt, welches alſo die vierte Proportionalzahl, die verlangt wird, ſeyn muß. Nämlich 256 Ellen würden unter der vorigen Bedingung 2048 Thaler koſten. Wer die Richtigkeit dieſes Verfahrens durch die Erfahrung unterſuchen will, darf nur das vorige Exempel auf die gewöhnliche Art, ohne Logarithmen, berechnen.

2 Ellen : 256 Ellen = 16 Thlr. : x

2)	1	128
		16
		768
		128
		2048 Thlr.

§. 127.

Aus dem vorigen Hauptſatze läßt ſich auch dieſer Satz leich einſehen, daß der Logarithmus eines Products entſteht, wenn man die Logarithmen der Factoren zuſammen addirt. Heißen alſo die Factores b und c, ſo iſt

$$\log b \times c = \log. b + \log. c$$

Denn weil das Product die vierte Proportionalzahl zu den Einheiten und den beyden Factoren iſt (§. 113.); ſo verhält ſich

$$1 : b = c : b \times c$$

$$\log. b \times c = \log. b + \log. c - \log. 1. \quad (\S. 126.)$$

$$\log. 1 = 0 \quad (\S. 124.)$$

$$\log. b \times c = \log. b + \log. c$$

Sollten alſo die Zahlen 8192 und 128 in einander multiplicirt werden, ſo könnte man dieſes Product durch Hülfe der Logarithmen finden, wenn man die Logarithmen dieſer beyden Zahlen zuſammen addirte, und dieſe Summe in der logarithmiſchen Tabelle aufſuchte. Die dazu gehörige Zahl müßte das verlangte Product ſeyn.

$$\log. 8192 = 13$$

$$\log. 128 = 7 \quad (\S. 125.)$$

$$\log. 8192 \times 128 = 13 + 7 = 20$$

$$20 = \log. 1048576 \quad (\S. 125.)$$

$$8192 \times 128 = 1048576 \quad (\S. 11.)$$

Daß auch wirklich 1048576 das wahre Product der beyden Zahlen 8192 und 128 ſey, können Anfänger durch die gewöhnliche Multiplication unterſuchen.

$$\begin{array}{r} 8192 \\ 128 \\ \hline 65536 \\ 16384 \\ 8192 \\ \hline 1048576 \end{array}$$

§. 128.

Weil eine Quadratzahl nichts anders iſt, als ein Product, das aus zwey gleichen Factoren beſteht (§. 68.), ſo muß der Logarithmus einer Quadratzahl noch einmal ſo groß ſeyn, als der Logarithmus der Wurzel; und der Logarithmus der Wurzel halb ſo groß, als der Logarithmus der Quadratzahl. Denn iſt z. B. a die Wurzel und $a \times a$ das Quadrat, ſo iſt

$$\log.\ a \times a = \log.\ a + \log.\ a \quad (\S.\ 127.)$$

d. i. $$\log.\ a^2 = 2 \log.\ a$$

$$\frac{\log.\ a^2}{2} = \frac{2 \log.\ a}{2} \quad (\S.\ 18.)$$

d. i. $$\tfrac{1}{2} \log.\ a^2 = \log.\ a \quad (\S.\ 19.)$$

Soll man alſo 1024 zum Quadrat erheben, ſo ſuche man den Logarithmus von dieſer Zahl, welcher nach dem oben (§. 124.) angenommenen Syſtem 10 iſt. Das zweyfache davon, nämlich 20, als den Logarithmus des Quadrats, ſuche man unter den Logarithmen, ſo muß die dazu gehörige Zahl, nämlich 1048576 (§. 125.), die verlangte Quadratzahl ſeyn. Verlangt man aber die Quadratwurzel aus 1024, ſo halbire man den Logarithmus 10, und ſuche den halben Logarithmus 5 in der Tabelle, ſo wird die

Zahl 32, wovon 5 der Logarithmus iſt, die Quadratwurzel aus 1024 ſeyn.

§. 129.

Weil eine Cubikzahl entſteht, wenn man eine Quadratzahl in die Wurzel multiplicirt, ſo muß der Logarithmus einer Cubikzahl dreymal ſo groß, als der Logarithmus der Cubikwurzel, und der Logarithmus einer Cubikwurzel der dritte Theil von dem Logarithmus der Cubikzahl ſeyn. Denn es ſey a die Cubikwurzel, ſo iſt

$$a^2 \times a = a^3 \quad (\S.\ 80.)$$

$$\log.\ a^2 \times a = a^3$$

$$\log.\ a^2 \times a = \log.\ a^2 + \log.\ a \quad (\S.\ 127.)$$

$$\log.\ a^3 = \log.\ a^2 + \log.\ a \quad (\S.\ 11.)$$

$$\log.\ a^2 = 2 \log.\ a \quad (\S.\ 128.)$$

$$\log.\ a^3 = 2 \log.\ a + \log.\ a \quad (\S.\ 9.)$$

$$\text{d. i. } \log.\ a^3 = 3 \log.\ a$$

$$\frac{\log.\ a^3}{3} = \frac{3 \log.\ a}{3} \quad (\S.\ 18.)$$

$$\text{d. i. } \tfrac{1}{3} \log.\ a^3 = \log.\ a \quad (\S.\ 19.)$$

Soll alſo z. B. aus 2097152 die Cubikwurzel geſucht werden; ſo nehme man den dritten Theil von dem Logarithmus dieſer Zahl, d. i. von 21, (§. 125.) und ſuche dieſes Drittel, d. i. 7, unter den Logarithmen, ſo muß die dazu gehörige Zahl 128 die Cubikwurzel von 2097152 ſeyn. Umgewendet würde man 128 zur Cubikzahl erheben, wenn man den Logarithmus 7 drey Mal nähme, und dieſe dreyfache Sieben, d. i. 21, unter den Logarithmen aufſuchte.

§. 130.

Der Logarithmus eines Quotienten wird gefunden, wenn man den Logarithmus des Diviſors von dem Logarithmus des Dividendi ſubtrahirt. Es ſey z. B. b der Dividendus, und a der Diviſor, ſo iſt

$$\log. \frac{b}{a} = \log. b - \log. a$$

Denn nach §. 114 verhält ſich

$$a : b = 1 : \frac{b}{a}$$

$$\log. \frac{b}{a} = \log. b + \log. 1 - \log. a \quad (\S.126.)$$

$$\log. 1 = 0 \quad (\S.\ 124.)$$

Folglich $\log. \frac{b}{a} = \log. b - \log. a$

Sollte alſo die Zahl 524288 durch 2048 dividirt werden, ſo könnte man den Quotienten ohne Diviſion entdecken, wenn man nur ſeinen Logarithmus ſuchte. Dieſen aber würde man finden, wenn man den Logarithmus der Zahl 2048 von dem Logarithmus der Zahl 524288, d. i. 11 von 19 ſubtrahirte (§. 125.). Iſt nun 19 — 11, d. i. 8 der Logarithmus des Quotienten, ſo muß die dazu gehörige Zahl 256 der Quotient ſelbſt ſeyn; wovon ſich auch Anfänger durch die gewöhnliche Diviſion überzeugen können.

$$
\begin{array}{r}
2048)\ 524288\ (256 \\
\underline{4096} \\
11468 \\
\underline{10240} \\
12288 \\
\underline{12288} \\
0
\end{array}
$$

§. 131.

Weil man die Brüche als Quotienten anſehen kann, und alsdenn der Zähler eines Bruchs der Dividendus, und der Nenner deſſelben der Diviſor wird (§. 46.), ſo folgt hieraus, daß der Logarithmus eines Bruchs erhalten wird, wenn man den Logarithmus des Nenners von dem Logarithmus des Zählers ſubtrahirt. Iſt nun der Bruch ein wahrer Bruch, ſo muß der Nenner größer als der Zähler (§. 47.), und folglich auch der Logarithmus des Nenners größer, als der Logarithmus des Zählers ſeyn. Da aber durch die Subtraction einer größern Zahl von einer kleinern nothwendig eine negative Differenz entſteht (§. 30.); ſo iſt klar, daß die Logarithmen aller wahren Brüche negativ oder verneinend ſeyn müſſen. Z. B.

$$\log. \tfrac{2}{4} = \log. 2 - \log. 4$$

$$\log. 2 - \log. 4 = 1 - 2 \qquad (\S.\ 125.)$$

Folglich $\log. \tfrac{2}{4} = 1 - 2 = -1$ (§. 30.)

§. 132.

Aus den bisher angeführten Sätzen wird man alſo leicht die Vortheile erkennen, welche die Logarith-

men im Rechnen verſchaffen, indem ſie das beſchwerliche Multipliciren und Dividiren in Addiren und Subtrahiren verwandeln, auch die Quadrat- und Cubikwurzel auf eine leichtere Art finden lehren. Dieſer Vortheile aber kann man ſich nur alsdenn bedienen, wenn man eine Tabelle bey der Hand hat, welche die Logarithmen aller derjenigen Zahlen enthält, die in den gewöhnlichen Rechnungen vorzukommen pflegen. Diejenige Tabelle alſo, welche oben (§. 125.) in der Geſchwindigkeit aufgeſetzt worden iſt, damit die Hauptſätze der Logarithmen durch Beyſpiele erläutert werden konnten, würde zu dieſer Abſicht nicht hinlänglich ſeyn, indem darin die Logarithmen der meiſten Zahlen fehlen. Man hat daher durch ſehr mühſame Rechnungen, die ſich hier nicht ohne Weitläuftigkeit anführen, noch viel weniger hinlänglich erklären laſſen, dieſem Mangel einigermaßen abzuhelfen geſucht, wie man aus den gedruckten Tabellen erſehen kann, wovon es ſehr vielerley Ausgaben gibt, welche nicht nur in Anſehung der Vollſtändigkeit, ſondern auch in Anſehung der Richtigkeit, ſehr von einander unterſchieden ſind. Für die beſten logarithmiſchen Tafeln hält man Shervins Mathematical Tables, welche W. Gardiner in London 1742 zum dritten Mal herausgegeben hat. Von eben dieſen Tafeln iſt auch 1785 eine neue, von Hutton beſorgte Ausgabe erſchienen. Man trifft darin die Logarithmen aller ganzen Zahlen von 1 bis 101000, nebſt den Logarithmen der trigonometriſchen Linien an. Weil aber die engliſchen Ausgaben dieſer Tafeln außer England in den Buchläden nicht leicht zu haben ſind, ſo hat ein gelehrter Exjeſuit zu Avignon bereits im Jahr 1770 eine neue, mit verſchiednen nützlichen Zuſätzen verſehene Ausgabe in kl.

Fol. veranſtaltet, und dasjenige, was von dem Gebrauche dieſer Tafeln in den engliſchen Ausgaben geſagt wird, ins Franzöſiſche überſetzt. Seit einigen Jahren beſitzen wir auch ſehr gute deutſche Ausgaben von dieſen Tabellen, unter welchen vorzüglich diejenigen angemerkt zu werden verdienen, welche J. C. Schulze zu Berlin 1778 und G. Vega zu Wien 1783 beſorgt haben. Von der letztern Ausgabe iſt auch ſchon kürzlich ein neuer Abdruck zu Leipzig in der Weidmanniſchen Buchhandlung erſchienen. Unter den kleinern Sammlungen dieſer Tafeln ſind die Blacquiſchen und Wolfiſchen Ausgaben die gewöhnlichſten und wohlfeilſten. Doch enthalten ſie nur die Logarithmen der Zahlen von 1 bis 10000. Man hat aber in dieſen Tabellen nicht die oben (§. 125.) angenommene geometriſche Progreſſion, ſondern folgende: 1, 10, 100, 1000, u. ſ. f. gewählet. Wenn man nun hierzu die arithmetiſche Progreſſion ſetzt, die ſich mit 0 anfängt, und zum Unterſchiede der Glieder 1 hat.

1 .	10 .	100 .	1000 .	10000 .	100000 .
0 .	1 .	2 .	3 .	4 .	5 .

ſo iſt offenbar, daß 1 der Logarithmus von 10, die Zahl 2 der Logarithmus von 100, u. ſ. f. in dieſem Syſtem ſeyn muß. Alle Zahlen alſo, die zwiſchen 1 und 10 fallen, haben zum Logarithmus einen wahren Bruch; weil ein ſolcher Logarithmus zwiſchen 0 und 1 fallen, folglich größer als nichts, und kleiner als die Einheit ſeyn muß. Die Zahlen zwiſchen 10 und 100 haben zum Logarithmus die Einheit nebſt einem Bruche; die Zahlen zwiſchen 100 und 1000 haben zum Logarithmus die Zahl 2 nebſt einem Bruche u. ſ. f. In den gewöhnlichen Tafeln hat man die:

ſen Bruch bis auf ſieben Decimalſtellen, und in einigen noch genauer ausgerechnet. Diejenige Ziffer in einem Logarithmus, welche ganze Zahlen bedeutet, pflegt man die Charakteriſtik oder Kennziffer zu nennen. So iſt z. B. in dem Logarithmus von 54=1.7323938 die Kennziffer 1, und die übrigen Ziffern, die nach dem Puncte folgen, ſind Decimalbrüche. In dem Logarithmus von 2677=3.4276184 iſt die Kennziffer 3, u. ſ. f.

§. 133.

Damit Anfänger die gedruckten Tabellen recht gebrauchen lernen, will ich mich noch ein wenig bey dieſer Materie aufhalten, und gewiſſe, bey dieſen Rechnungen nöthige Vortheile erklären, zumal da ſehr oft Zahlen und Logarithmen vorkommen, die man in den gewöhnlichen Tabellen nicht antrift, und die man doch durch eine leichte Rechnung entdecken kann, wenn man ſich folgende Sätze hinlänglich bekannt macht. Erſtlich läßt ſich ſchon aus der Betrachtung der angenommenen geometriſchen Progreſſion, die zum Exponenten 10 hat, unmittelbar einſehen, daß der Logarithmus um eine ganze Einheit zunimmt, wenn die Zahl zehn Mal größer, daß der Logarithmus um 2 Einheiten zunimmt, wenn die Zahl hundert Mal größer gemacht wird, u. ſ. f. Denn der Logarithmus von 10 iſt 1, der Logarithmus von 100 iſt 2, u. ſ. w. Hieraus folgt alſo, daß man die Kennziffer eines Logarithmen um ſo viel Einheiten vermehren müſſe, als man zu der correſpondirenden Zahl rechter Hand Nullen geſetzt hat, ohne die Decimalbrüche im geringſten zu verändern. Z. B. vermöge der Tabellen iſt

$$\log. 67 = 1.\ 8260748$$

Man kann daher nunmehr ohne Tabellen die Logarithmen von 670, von 6700, von 67000 u. ſ. f. wiſſen. Nämlich

$$\log.\ 670 = 2.\ 8260748$$
$$\log.\ 6700 = 3.\ 8260748$$
$$\log.\ 67000 = 4.\ 8260748$$

Wer noch einen Zweifel wider dieſen Satz haben ſollte, der kann ſich von der Wahrheit deſſelben auf folgende Art überzeugen.

$$\log. 67 = 1.\ 8260748$$
$$\log. 10 = 1.\ 0000000 \quad (§.\ 132.)$$
$$\log. 67 \times 10 = 2.\ 8260748 \quad (§.\ 127.)$$
$$\text{d. i.} \quad \log. 670 = 2.\ 8260748$$

Ferner

$$\log.\ 67 = 1.\ 8260748$$
$$\log. 100 = 2.\ 0000000 \quad (§.\ 132.)$$
$$\log. 6700 = \log. 67 \times 100 = 3.\ 8260748 \text{ u. ſ. w.}$$

§. 134.

Wenn man daher die Kennziffer eines Logarithmen vermindert, und die Decimalbrüche unverändert läßt, ſo müſſen in der dazu gehörigen Zahl, wofern ſie Nullen enthält, rechter Hand ſo viel Nullen wegfallen, als man Einheiten in der Kennziffer des Logarithmen weggenommen hat. Enthält die Zahl aber keine Nullen, ſo müſſen eben ſo viel Ziffern, von der Rechten gegen die Linke zu gerechnet, Decimalbrüche werden, und ſo auch umgewendet. Z. B.

3. 9590414 iſt der Logarithmus von 9100

folglich iſt 2. 9590414 der Logarithmus von 910
und 1. 9590414 der Logarithmus von 91

Ferner

3. 9173479 iſt der Logarithmus von 8267

folglich iſt 1. 9173479 der Logarithmus von 82,67
und 0. 9173479 der Logarithmus von 8,267

Der Grund von dieſem Satze iſt folgender.

Erſtlich:

3. 9590414 = log. 9100.
1. 0000000 = log. 10 (§. 132.)

$$2.\,9590414 = \log.\frac{9100}{10} = \log.\,910.$$ (§. 130.)

oder

3. 9590414 = log. 9100
2. 0000000 = log. 100 (§. 132.)

$$1.\,9590414 = \log.\frac{9100}{100} = \log.\,91$$ (§. 130.)

Ferner

3. 9173479 = log. 8267
2. 0000000 = log. 100

$$1.\,9173479 = \log.\frac{8267}{100} = \log.\,82{,}67$$ (§. 130.)

oder

3. 9173479 = log. 8267
3. 0000000 = log. 1000

$$0.\,9173479 = \log.\frac{8267}{1000} = \log.\,8{,}267$$ (§. 130.)

N

Man kann alſo von den vermiſchten Zahlen, wenn ſie Decimalbrüche enthalten, und nicht allzugroß ſind, die Logarithmen aus den Tabellen ſehr leicht finden, obgleich nur die Logarithmen der ganzen Zahlen darin befindlich ſind, wenn man alle Ziffern als ganze Zahlen betrachtet, von dieſer Zahl den Logarithmus aufſucht, und hernach in der Kennziffer deſſelben ſo viel Einheiten wegſtreicht, als man Decimalbrüche in der vermiſchten Zahl antrift. Sollte man z. B. den Logarithmus von 5,67 brauchen, ſo ſuche man den Logar. von der ganzen Zahl 567 in den Tabellen, wo man folgenden finden wird: 2. 7535831; und weil in der gegebenen Zahl zwey Ziffern Decimalbrüche bedeuten, ſo nehme man zwey Einheiten aus der Kennziffer des Logarithmus hinweg; wodurch man zur Kennziffer Null, und zum Logarithmus von 5,67 folgenden

0. 7535831

erhalten muß.

§. 135.

Wenn man die Unterſchiede der Logarithmen, und die Unterſchiede der Zahlen, zu denen ſie gehören, mit einander vergleicht; ſo findet man, daß die Unterſchiede der Logarithmen ſich beynahe eben ſo verhalten, wie die Unterſchiede der Zahlen. Bey den kleinen Zahlen iſt dieſer Satz merklich falſch, bey den größern aber, ſonderlich bey denen, die über 8000 betragen, iſt der Fehler oft ſo geringe, daß man ihn kaum entdecken kann; daher man ſich deſſelben fleißig zu bedienen pflegt, wenn man Logarithmen von Zahlen wiſſen will, die ſich nicht in den gewöhnlichen Tabellen be-

finden. Wir wollen zuerſt den Satz bey kleinern, und hernach auch bey größern Zahlen prüfen.

log. 669	=	2. 8254261
log. 668	=	2. 8247765
Unterſch. der Zahl. 1	Unterſch. der Log.	6496
log. 669	=	2. 8254261
log. 665	=	2. 8228216
Unterſch. der Zahl. 4	Unterſch. der Log.	26045

Nun wollen wir verſuchen, ob ſich die Unterſchiede der Zahlen 1 und 4 eben ſo verhalten, wie die Unterſchiede ihrer Logarithmen, 6496 und 26045. In dem Verhältniſſe 1 : 4 iſt der Exponent 4; in dem Verhältniſſe 6496 : 26045 aber $4\frac{61}{6496}$, und alſo um $\frac{61}{6496}$ größer, als der vorige. Folglich würden in dieſem Falle die Unterſchiede der Zahlen, und die Unterſchiede ihrer Logarithmen keine richtige Proportion geben. Laßt uns daher ſehen, ob der Fehler bey gröſſern Zahlen eben ſo beträchtlich ſeyn wird.

log. 8236	=	3. 9157163
log. 8235	=	3. 9156636
Unterſch. der Zahl. 1	Unterſch. der Log.	527
log. 8236	=	3. 9157163
log. 8234	=	3. 9156109
Unterſch. der Zahl. 2	Unterſch. der Log.	1054

Hier haben die Unterſchiede der Zahlen 1 und 2 völlig eben das Verhältniß, wie die Unterſchiede ihrer Logarithmen 527 und 1054. Denn

$$1 : 2 = 527 : 1054$$

weil in beyden Verhältniſſen der Exponent 2 iſt.

§. 136.

Durch Hülfe des vorigen Satzes laſſen ſich die Logarithmen vieler Zahlen, die man in den gewöhnlichen Tabellen nicht antrifft, ohne weitläuftige Rechnung finden, wenn ſie auch nicht durch die Multiplication ganzer Zahlen entſtanden ſind, als in welchem Falle man nur die Logarithmen der Factoren addiren darf (§. 127.). In den kleinen Tabellen ſind nur, wie ich bereits oben erinnert habe, die Logarithmen von 1 bis 10000 enthalten. Geſetzt nun, man hätte den Logarithmus von 86759 nöthig, ſo könnte man denſelben, ohne einen ſonderlichen Fehler zu begehen, folgendergeſtalt finden. Man laſſe zuerſt die letzte Ziffer von dieſer Zahl rechter Hand weg, um eine Zahl zu erhalten, von welcher man den Logarithmus in den Tabellen noch findet. Beſtünde die gegebene Zahl aus 6 Ziffern, ſo müßte man davon 2, beſtünde ſie aus 7 Ziffern, 3, u. ſ. w. weglaſſen. Sowohl von der Zahl 8675, als auch von der nächſt größern 8676 ſuche man die Logarithmen, und mache daraus die Logarithmen von 86750 und 86760 (§. 133.), zwiſchen welche der verlangte Logarithmus von 86759 fallen muß. Nun ſubtrahire man ſowohl die Zahlen, als auch ihre Logarithmen von einander, um ihre Unterſchiede zu erfahren, und ſchließe: wie ſich verhält der Unterſchied der erſten und dritten Zahl zu dem Unterſchiede der andern und dritten; ſo verhält ſich auch der Unterſchied des erſten und dritten Logarithmus, zu dem Unterſchiede des unbekannten andern und dritten Logarithmus. Hat man nun durch die Regel Detri dieſen Unterſchied, den ich unterdeſſen x nennen will, gefunden, ſo braucht man nichts weiter zu thun, als ihn zu dem

kleinern Logarithmus zu addiren, um den geſuchten Logarithmus zu erhalten. Es wird nämlich hier die größte Zahl die erſte, und die kleinſte die dritte genannt. Man kann auch folgendergeſtalt ſchließen: wie ſich der Unterſchied der erſten und dritten Zahl zu dem Unterſchiede der erſten und andern verhält, ſo verhält ſich auch der Unterſchied des erſten und dritten Logarithmus zu dem Unterſchiede des erſten und andern. Alsdenn muß man aber den gefundenen Unterſchied von dem Logarithmus der erſtern, nämlich der größern Zahl abziehen.

log. 8675 = 3. 9382695

Folglich log. 86750 = 4. 9382695 (§. 133.)

Ferner log. 8676 = 3. 9383195

Folglich log. 86760 = 4. 9383195
log. 86750 = 4. 9382695

Unterſch. der Zahlen 10 Unterſch. der Log. 500

log. 86759 = ...
log. 86750 = 4. 9382695

Unterſch. der Zahlen 9 Unterſch. der Log. x

$$1\not{0} : 9 = 50\not{0} : x$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 450 = x \end{array}$$

log. 86750 = 4. 9382695
x = 450

log. 86759 = 4. 9383145

§. 137.

Auf eben die Art kann man auch zu einem Logarithmus, der größer iſt, als die Logarithmen in den

gewöhnlichen Tabellen, die dazu gehörige Zahl finden. Es ſey z. B. der Logarithmus 4.9383145 gegeben; man verlangt die dazu gehörige Zahl zu wiſſen. Man ſuche erſtlich dieſen Logarithmus unter einer kleinern Kennziffer, z. B. unter der Kennziffer 3 in den Tabellen, und wenn man keinen Logarithmus findet, der eben dieſe Decimalbrüche hat, ſo nehme man ſowohl den nächſt kleinern, als auch den nächſt größern, und mache die Kennziffer eines jeden ſo groß, als die Kennziffer des gegebenen Logarithmus iſt; zu den Zahlen aber ſetze man ſo viel Nullen rechter Hand, als man Einheiten zu der Kennziffer des Logarithmus geſetzt hat (§. 133.). Hierauf ziehe man den nächſt kleinern Logarithmus von dem nächſt größern, ſo wie auch die dazu gehörigen Zahlen von einander ab. Ferner ſubtrahire man den nächſt kleinern Logarithmus von dem gegebenen, und ſuche zu den beyden Unterſchieden der Logarithmen, und dem Unterſchiede der Zahlen die vierte Proportionalzahl, wie folgende Rechnung zeiget.

Der nächſt kleinere Logarithmus unter der Kennziffer 3 iſt, vermöge der Tabellen,

3.9382695 = log. 8675
folglich 4.9382695 = log. 86750 (§. 132.)

Der nächſt größere Logarithmus iſt

3.9383195 = log. 8676
folglich 4.9383195 = log. 86760 (§. 132.)
ſubtr. 4.9382695 = log. 86750

Unterſch. der Log. 500. Unterſch. der Zahl. 10

der gegebene Log. 4.9383145 = ...
der nächſt kleinere 4.9382695 = log. 86750

Unterſchied der Logarithmen 450. Unterſch. der Zahl, x

$$50\not{0} : 45\not{0} = 1\not{0} : x \quad (§. 134)$$

$$5)\ 9 = x$$

Da nun 9 der Unterſchied zwiſchen der bekannten kleinern Zahl 86750 und der unbekannten größern Zahl iſt, ſo muß die geſuchte Zahl ſelbſt 86750 + 9 das iſt 86759 ſeyn.

§. 138.

Soll man zu einem negativen Logarithmus die dazu gehörige Zahl ſuchen, die nothwendig in einem Bruche beſtehen muß (§. 130.), ſo nehme man, wenn ſichs thun läßt, einen poſitiven Logarithmus, der eben die Kennziffer und eben die Decimalbrüche hat, aus den Tabellen, und mache von der dazu gehörigen Zahl ſo viel Figuren zu Decimalbrüchen, als man Einheiten aus der poſitiven Kennziffer wegnehmen muß, um ſie der negativen Kennziffer des durch Rechnung erhaltenen Logarithmus gleich zu machen. Es ſey z. B.

$$\log. x = -\ 3.4289446$$

ſo findet man in den Tabellen einen Log. der dieſem bis auf die letzte Ziffer gleich kömmt, nämlich

$$\log. 2685 = 3.4289443$$

Soll nun aus der poſitiven Kennziffer 3 eine negative 3 gemacht werden, ſo muß man 6 davon ſubtrahiren, weil 3 — 6 = — 3. Folglich müſſen in der Zahl 2685 ſechs Stellen als Decimalſtellen betrachtet und

daher den 4 Ziffern zwey Nullen vorgeſetzt werden, ohne die Null zu rechnen, welche die Abweſenheit der Ganzen anzeigt. Die Zahl x iſt alſo 0,002685 oder $\frac{2685}{1000000}$.

In dem Falle, wenn man in den Tabellen unter der Kennziffer des negativen Logarithmus keinen findet, der dieſem in Anſehung der Decimalbrüche nahe kömmt, ſo ſuche man einen unter einer andern Kennziffer und verfahre übrigens, wie vorhin. Z. B.

$$\log. y = -1.8518094.$$

Weil unter der Kennziffer 1 kein Logarithmus in den Tabellen in Anſehung der Decimalbrüche dieſem ſo nahe kömmt, als folgender unter der Kennziffer 3.

$$\log. 7109 = 3.8518085$$

ſo nehme man aus der Kennziffer dieſes ſo viel Einheiten weg, daß die Kennziffer — 1 werden muß, nämlich 4, wodurch man 4 Decimalſtellen in der Zahl 7109 erhält. Die verlangte Zahl y iſt alſo 0,7109 oder $\frac{7109}{10000}$.

Anhang
von
den üblichſten Münzen, Maaße und Gewichte.

I. Von den Münzen *).

1. Goldmünzen.

Ein alter Louisd'or, Auguſtd'or und Friedrichd'or gilt	5 Thaler.
Ein Louis neuf oder Schild-Louisd'or, welcher 4 Laubthaler oder 24 Livres beträgt, ingleichen eine Caroline	6 Th. 2 bis 4 Gr.
Ein Holländ. und Oeſterr. Ducaten	2 Th. 20 Gr.

*) Der Werth der fremden Münzen wird nach Conventionsgelde beſtimmt. Da aber das Verhältniß der verſchiedenen Münzſorten gegen einander nicht beſtändig einerley bleibt, ſo dürfen ſich Anfänger nicht wundern, wenn ſie in andern Verzeichniſſen den Werth einer fremden Münze bald um etwas kleiner, bald wiederum um etwas größer finden. Verſchiedne von den hier angeführten Münzen ſind auch nicht wirklich geprägtes Geld, ſondern nur willkührlich angenommene Summen von kleinen Münzſorten, nach denen man ſich im gemeinen Leben richtet; z. B. die Meißn. Gülden in Sachſen, die Livres in Frankreich und die Pf. Sterlinge in England.

Ein Däniſcher Ducaten	2 Th. 6 bis 7 Gr.
Ein Venetianiſcher Ducaten Cour.	1 Th. 2 Gr.
Ein Imperial, eine Ruſſiſche Münze, die 10 Rubeln beträgt,	11 Th. 12 bis 16 Gr.
Eine Guinee, eine engliſche Münze, welche 21 Schillinge enthält,	6 Th. 7 bis 10 Gr.
Ein ganzer Souverain oder Severin, Oeſterr. Münze, welche den Werth von 3 Ducaten hat,	8 Th. 12 Gr.
Ein Mard'or	4 Th. 3 Gr.
Eine Zechine, Venet. Geld,	2 Th. 12 Gr.

2. Silbermünzen.

Ein Species-Thaler		1 Thaler 8 Gr.
Ein Thaler, oder ſogenannter Reichs-Thaler		24 gute Gr.
	oder	72 Niederſ. Gr.
	oder	30 Kaiſer-Gr.
	oder	36 Marien-Gr.
	oder	5 Tümpfe.
	oder	90 Preußiſche Gr.
Ein Meißniſcher Gülden		21 Gr.
Ein Kaiſer-Gulden		16 Gr.
	oder	20 Kaiſer-Gr.
Ein Preußiſcher Gulden		8 gute Gr.
	oder	30 Preuß. Gr.
Ein Polniſcher Gulden, auf welchen man 30 Poln. Groſchen rechnet,		4 gute Gr.
Eine Mark, in Hamburg		8 bis 9 Gr.
Eine däniſche Mark		$4\frac{1}{2}$ Gr.
Ein Orthsthaler		6 Gr.
Ein Tümpf		4 Gr. $9\frac{3}{5}$ Pf.
	oder	18 Preuß. Gr.

Ein ganzer Batzen	16 Pf.
Ein Groſchen, der auch ein guter Groſchen genannt wird,	12 Pf.
oder	3 gute Kreutzer
oder	5 Schleſiſche Gröſchel
Ein Kaiſer-Groſchen	3 Kaiſer. Kreutzer
oder	4 Schleſiſche Gröſchel
Ein Marien-Groſchen, ingleichen ein halber Batzen	8 Pf.
Ein Albus	7 Pf.
Ein Schilling in Niederſachſen	6 bis 7 Pf.
Ein Grot oder Groot in Niederſachſen	4 Pf.
Ein guter Kreutzer	4 Pf.
Ein Kaiſer-Kreutzer	$3\frac{1}{5}$ Pf.
Ein Preußiſcher oder Polniſcher Groſchen	3 Schillinge.
oder	$3\frac{1}{5}$ Pf.
Ein Schleſiſches Gröſchel oder ſogenannte Fledermaus	$2\frac{2}{3}$ Pf.
Ein Pfennig	2 Heller
Ein Albertus-Thaler, Holländ. M.	1 Th. 9 Gr.
Ein Holländiſcher Gulden, welcher 20 Stüber enthält,	12 bis 13 Gr.
Ein Rubel, eine Ruſſiſche M.; welche 10 Grieven oder 100 Copeken enthält	1 Thl. 4 bis 6 Gr. *)
Eine Krone in Dänemark	18 bis 19 Gr.
Ein Piaſter in Spanien und Portugal	1 Th. 6 Gr.
Ein Real in Spanien	3 Gr.

*) Seit einiger Zeit ſind die Rubeln viel ſchlechter geworden.

Ein Real in Portugal	1 Gr. 5 Pf.
Ein franzöſiſcher Laubthaler, oder ſogenannter großer Thaler, welcher 6 Livres beträgt,	1 Th. 12 bis 14 Gr.
Ein franzöſiſcher kleiner Thaler, zu 3 Livres gerechnet,	18 bis 19 Gr.
Ein Livre, auf welchen 20 Sols gerechnet werden,	6 Gr. auch 6 Gr. 2 bis 4 Pf.
Ein Pfund Sterling in England, welches 20 Schillinge enthält,	6 Th.
Ein Beutel in der Türkey	500 Th.
Ein alt Schock	20 Gr.
Ein neu Schock	60 Gr.
Ein Orts-Thaler	6 Gr.

II. Von dem Gewichte.

1. Kramergewichte.

Ein Centner *) wiegt	110 Pfund oder 5 Stein
Ein Stein	22 Pfund
Ein Pfund	32 Loth
Ein Loth	4 Quentchen
Ein Quentchen	4 Pfennig-Gew.
Ein Pfennig-Gewicht	2 Heller-Gew.

*) In einigen Orten rechnet man nur 100, in andern 102, 108, 112 Pfund auf den Centner, daher die Pfunde nicht überall gleich ſchwer ſind. Auch in unſern Gegenden findet unter dem Kramer- und Fleiſcher-Gewichte ſchon ein merklicher Unterſchied Statt. Denn 55 Pf. Kramergewichte betragen nur 51 Pf. Fleiſchergewichte.

2. Gold- und Silbergewichte.

Eine Mark wiegt	8 Unzen
oder	16 Loth
oder	24 Karath
Eine Unze	2 Loth
Ein Loth	6 Gran
Ein Karath	4 Gran
Ein Gran	3 Grän

3. Apothekergewichte.

Ein Pfund wiegt	12 Unzen
oder	24 Loth
Eine Unze	8 Drachmen oder Quentchen
Ein Drachma	3 Scrupel
Ein Scrupel	20 Gran

4. Schiffsgewichte.

Eine Laſt hält	12 Schiffpfund
oder	36 Centner
Ein Schiffpfund	20 Ließpfund
Ein Ließpfund	14 Pfund

III. Von dem Maaße.

1. Längen-Maaß.

100 Leipziger Ellen, oder 200 Leipziger Werkſchuhe betragen ſo viel als

97, 28 Dresdner Ellen.
oder 174, 33 Pariſer-Schuhe.
oder 185, 88 Engliſche Schuhe.
oder 180, 42 Rheinländiſche Schuhe.
oder 82, 37 Brab. Ellen.

oder 79, 28 Däniſche Ellen.
oder 78, 84 Hamburger Ellen.
oder 86, 49 Nürnberger Ellen.
oder 97, 33 Warſchauer Ellen.
oder 74, 13 Wiener Ellen.
oder 61, 78 Engliſche Yards.
oder 78 Ruſſiſche Arschins.
oder 48 Pariſer Stäbe.

Eine Leipziger Ruthe beträgt	15 Leipz. Werkſchuh.
und in manchen Fällen	$15\frac{1}{6}$ Werkſchuh.
Eine Elle enthält	2 Schuh.
Ein Schuh	12 Zoll.
Ein geometriſcher Schritt	5 Schuh.
Ein gemeiner Schritt	$2\frac{1}{2}$ Schuh.
Eine Toiſe macht	6 Pariſer Schuhe.
Eine Rheinländiſche Ruthe	12 Rheinl. Schuhe.
Eine Klafter	6 Schuhe oder 3 Ellen.
Eine Lachter	3 bis $3\frac{1}{2}$ Elle.
Eine gemeine deutſche Meile enthält	2000 Rh. Ruthen.
oder	24000 Rh. Schuh.
Eine geographiſche Meile	23629 Rh. Fuß.
Eine Sächſiſche Policey-Meile	16000 Dresd. Ellen.
oder	29333 Rh. Schuh.
Eine gemeine Sächſ. Meile aber	12000 Dr. Ellen.

68 Sächſiſche Policey-Meilen gleichen 83 geographiſchen Meilen, von denen 15 einen Grad ausmachen.

Eine Engliſche Meile	5172 Rheinl. Schuhe.
Eine große Franz. Meile	17852 ‹ ‹
Eine mittlere	15244 ‹ ‹

Eine kleinere	12444 Rheinl. Schuhe.
Eine Italiäniſche Meile	5907 = =
Eine Spaniſche Meile	19691 = =
Eine Schwediſche Meile	47258 = =
Eine Ruſſiſche Werſte, ſieben eine deutſche Meile oder	3375 Rheinl. Schuhe.

2. Feld-Maaß.

Eine Hufe Landes enthält	30 Acker.
Ein Acker oder Morgen Landes in Sachſen	300 Quadratruthen.
Eine Quadratruthe nach geometriſcher Eintheilung	100 Qu. Schuh.
nach Leipz. Maaß	225 Qu. Schuh.
nach Rheinl. Maaß	144 Qu. Schuh.

3. Getraide-Maaß.

Eine Laſt enthält	3 Wiſpel.
oder bey Gerſte und Hafer	2 Wiſpel.
Ein Wiſpel	2 Malter.
Ein Malter	12 Scheffel.
Ein Scheffel	4 Viertel.
Ein Viertel	4 Metzen.
Eine Metze	4 Mäßchen.

4. Wein-Maaß.

Ein Fuder enthält	4 Oxhoft.
Ein Oxhoft	$1\frac{1}{2}$ Ohm.
Ein Ohm	4 Anker.
oder	2 Eymer.
Ein Eymer	72 Kannen.
Eine Kanne	2 Nöſel.

5. Bier-Maaß.

Ein Gebräude hält	9 Kupen.
Eine Kupe	2 Faß.
Ein Faß	2 Tonnen.
Ein Tonne	4 Oehmchen.
Ein Oehmchen	24 oder 25 Kan.
Eine Kanne	2 Nößel.

IV. Verſchiedene Arten zu zählen.

Ein Schock enthält	4 Mandel.
Ein Mandel	15 Stück.
Ein Ballen Papier	10 Rieß.
Ein Rieß	20 Buch.
Ein Buch Schreibpapier	24 Bogen.
Ein Buch Druckpapier	25 Bogen.
Ein Stück Garn	4 Strehne.
Ein Strehn	3 Zaſpeln.
Eine Zaſpel	20 Gebind.
Ein Gebind	20 Faden.
Ein Faden	4 Ellen.

Die Geometrie.

Erſtes Kapitel.

Erklärungen und Grundſätze.

§. 1.

Von den unſtetigen Größen, mit welchen wir uns bisher in der Arithmetik beſchäftiget haben, wollen wir nunmehr zu den ſtetigen fortgehen, deren Eigenſchaften und Ausmeſſung die Geometrie lehret, wie ſchon in dem Vorberichte von den mathematiſchen Wiſſenſchaften überhaupt (§. 6.) angemerkt worden iſt. Das Wort Geometrie bedeutet zwar eigentlich nichts anders, als eine Erdmeßkunſt, und zu der Zeit, da dieſe Wiſſenſchaft erfunden worden iſt, mag ſie auch wohl nichts anders geweſen ſeyn, als eine ungebildete Kunſt, Felder und Wieſen auszumeſſen. Denn die Meinung derer iſt nicht ganz unwahrſcheinlich, welche behaupten, daß Aegypten ihr Vaterland ſey, wo die jährlichen Ueberſchwemmungen des Nils die Einwohner genöthiget hätten, auf eine genaue Ausmeſſung ihrer Felder und Beſtimmung ihrer Gränzen bedacht zu ſeyn. Allein zu unſern Zeiten würde man ſich einen viel zu eingeſchränkten Begriff von dieſer wichtigen Wiſſenſchaft machen, wenn man glau-

ben wollte, daß ſie nichts anders enthielte, als eine Sammlung von Sätzen und Regeln, durch deren Hülfe man gewiſſe Ausmeſſungen auf dem Felde vornehmen könnte. Ihr Umfang und Nutzen erſtreckt ſich unendlich weiter, indem ſie nicht blos eine beſondre Gattung, ſondern alle Arten von ausgedehnten Größen betrachtet, und am Himmel ſowohl als auf der Erde gebraucht werden kann. Ohne die Hülfe der Geometrie würden uns weder die Geſetze, nach denen ſich die Bewegung der feſten und flüſſigen Körper richtet, noch die Eigenſchaften des Lichts, noch die Größe und Entfernung der himmliſchen Weltkörper, noch viele andre nützliche Wahrheiten bekannt ſeyn. Man hat daher auch nicht wohl gethan, daß man das Feldmeſſen, welches blos eine einzige und geringe Anwendung der Geometrie iſt, die practiſche Geometrie überhaupt genannt hat, weil Anfänger durch dieſe Benennung ſehr oft zu der irrigen Meinung verleitet werden, daß die Geometrie auſſer dem Feldmeſſen keinen ſonderlichen Nutzen habe.

§. 2.

Alle Körper, die in der Welt vorhanden ſind, haben dieſes mit einander gemein, daß ſie einen gewiſſen Raum ausfüllen und nach allen Gegenden zu ausgedehnt ſind. Dieſer Raum nun, den die wirklichen Körper einnehmen, oder ihre körperliche Ausdehnung, ſondert der Geometer in Gedanken von ihrer Materie ab, und betrachtet ſie ganz allein in der Geometrie, ohne die übrigen Eigenſchaften der wirklichen Körper mit in Erwägung zu ziehen. Man pflegt daher dieſe körperliche Ausdehnung einen geometriſchen Körper zu nennen, den man alſo

mit dem wirklichen oder ſogenannten phyſikaliſchen Körper nicht verwirren muß. Ein geometriſcher Körper iſt folglich nichts anders, als eine umgränzte ſtetige Größe, die nach allen Gegenden zu ausgedehnt iſt. Sonſt ſagt man auch, ein Körper iſt diejenige Größe, die eine Länge, Breite und Dicke hat.

§. 3.

Dasjenige, wo eine Sache aufhört, nennt man ihre Gränze. Wenn man nun in Gedanken die Gränzen eines Körpers von dem Körper ſelbſt abſondert, und dieſelben beſonders betrachtet, ſo erlangt man den Begriff von einer Fläche, die alſo nur in die Länge und Breite ausgedehnt ſeyn, aber keine Dicke haben kann. Denn wollte man auch bey den Flächen eine gewiſſe Dicke annehmen, ſo würde man ſich einen Körper, und nicht die Gränzen eines Körpers vorſtellen. Die Gränzen der Flächen heiſſen Linien, die alſo nur in die Länge ausgedehnt ſeyn, und keine Breite haben können, weil ſie ſonſt ſelbſt Flächen und nicht Gränzen derſelben ſeyn müßten. Die Gränzen der Linien heiſſen Punkte, denen alſo ganz und gar keine Ausdehnung zukommen kann. Weil es nun drey Arten von ſtetigen Größen gibt, nämlich Linien, Flächen und Körper; ſo pflegen einige die Geometrie in drey Haupttheile zu zergliedern. Der erſte Theil, welcher von den Linien handelt, wird Longimetrie, der andre, welcher ſich mit den Flächen beſchäftiget, Planimetrie, und der dritte, deſſen Gegenſtand die Körper ſind, Stereometrie genannt. Doch laſſen ſich die erſten beyden Theile, wenn man in den Beweiſen die gehörige Ge=

nauigkeit beobachten will, nicht gut von einander trennen; daher die meiſten Schriftſteller entweder gar keine Abtheilung machen, oder wenigſtens nur zwey Haupttheile annehmen.

§. 4.

Wer die vorigen Erklärungen gehörig überdenkt, der wird leicht einſehen, daß die Benennungen, Flächen, Linien und Punkte u. ſ. f. lauter abſtracte Begriffe anzeigen, welche, wie alle abſtracte Begriffe, nicht einzeln, ſondern in Verbindung mit andern wirklich exiſtiren können. Es iſt daher lächerlich, wenn einige Gelehrte, — denn ungelehrten Perſonen wäre ein ſolcher Fehler leicht zu verzeihen, — dieſe Erklärungen für Grillen, und die Gründe der ganzen Geometrie für Chimären ausgeben wollen. Es iſt wahr, es gibt in der Welt kein Ding, das blos eine Länge ohne Breite und Dicke, oder eine Länge und Breite ohne Dicke u. ſ. f. hätte. Allein es gibt Fälle, wo man blos die Länge und Breite, oder blos eine Länge, ohne Breite und Dicke, zu wiſſen nöthig hat. Wenn man z. B. nach der Größe eines Feldes fragt, ſo verlangt man nur eine Kenntniß von ſeiner Ausdehnung in die Länge und Breite ohne Dicke. Wer an einen gewiſſen Ort reiſen will, fragt nicht, wie breit, ſondern blos wie lang der Weg ſey, u. ſ. w. Es war alſo ſehr nöthig, dieſe verſchiedenen Begriffe von einander abgeſondert zu betrachten. Es gibt keine Gelehrſamkeit ohne Gelehrten, keine Tugend ohne einen Tugendhaften, und doch pflegt man ſich die Gelehrſamkeit, Tugend und tauſend andre Dinge, abgeſondert von den Gegenſtänden, woran ſie ſich befinden, in andern Wiſſenſchaften vorzuſtellen, ohne

den Vorwurf zu hören, daß dergleichen Begriffe bloſſe Chimären enthielten.

§. 5.

Ein Körper iſt alſo nicht aus Flächen, eine Fläche nicht aus Linien, und eine Linie nicht aus Puncten zuſammengeſetzt. Es iſt auch eigentlich nicht möglich, eine mathematiſche Linie oder einen Punct zu machen. Man muß ſich daher begnügen, die Punkte durch kleine phyſikaliſche Körperchen, die eine ſehr geringe Ausdehnung haben, dergleichen die kleinen Klümpchen von Kreide, Bleyſtift oder Tuſche ſind, und die Linien durch eine Reihe ſolcher Körperchen, bey denen die Dicke und Breite nicht ſehr merklich iſt, in der Ausübung abzubilden.

§. 6.

Wenn alle Theile einer Linie nach einerley Richtung liegen, ſo wird ſie eine gerade Linie (Fig. 1. Tab. 1.) genannt. Haben aber nicht alle Theile einerley Richtung, ſo heißt ſie eine krumme Linie. (Fig. 2. Tab. 2.) Bisweilen ſind Linien aus geraden und krummen zuſammengeſetzt, in welchem Falle man ſie vermiſchte Linien zu nennen pflegt.

§. 7.

Man nimmt zum Maaß der Linien in der Geometrie eine gewiſſe Länge an, die man eine Ruthe nennt, und die, wie alle Maaße, nicht an allen Orten von einerley Größe iſt. Die Ruthe theilt man in zehn gleiche Theile und nennt einen ſolchen Theil einen Fuß oder Schuh; der zehnte Theil eines Schuhs heißt ein Zoll, und der zehnte Theil eines Zolls eine Linie. Bisweilen theilt man auch die

Linie noch aufs neue in 10 gleiche Theile, welche einige Scrupel zu nennen pflegen. Die Ruthen bezeichnet man mit $^{\circ}$, die Schuhe mit $'$, die Zolle mit $''$, und die Linien mit $'''$, und die Scrupel mit $''''$. So bedeutet z. B. $75^{\circ}, 3', 8'', 7'''$, eine Länge von 75 Ruthen, 3 Schuhen, 8 Zollen und 7 Linien. Dieſe Eintheilung verſchaffet im Rechnen eine große Bequemlichkeit, weil man die Ruthen in Schuhe, Zolle, und Linien ohne Multiplication, und eine anſehnliche Summe von Linien in Zolle, Schuhe und Ruthen ohne Diviſion verwandeln kann. So iſt z. B. $75^{\circ}, 3', 8'', 7'''$, ſo viel als $75387'''$; denn vermöge der angenommenen Eintheilung iſt

$$\begin{array}{lcccccc} 75^{\circ} & = & 750' & = & 7500'' & = & 75000''' \\ 3' & = & & & 30'' & = & 300''' \\ 8'' & & & = & & & 80''' \\ 7''' & & & = & & & 7''' \\ \hline \text{Folglich} & 75^{\circ}, 3', 8'', 7''' & & = & & & 75387''' \quad (\S.\ 13.) \end{array}$$

Will man daher umgewendet eine Summe von Linien in Zolle, Schuhe und Ruthen verwandeln; ſo darf man nur, von der Rechten gegen die Linke zu, eine Ziffer für die Linien, eine für die Zolle, und eine für die Schuhe abſchneiden, die übrigen Ziffern werden Ruthen bedeuten. Z. B. $4382576925'''$ enthalten $4382576^{\circ}, 9', 2'', 5'''$.

§. 8.

Die Ruthen werden im gemeinen Leben noch auf verſchiedene andre Art eingetheilt. So pflegt man die ſogenannte Rheinländiſche Ruthe in 12 Schuh, den Schuh in 12 Zoll u. ſ. f. einzutheilen. Die Leipziger Ruthe enthält 15 Werkſchuhe, welche ſo

viel halbe Leipziger Ellen betragen. Die Franzöſiſche Ruthe oder Toiſe enthält nur 6 pariſer Fuß, welche um $\frac{205}{1000}$ größer ſind, als 6 Rheinländiſche Schuhe. Den pariſer Fuß aber theilt man in 12 Zoll, den Zoll in 12 Linien, und die Linie in 10 Scrupel, welche Eintheilung man genau merken muß, wenn man gewiſſe Maaße, die in der Naturlehre vorkommen, verſtehen will.

§. 9.

Eine ebene Fläche oder eine Ebene (Planum, Superficies plana) iſt eine ſolche Fläche, auf welche man überall eine gerade Linie dergeſtalt legen kann, daß alle Puncte der Linie auf die Fläche ſelbſt fallen. Diejenigen Flächen, wo dieſes nicht überall möglich iſt, werden unebene oder krumme Flächen genannt.

§. 10.

Gerade Linien, welche ſich auf einer ebenen Fläche befinden, und niemals zuſammen ſtoßen können, wenn ſie auch auf beyden Seiten ohne Ende verlängert würden, wie BD und FG (Tab. 1. Fig. 3.) heißen parallele oder gleichlaufende Linien, weil ſie überall einerley Abſtand von einander haben. Auch Cirkelbogen und andre krumme Linien, ingleichen Flächen werden parallel genannt, wenn ſie überall gleichweit von einander abſtehen. Diejenigen Linien aber auf einer ebenen Fläche, die irgendwo zuſammenſtoßen würden, wenn man ſie auf beyden Seiten weit genug verlängerte, wie NP und QR (Fig. 4. Tab. 1.) werden in derjenigen Gegend, wo ſie ſich einander nähern, convergent, und auf der andern

Seite, wo ſie ſich von einander entfernen, divergent genannt.

§. 11.

Die Neigung zweyer Linien, die einander in einem Puncte berühren oder durchſchneiden, heißt ein Winkel, oder wenn man ſich genauer ausdrückt, ein ebener Winkel (angulus planus); denn die Ecken der Körper, zum Beyſpiel N, R, (Fig. 99. Tab. 11.) oder C, G, (Fig. 100.) die aus drey oder mehr ebenen Winkeln beſtehen, werden auch Winkel, aber zum Unterſchiede von jenen, körperliche Winkel (anguli ſolidi) genannt. Die Linien ſelbſt, deren Neigung den Winkel ausmacht, wie BC und CA, (Fig. 5. Tab. 1.) heißen ſeine Schenkel (crura), und der Punct C, wo ſie zuſammen kommen, die Spitze oder der Scheitel des Winkels (vertex anguli). Man benennet die Winkel, deren Zeichen < iſt, welches man aber nicht allemal zu gebrauchen pflegt, auf dreyerley Art, nämlich entweder durch einen Buchſtaben, den man außen an die Spitze ſetzt, oder durch einen kleinen Buchſtaben, den man inwendig zwiſchen die Schenkel ſchreibt, oder durch die drey Buchſtaben, die man an die Spitze des Winkels und an die Endpuncte der Schenkel geſetzt hat; doch muß in dieſem Falle der Buchſtabe, welcher am Scheitel des Winkels ſteht, allemal in die Mitte geſetzt werden, weil ſonſt in manchen Fällen eine Verwirrung entſtehen würde. So können z. B. die drey Buchſtaben CDA (Fig. 18. Tab. 1.) dreyerley Winkel bedeuten. Schreibe ich ſie in der jetzt angeführten Ordnung, ſo wird der Winkel dadurch angezeigt, deſſen Spitze der Punct D iſt. Schreibe ich aber DCA, ſo verſtehe

ich dadurch den Winkel bey C, und ſetze ich dieſe Buchſtaben ſo, CAD, ſo rede ich von dem an dem Puncte A befindlichen Winkel.

§. 12.

Winkel über einer geraden Linie, wie o und u (Fig. 5.) die einen gemeinſchaftlichen Schenkel und eine gemeinſchaftliche Spitze haben, werden Nebenwinkel (anguli deinceps poſiti) genannt, wenn die andern beyden Schenkel, z. B. DC und CA, nach einerley Richtung liegen, oder eine einzige gerade Linie ausmachen. Man muß alſo Nebenwinkel und neben einander liegende Winkel nicht mit einander verwechſeln. So ſind z. B. die beyden Winkel x und o (Fig. 23. Tab. II.) keine Nebenwinkel, weil die Schenkel PC und MC nicht eine gerade Linie ausmachen.

§. 13.

Steht eine gerade Linie auf einer andern geraden Linie dergeſtalt, daß die Nebenwinkel gleich ſind, ſo heißen beyde Linien ſenkrecht, lothrecht oder perpendiculär, und die dadurch gebildeten Nebenwinkel rechte Winkel (anguli recti). So ſteht (Fig. 6. Tab. I.) NC auf AB, ingleichen AC oder CB auf NC ſenkrecht; und die beyden Winkel x und y ſind rechte Winkel, die man bisweilen durch den Buchſtaben R, als den Anfangsbuchſtaben von dem Worte Rectus, anzuzeigen pflegt. Auf einer ebenen Fläche ſteht eine Linie alsdann ſenkrecht, wenn ſie mit allen Linien auf der Fläche, die ſich aus dem Puncte, wo ſie aufſteht, ziehen laſſen, lauter gleiche Winkel macht. Soll alſo (Fig. 7. Tab. I.) die Linie DC,

die man ſich auſſerhalb der Fläche des Papiers vorſtellen muß, ſenkrecht auf dieſer Fläche ſtehen, ſo müſſen die Winkel DCB, DCF, DCQ. DCG, DCN und DCA alle gleich groß, und folglich rechte Winkel ſeyn.

§. 14.

Alle übrigen Winkel, die nicht rechte Winkel ſind, wie o und u (Fig. 5.), heißen ſchiefe Winkel (anguli obliqui), und zwar werden diejenigen ſchiefen Winkel, die kleiner ſind, als rechte Winkel, d. i. deren Schenkel eine geringere Entfernung von einander haben, als die Schenkel der rechten Winkel, ſpitzige Winkel (anguli acuti), ſolche aber, die größer ſind, als rechte Winkel, ſtumpfe Winkel (anguli obtuſi) genannt. So iſt (Fig. 5.) u ein ſpitziger, und o ein ſtumpfer Winkel.

§. 15.

Eine Fläche, die in Linien eingeſchloſſen iſt, heißt eine Figur, und die Linien, welche die Gränzen derſelben ausmachen, ihre Seiten (latera). Wenn dieſe Seiten gerade Linien ſind, ſo heißt auch die Figur eine geradlinige, wenn es aber krumme Linien ſind, eine krummlinige, und ſind es theils gerade, theils krumme Linien, eine vermiſchte Figur. Sind alle Seiten und alle Winkel einander gleich, ſo wird die Figur regulär oder ordentlich genannt. Sind aber die Seiten oder die Winkel ungleich, ſo heißt die Figur irregulär oder unordentlich. So ſind z. B. BDG (Fig. 8.) und ABDQ (Fig. 13.) reguläre, hingegen AGN (Fig. 9.), CNFR (Fig. 14.), und ACHD (Fig. 17.) irreguläre Figuren.

§. 16.

Eine Figur, die drey Seiten hat, heißt ein Triangel oder Dreyeck. Sind alle Seiten einander gleich, wie in dem Triangel BDG (Fig. 8.), ſo wird der Triangel gleichſeitig (triangulum aequilaterum) genannt; ſind aber nur zwey Seiten einander gleich, wie in dem Triangel AGN (Fig. 9.), ſo heißt er ein gleichſchenklichter, (triangulum aequicrurum), und iſt keine Seite der andern gleich, wie in dem Triangel ABC (Fig. 10.), ein ungleichſeitiger Triangel (triangulum ſcalenum). Man pflegt die Triangel durch die drey Buchſtaben zu bezeichnen, die an den Spitzen der Winkel ſtehen, aber mit Vorſetzung des Zeichens △, um ſie von den bloßen Winkeln zu unterſcheiden.

§. 17.

Ein Triangel, in welchem ein rechter Winkel angetroffen wird, heißt ein rechtwinklichter, z. B. △AGC (Fig. 11. Tab. 1.); ein ſolcher, in welchem ſich ein ſtumpfer Winkel befindet, wie △BAC (Fig. 10.), ein ſtumpfwinklichter; und ein ſolcher, wo alle drey Winkel ſpitzig ſind, z. B. △MNQ (Fig. 12.), ein ſpitzwinklichter Triangel.

§. 18.

Unter den vierſeitigen Figuren werden alle diejenigen, die lauter rechte Winkel haben, Rechtecke (Rectangula) genannt; die regulären, d. i. diejenigen, die lauter gleiche Seiten und lauter gleiche oder rechte Winkel haben, z. B. QABD (Fig. 13. Tab. 1.), heißen Quadrate. Diejenigen, die zwar gleiche Seiten, aber ſchiefe Winkel haben, von

denen nur die gegenüberſtehenden gleich ſind, werden Rauten (Rhombi), wie CNFR (Fig. 14.); diejenigen, wo nur die gegenüberſtehenden Seiten gleich, aber alle Winkel rechte Winkel ſind, längliche Rechtecke (Oblonga) z. B. NDSB (Fig. 15.); diejenigen, in denen nur die gegenüberſtehenden Seiten, und auch nur die gegenüberſtehenden Winkel gleich ſind, wie RMBQ (Fig. 16.), längliche Rauten, (Rhomboides), und alle übrigen vierſeitigen Figuren, in welchen keine der jetzt erzählten Eigenſchaften angetroffen wird, wie DACH (Fig. 17.) Trapezia genannt. Sind in einer vierſeitigen Figur die gegenüberſtehenden Seiten parallel, wie z. B. bey Fig. 13. 14. 15. 16, ſo pflegt man ſie, in Anſehung dieſes Umſtandes, Parallelogramme zu nennen.

§. 19.

Die Figuren, die mehr als vier Seiten haben, nennt man überhaupt Polygone oder Vielecke, und unterſcheidet ſie blos dadurch von einander, daß man ſie von der Anzahl ihrer Seiten oder ihrer Winkel benennt. So iſt ein Sechseck ein Polygon, das ſechs Seiten hat, ein Siebeneck, eine Figur, die ſieben Seiten hat, u. ſ. f.

§. 20.

Eine krummlinige Figur, in welcher alle Puncte ihrer Gränze einerley Abſtand von einem gewiſſen mittlern Puncte haben, wird ein Cirkel genannt (Fig. 18. Tab. 1.). Ein Cirkel entſteht daher, wenn ſich eine gerade Linie, z. B. DC, auf einer ebenen Fläche um einen gewiſſen feſten Punct C ganz herum bewegt. Dieſer feſte Punct C, von welchem alle

Puncte der krummen Linie, welche die Gränze des Cirkels ausmacht, und die Peripherie genannt wird, gleichweit abſtehen, heißt daher der Mittelpunct oder das Centrum. Ein Stück der Peripherie, wie z. B. QA, heißt ein Cirkelbogen (Arcus); jede gerade Linie aus dem Mittelpuncte in die Peripherie, wie CD und CA, ein Halbmeſſer, Radius, oder Semidiameter; jede gerade Linie von einem Puncte der Peripherie gegen einen andern, wie DA und QR, eine Chorde oder Sehne, und eine ſolche Chorde, welche durch den Mittelpunct geht, wie NA, ein Diameter oder Durchmeſſer. Haben gerade Linien, die ſich auſſerhalb dem Cirkel befinden, nur einen einzigen Punct mit der Peripherie des Cirkels gemein, geſetzt auch, daß man ſie auf beyden Seiten ohne Ende verlängerte, wie BN, ſo werden ſie Tangenten oder Berührungslinien genannt. Derjenige Theil eines Cirkels, deſſen Gränzen ein Bogen und zwey Halbmeſſer ſind, heißt ein Sector oder Ausſchnitt, wie z. B. das Stück CDA; ein ſolcher Theil aber, der durch einen Cirkelbogen und durch eine Sehne begränzt iſt, z. B. das Stück RQ ein Segment oder Abſchnitt. Das gewöhnliche Inſtrument, womit man Cirkel zu beſchreiben pflegt, und welches ebenfalls ein Zirkel*) heißt, iſt hinlänglich bekannt.

*) Man kann das Inſtrument von der Figur dadurch unterſcheiden, wenn man nach dem Beyſpiele einiger Schriftſteller das erſte mit einem Z, und das andre mit einem C ſchreibt.

§. 21.

Man theilt die Peripherie eines jeden Cirkels in 360 gleiche Theile, und nennt einen ſolchen Theil einen Grad. Den Grad theilt man aufs neue in 60 gleiche Theile oder Minuten, und die Minuten wieder in 60 gleiche Theile oder Secunden ein. Die Grade bezeichnet man mit °, wie die Ruthen, die Minuten mit ′ wie die Schuhe, und die Secunden mit ″ wie die Zolle. Zum Maaße der Winkel nimmt man in der Geometrie Cirkelbogen an, die man mit einem willkührlichen Halbmeſſer aus der Spitze der Winkel zwiſchen ihren Schenkeln beſchreibet, und benennt einen Winkel von der Zahl der Grade, welche ein ſolcher Bogen enthält. So würde man z. B. den Winkel A (Fig. 19. Tab. 2.) einen Winkel von 62 Graden nennen, wenn der Bogen BC 62 Grade, d. i. $\frac{62}{360}$ von der Peripherie ſeines Cirkels enthielte. Damit man auch nicht nöthig habe, bey einer jeden Meſſung eines Cirkelbogens, dieſe Eintheilung vorzunehmen, ſo pflegt man von Meſſing, Elfenbein oder andern Materien ganze und halbe Cirkel zu verfertigen, und nach der jetzt beſchriebenen Art einzutheilen. Man nennt ſolche Inſtrumente daher Winkelmeſſer, und wenn ſie blos auf dem Papiere gebraucht werden, Transporteurs. Diejenigen Winkelmeſſer, deren man ſich auf dem Felde bedient, heißen gemeiniglich Aſtrolabia, weil man ſich ſonſt ihrer Hülfe auch am Himmel zu bedienen pflegte; ſie beſtehen bisweilen aus ganzen, meiſtentheils aber nur aus halben Cirkeln. Enthalten ſie nur den vierten Theil der Peripherie, ſo pflegt man ſie Quadranten zu nennen. Es gibt auch Sextanten und Octanten, wovon jene den ſechsten, und dieſe den achten Theil der Periphe-

rie ausmachen, wie man ſchon aus ihrer Benennung vermuthen wird.

§. 22.

Die Auflöſung einer Aufgabe, oder die Conſtruction wird geometriſch genannt, wenn man ſich dabey keines andern Inſtruments, als des Zirkels und Lineals bedient, und aus den Grundſätzen der Geometrie einen richtigen Beweis davon geben kann. Nimmt man aber zu andern Mitteln ſeine Zuflucht, z. B. zu einem Transporteur u. ſ. f. oder ſucht man blos die verlangte Sache durch Probiren zu erhalten, ſo heißt die Conſtruction mechaniſch, wenn man ſich auch gleich dabey keines andern Inſtruments als des Zirkels und des Lineals bedient.

§. 23.

Zwey Längen oder Flächen decken einander, nach der Sprache der Geometrie (congruunt), wenn man ſie dergeſtalt auf einander legen kann, daß alle Gränzen der einen auf die Gränzen der andern fallen.

§. 24.

Wenn der Raum, den zwey Linien oder Flächen oder Körper einnehmen, einerley Größe hat, ſo werden ſie gleich genannt, geſetzt auch, daß er nicht einerley Figur haben ſollte. Es kann daher z. B. ein Triangel einem Quadrate gleich ſeyn. Winkel heißen gleich, ob ſchon ihre Schenkel eine verſchiedene Länge haben, wofern nur die Neigung derſelben einerley iſt. Man ſagt daher von zwey Winkeln, daß ſie einander decken, wenn nur ihre Spitzen und Schenkel, obgleich nicht die Endpuncte ihrer Schenkel auf einander fallen.

§. 25.

Sowohl die Linien, als auch die Flächen und Körper werden ähnlich genannt, wenn ihre Theile einerley Lage und einerley Verhältniß haben. Das Zeichen der Aehnlichkeit iſt ∽.

Poſtulata.

§. 26.

Von einem jeden Puncte gegen einen jeden andern Punct eine gerade Linie zu ziehen.

§. 27.

Jede Linie ohne Ende zu verlängern oder zu verkürzen, und ſie einer jeden geraden Linie gleich zu machen.

§. 28.

Mit jeder geraden Linie und aus jedem Puncte einen Cirkel zu beſchreiben.

Axiomata.

§. 29.

Alle Radien, ingleichen alle Diameter eines Cirkels, oder gleicher Cirkel ſind einander gleich; und wenn zwey Cirkel gleich große Durchmeſſer oder Halbmeſſer haben, ſo müſſen ſie einander ſelbſt gleich ſeyn.

§. 30.

Zwiſchen zwey Puncten iſt zwar eine unendliche Anzahl krummer Linien, aber nur eine ein-

zige gerade Linie möglich, welche die kürzeſte unter allen iſt. Durch die beyden Endpuncte wird daher die Größe und Lage einer geraden Linie völlig beſtimmt.

§. 31.

Zwey gerade Linien können einander nur in einem einzigen Puncte berühren oder durchſchneiden, und folglich keinen Raum einſchließen. Ein geradeliniges Zweyeck iſt alſo unmöglich.

§. 32.

Zwey Seiten in einem geradelinigen Triangel zuſammen genommen ſind allemal größer, als die dritte Seite.

§. 33.

Alle Linien, alle Winkel und alle Figuren, die einander decken, ſind einander gleich.

Dieſer Grundſatz wird das Principium congruentiae genannt.

§. 34.

Alle Linien, und alle Winkel, die einander gleich ſind, müſſen einander decken.

Von den Figuren gilt dieſes nicht, wofern ſie nicht zugleich einander ähnlich ſind. Ein Dreyeck kann ſo groß ſeyn, als ein Viereck, aber unmöglich ein Viereck decken (§. 23. 24.).

§. 35.

Die Peripherien zweyer Cirkel können einander nur in zwey Puncten durchſchneiden, und

es kann davon nicht mehr als ein einziger Durchſchnittspunct S über die gerade Linie AC fallen, die durch die Mittelpuncte dieſer Cirkel ſich ziehen läßt (Fig. 24. Tab. 2.)

§. 36.

Alle gleiche Winkel haben einerley Maaß, und wenn Winkel einerley Maaß haben, ſo müſſen ſie einander gleich ſeyn.

Zweytes Kapitel.

Von den Linien, Winkeln und Figuren, in Anſehung ihrer Gleichheit.

§. 37.

Lehrſatz. Wenn in einem geradelinigen Triangel ein Winkel ſo groß iſt, als ein Winkel in einem andern geradelinigen Triangel, und über dieſes die beyden Seiten, welche dieſen Winkel einſchließen, in beyden Triangeln einerley Größe haben; ſo muß auch die dritte Seite in dem erſten Triangel ſo groß ſeyn, wie die dritte Seite in dem andern Triangel; ferner müſſen auch die übrigen beyden Winkel, nämlich diejenigen, die einerley Seiten gegenüber ſtehen, und die ganzen Triangel ſelbſt einander gleich ſeyn.

Es ſey (Fig. 30. Tab. 2.) die Bedingung oder Hypotheſis

$$\begin{array}{lccc} & a & = & A \\ & ac & = & AC \\ & ab & = & AB \\ \hline \text{ſo iſt} & cb & = & CB \\ & c & = & C \\ & b & = & B \\ \hline & \triangle\, acb & = & \triangle\, ACB \end{array}$$

Beweis.

Man lege den Triangel abc in Gedanken über den Triangel ABC dergeſtalt, daß die Endpuncte der Seite ab im erſten Triangel auf die Endpuncte der Seite AB des andern Triangels fallen; welches deswegen angeht, weil dieſe beyden Seiten, vermöge der angenommenen Bedingung, einander gleich ſind (§. 34.). Da nun auch der Winkel a dem Winkel A, und der Schenkel ac dem Schenkel AC gleich geſetzt wird, ſo müſſen nicht nur die Winkel ſelbſt, ſondern auch die Endpuncte ihrer Schenkel c und C auf einander fallen. Da ferner der Punct b auf den Punct B gelegt worden iſt, ſo decken nicht nur die geraden Linien cb und CB, weil zwiſchen zwey Puncten nur eine gerade Linie möglich iſt (§. 30.), ſondern auch die Winkel c und C, die Winkel b und B, und überhaupt die ganzen Triangel einander; woraus ihre Gleichheit offenbar iſt (§. 33.).

§. 38.

Durch zwey Seiten und den eingeſchloſſenen Winkel wird alſo ein Triangel völlig beſtimmt. Es wird daher jeder leicht einſehen, wie man aus dieſen drey gegebenen Stücken einen Triangel beſchreiben könne. Es ſey z. B. (Fig. 28. Tab. 2.) der Winkel G und die beyden Linien DC und AB gegeben. Man trage

dieſe beyden Linien auf die Schenkel des gegebenen Winkels, mache nämlich GC gleich DC und GB = AB, und ziehe die gerade Linie BC, ſo iſt der verlangte Triangel fertig.

§. 39.

Lehrſatz. Wenn eine Seite in einem geradelinigen Triangel eben die Größe hat, als eine Seite in einem andern geradelinigen Triangel; und wenn überdieſes die beyden anliegenden Winkel in beyden Triangeln einander gleich ſind; ſo folgt daraus, daß auch der dritte Winkel in dem erſten Triangel dem dritten Winkel in dem andern Triangel, ferner die übrigen beyden Seiten, die einerley Winkeln gegenüber ſtehen, und die Flächen der Triangel ſelbſt einander gleich ſeyn müſſen.

Bedingung (Fig. 30.) $ab = AB$

$a = A$

$b = B$

Satz. $c = C$

$ac = AC$

$cb = CB$

$\triangle acb = \triangle ACB$

Beweis.

Man lege den einen Triangel acb auf den andern Triangel ACB dergeſtalt, daß die Endpuncte der Seite ab auf die Endpuncte der Seite AB fallen, welches wegen der in der Bedingung des Satzes angenommenen Gleichheit dieſer beyden Seiten geſchehen kann. Weil nun der Winkel a ſo groß iſt, als der Winkel A, ſo muß der Schenkel ac des erſten in dieſem Falle auf den

Schenkel AC des Winkels A in dem andern Triangel (§. 34.), und folglich der Punct c in die Linie AC ſelbſt oder in die verlängerte Linie AC fallen. Eben ſo muß auch die Seite bc wegen der Gleichheit der Winkel b und B auf die Seite BC, und folglich der Punct c entweder in die Linie BC ſelbſt oder in die verlängerte Linie BC fallen. Soll nun der Punct c ſowohl in die Linie AC, als auch in die Linie BC kommen, ſo muß er nothwendig auf den Durchſchnittspunct dieſer beyden Linien fallen, welches kein andrer, als der Punct C ſeyn kann; weil zwey gerade Linien einander nur in einem einzigen Puncte berühren oder durchſchneiden können. (§. 31.) Da nun der Punct a auf A, und b auf B gelegt wurde; ſo iſt offenbar, daß die Winkel c und C, ferner die Seiten ac und AC, die Seiten cb und CB, und überhaupt die ganzen Triangel einander decken, und folglich einander gleich ſeyn müſſen (§. 33.).

§. 40.

Aus einer Seite und den beyden anliegenden Winkeln iſt alſo nur ein einziger Triangel möglich; und wenn man aus zwey Winkeln und einer Seite einen Triangel verzeichnen ſoll, ſo darf man nur die beyden gegebenen Winkel an die Endpuncte dieſer Seite ſetzen, und ihre Schenkel ſo lange verlängern, bis ſie zuſammenſtoßen. Unter was für Bedingungen aber dieſes möglich ſey, kann hier noch nicht gezeigt werden.

§. 41.

Lehrſatz. Wenn alle drey Seiten in einem Triangel einzeln genommen, eben die Größe haben, wie die drey Seiten in einem andern Tri-

angel, ſo müſſen auch die Winkel, die einerley Seiten gegenüberſtehen, und die Flächen der Triangel ſelbſt einander gleich ſeyn.

Es ſey (Fig. 30.)	ac	=	AC
	ab	=	AB
	bc	=	BC
ſo folgt hieraus, daß	a	=	A
	c	=	C
	b	=	B
und	△ acb	=	△ ACB

Beweis.

Man beſchreibe mit der Seite ac des Triangels acb aus dem Puncte A in dem andern Triangel ACB den Bogen nq, ſo muß dieſer Bogen wegen der Gleichheit der Seiten ac und AC durch den Punct C gehen. Man beſchreibe ferner mit der Seite bc aus dem Puncte B den Bogen sr, ſo muß derſelbe, vermöge der Gleichheit der Seiten bc und BC, durch eben dieſen Punct C gehen, welches alſo zugleich der Durchſchnittspunct der beyden Bogen ſeyn wird. Nun lege man, wie vorhin, den Triangel acb über den Triangel ACB dergeſtalt, daß die Endpuncte der Seite ab auf die Endpuncte der Seite AB fallen, welches in dieſem Falle wegen der Gleichheit der Seiten ab und AB möglich iſt. Weil nun der Bogen nq mit dem Radio ac aus dem Puncte A beſchrieben worden, und der Punct a auf den Punct A gelegt worden iſt, ſo muß der Punct c nothwendig in den Bogen nq ſelbſt, oder in dieſen verlängerten Bogen fallen. Aus eben dem Grunde muß auch der Punct c in den zweyten Bogen sr oder in dieſen verlängerten Bogen fallen, weil der Bogen sr mit dem Radio bc=BC beſchrieben

worden iſt. Soll nun der Punct C ſowohl in den Bogen nq als auch in den Bogen sr kommen, ſo muß er nothwendig auf den Durchſchnittspunct dieſer beyden Bogen, d. i. auf den Punct C fallen, weil über der Linie AB, welche durch die Mittelpuncte dieſer Bogen gehet, nur ein Durchſchnittspunct möglich iſt, wenn man auch beyde Bogen ſo weit als möglich, verlängerte (§. 35.) Es decken alſo die Winkel a und A die Winkel c und C, die Winkel b und B und die ganzen Triangel einander; folglich iſt die Gleichheit dieſer Winkel und der Triangel ſelbſt hinlänglich erwieſen (§. 33.).

§. 42.

Die Größe eines Triangels und ſeiner Winkel wird alſo durch die Größe ſeiner Seiten völlig beſtimmt.

§. 43.

Aufgabe. Ueber eine gegebene Linie einen gleichſeitigen Triangel zu beſchreiben.

Aufloſung.

Es ſey AC (Fig. 24. Tab. 2.) die gegebene Linie, über welche der gleichſeitige Triangel beſchrieben werden ſoll. Man beſchreibe ſowohl aus dem Puncte A als auch aus dem Puncte C, mit der gegebenen Linie AC, ein Paar Cirkel, die über dieſer Linie einander nur in einem einzigen Puncte durchſchneiden werden (§. 35.). Dieſen Durchſchnittspunct S verbinde man durch gerade Linien mit den Endpuncten der gegebenen Linie A und C, ſo muß der Triangel ASC ein gleichſeitiger Triangel ſeyn.

Beweis.

$$\left.\begin{array}{l} AS = AC \\ AC = SC \end{array}\right\} \text{(§. 29.)}$$
$$\overline{AS = SC} \quad \text{(§. 11. Arithm.)}$$

In der Ausübung iſt es nicht nöthig, daß man die ganzen Cirkel verzeichnet, die hier nur die Deutlichkeit der Demonſtration erfordert. Sollte der gleichſeitige Triangel nicht über, ſondern unter die Linie geſetzt werden, ſo müßte man aus dem untern Durchſchnittspuncte gerade Linien gegen A und C ziehen, wodurch ein Triangel von eben derſelben Größe entſtehen und von dem erſtern durch nichts als durch die Lage unterſchieden ſeyn würde.

§. 44.

Aufgabe. Aus zwey gegebenen Linien einen gleichſchenklichten Triangel zu beſchreiben.

Aufloͤſung.

Es mögen FG und CD (Fig. 26. Tab. 2.) die beyden gegebenen Linien ſeyn, aus welchen ein gleichſchenklichter Triangel beſchrieben werden ſoll. Man erwähle ſich eine davon zur Grundlinie, wofern dieſes nicht durch die Aufgabe beſtimmt iſt, und mache z. B. die Linie AF ſo groß als FG (§. 27.). Mit der andern Linie DC beſchreibe man ſowohl aus dem Puncte A, als auch aus dem Puncte F, Cirkel oder nur Bogen, die einander durchſchneiden (§. 28.). Aus dem Durchſchnittspuncte dieſer Bogen C ziehe man gerade Linien gegen die Puncte A und F, ſo muß der Triangel gleichſchenklicht, und ſeine Seiten den gegebenen Linien gleich ſeyn.

Beweis.

Daß AF = FG, iſt unmittelbar aus der Conſtruction klar, und weil die Bogen, die einander in C durchſchneiden, aus dem Puncte A und F mit dem Halbmeſſer DC beſchrieben worden ſind, ſo folgt, daß

$$\left.\begin{aligned} AC &= DC \\ FC &= DC \end{aligned}\right\} \text{ (§. 29.)}$$

$$\text{alſo auch } AC = FC$$

und folglich der Triangel ACF gleichſchenklicht ſeyn muß (§. 16.). Will man die größere von den beyden gegebenen Seiten zur Grundlinie annehmen, ſo iſt nur alsdenn ein gleichſchenklichter Triangel möglich, wenn die kleinere Linie FG mehr als die Hälfte der größern CD beträgt; weil zwey Seiten in einem geradelinigen Triangel zuſammengenommen allemal größer, als die dritte ſeyn müſſen (§. 32.).

§. 45.

Aufgabe. Aus drey gegebenen Linien, von denen jede kleiner iſt, als die übrigen beyden zuſammengenommen, einen Triangel zu beſchreiben.

Aufloſung.

Es mögen (Fig. 27. Tab. 2.) AG, PQ und NM die drey gegebenen Linien ſeyn, und

$$AG < PQ + NM$$
$$PQ < AG + NM$$
$$NM < PQ + AG$$

woraus man die Möglichkeit eines Triangels einſieht (§. 32.).

Man erwähle eine von dieſen Linien, z. B. AG, zur Grundlinie, und mache BG = AG. Aus den Endpuncten der Linie BG beſchreibe man mit den andern beyden gegebenen Linien PQ und NM Cirkel oder nur Cirkelbogen, die einander durchſchneiden werden, weil dieſe beyden Linien zuſammengenommen größer ſind als BG. Aus dem Durchſchnittspuncte C ziehe man gerade Linien gegen die Puncte B und G, ſo iſt der verlangte Triangel fertig, und ſeine drey Seiten ſind den gegebenen drey Linien gleich.

§. 46.

Aufgabe. An einen gegebenen Punct einer geraden Linie einen Winkel zu ſetzen, der einem gegebenen Winkel gleich iſt.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 34. Tab. 3.) C der gegebene Punct, an welchen ein Winkel geſetzt werden ſoll, der dem gegebenen Winkel A gleich iſt. Man erwähle ſich auf den Schenkeln des Winkels A zwey beliebige Puncte, z. B. N und G, ſtelle ſich zwiſchen N und G eine gerade Linie vor, wodurch der Triangel ANG entſteht; aus den drey Seiten dieſes Triangels beſchreibe man über die gegebene Linie einen Triangel (§. 45.), ſo daß CD = AG, CB = AN, und BD = NG gemacht wird, ſo muß der Winkel C ſo groß ſeyn, als der gegebene Winkel A.

Beweis.

Weil vermöge der Conſtruction alle drey Seiten in dem Triangel CBD eben die Größe haben, wie die drey Seiten in dem Triangel ANG, ſo müſſen auch

in beyden die Winkel gleich ſeyn, die einerley Seiten gegenüber ſtehen, und folglich C = A (§. 41.).

§. 47.

Aufgabe. Aus einem gegebenen Puncte auf einer geraden Linie eine ſenkrechte Linie zu ziehen.

Aufloͤſung.

Es ſey (Fig. 38. Tab. 3.) in der geraden Linie BQ der Punct A gegeben, auf welchen die ſenkrechte Linie kommen ſoll. Man ſchneide durch Hülfe des Cirkels von der gegebenen Linie auf beyden Seiten des gegebenen Puncts zwey gleiche, beliebige Stücke ab, und mache alſo AB = AQ. Ueber die Linie BQ, die aus dieſen beyden gleichen Stücken beſteht, beſchreibe man einen gleichſchenklichten Triangel (§. 44.). Aus der Spitze deſſelben, nämlich aus dem Puncte C, ziehe man gegen den gegebenen Punct eine gerade Linie, so muß dieſe Linie CA ſenkrecht auf der gegebenen Linie BQ ſtehen.

Beweis.

AB = AQ }
BC = QC } vermöge der Conſtruction.
CA = CA (§. 9. Arithm.)

Folglich x = y (§ 41.)

Sind alſo dieſe Nebenwinkel x und y gleich, ſo ſteht CA nothwendig auf BQ ſenkrecht (§. 13.).

§. 48.

Aufgabe. Von einem gegebenen Puncte, der ſich auſſerhalb einer gegebenen Linie befindet, eine ſenkrechte Linie darauf zu ziehen.

Aufloͤſung.

Es ſey (Fig. 37. Tab. 3.) der Punct B und die Linie CF gegeben. Man beſchreibe aus dieſem Puncte B einen Bogen, der die gegebene Linie in zwey Puncten, z. B. in C und F durchſchneidet. Unter dieſe Sehne CF, oder wenn dieſes nicht angienge, uͤber dieſelbe, beſchreibe man einen gleichſchenklichten Triangel (§. 44.). Die Spitze deſſelben N verbinde man mit dem gegebenen Puncte B durch eine gerade Linie, ſo muß dieſelbe, und folglich auch der Theil BG, den man in der Ausuͤbung nur zu ziehen braucht, ſenkrecht auf der gegebenen Linie ſtehen.

Beweis.

Man ziehe noch die Linien BC und BF, ſo iſt

$$BC = BF \quad (\text{§. 29.})$$
$$CN = FN \quad \text{vermöge der Conſtruction.}$$
$$\underline{BN = BN} \quad (\text{§. 9. Arithm.})$$
$$\angle CBN = \angle FBN \quad (\text{§. 41.})$$
$$BC = BF \quad (\text{§. 29.})$$
$$\underline{BG = BG} \quad (\text{§. 9. Arithm.})$$
$$\angle o = \angle u \quad (\text{§. 37.})$$

und alſo BG ſenkrecht auf CF (§. 13.).

Man wird vielleicht auch ohne meine Erinnerung ſchon einſehen, daß man in der Ausuͤbung nicht noͤthig habe, die ganzen Triangel CBN und BNF zu beſchreiben, welche man ſich blos des Beweiſes wegen gedenken muß. Man darf nur die Spitzen dieſer Triangel B und N durch die Durchſchnitte zweyer mit einerley Halbmeſſer beſchriebenen Bogen beſtimmen.

Wenn es der Raum nicht erlaubte, den gleichſchenklichten Triangel unter CF zu ſetzen, ſo koͤnnte

man ihn auch über CF beſchreiben, nur müßte ſeine Spitze N nicht in den gegebenen Punct B fallen, ſondern entweder höher oder niedriger. Eine gerade Linie von B nach N, bis CF verlängert, müßte alsdenn nothwendig ſenkrecht auf CF ſtehen, weil man hier wiederum, wegen der gleichen Triangel, gleiche Nebenwinkel haben würde.

§. 49.

Aufgabe. Eine gerade Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 42. Tab. 3.) die gegebene Linie BQ. Man beſchreibe über und unter dieſelbe gleichſchenklichte Triangel (§. 44.). Die Spitzen dieſer Triangel N und G verbinde man mit einander durch eine gerade Linie, ſo muß dieſe Linie NG in dem Durchſchnittspuncte C die gegebene Linie BQ in zwey gleiche Stücke theilen; d. i. BC muß ſo groß ſeyn, als CQ.

Beweis.

$$\left.\begin{array}{l} NB = NQ \\ BG = QG \end{array}\right\} \text{vermöge der Conſtruction.}$$

$$NG = NG \quad (\text{§. 9. Arithm.})$$

$$\text{alſo } x = y \quad (\text{§. 41.})$$

$$NB = NQ$$

$$NC = NC$$

$$\text{folglich } BC = CQ \quad (\text{§. 37.})$$

§. 50.

Aufgabe. Einen Winkel in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

Es ſey CAR (Fig. 39. Tab. 3.) der gegebene

Winkel. Man ſchneide auf den Schenkeln deſſelben zwey willkührliche Stücke von gleicher Länge ab, und mache alſo AC = AR. Aus den Endpuncten dieſer gleichen Stücken C und R beſchreibe man mit einerley Halbmeſſer Bogen, die einander durchſchneiden. Aus dem Durchſchnittspuncte dieſer Bogen B ziehe man eine gerade Linie gegen die Spitze des Winkels A, ſo muß dieſe Linie BA den ganzen Winkel CAR in zwey gleiche Theile zergliedern; d. i. o muß ſo groß ſeyn, als u.

Beweis.

Man ziehe die Linien CB und BR, ſo iſt

CB = RB (§. 29.)
AC = AR vermöge der Conſtruction.
AB = AB (§. 9. Arithm.)
folglich o = u (§. 41.)

§. 51.

Lehrſatz. Durch den Diameter wird die Peripherie und der ganze Cirkel in zwey gleiche Theile getheilt.

Beweis.

Es ſey (Fig. 21. Tab. 2.) BD der Diameter des Cirkels BADG. Man ſtelle ſich vor, daß der obere Theil BAD um den Diameter BD herum gedrehet, und auf den untern Theil BGD gelegt werde, ſo müſſen nicht nur die Endpuncte der beyden Bogen BAD und BGD, ſondern auch alle mittlern Puncte, und folglich die ganzen Bogen auf einander fallen, weil alle Puncte des Bogens BAD eben den Abſtand von dem Mittelpuncte C haben, als die Puncte des

Bogens BGD. Da nun alſo dieſe beyden Bogen, und überhaupt dieſe beyden Theile des Cirkels, welche durch den Diameter entſtehen, einander decken, und folglich einander gleich ſind (§. 33.), ſo iſt klar, daß ſowohl die Peripherie, als auch der Cirkel ſelbſt durch den Diameter in zwey gleiche Theile getheilt wird.

§. 52.

Jeder Cirkelbogen alſo, der über eine gerade Linie beſchrieben wird, iſt die Hälfte von der ganzen Peripherie, wenn ſein Mittelpunct und ſeine Endpuncte ſich in dieſer Linie befinden.

§. 53.

Man errichte (Fig. 21.) aus dem Mittelpuncte des Cirkels über und unter dem Diameter die ſenkrechten Linien CA und CG (§. 47.) ſo werden nicht nur o und u, ſondern auch x und y gleiche und rechte Winkel ſeyn (§. 13.). Der Bogen BA, als das Maaß von dem Winkel o, (§. 21.) muß daher eben ſo groß, als der Bogen AD, welcher das Maaß von dem Winkel u iſt (§. 36.), und folglich die Hälfte von dem Bogen BAD, d. i. von der halben Peripherie (§. 50.), oder welches einerley iſt, der vierte Theil von der ganzen Peripherie ſeyn. Da nun die ganze Peripherie in 360 Grade eingetheilt wird (§. 21.), und der vierte Theil davon 90 iſt; ſo erhellt hieraus, daß ein rechter Winkel zu ſeinem Maaße einen Bogen von 90 Graden hat.

§. 54.

Man beſchreibe aus dem Mittelpuncte des vorigen Cirkels noch einen andern, z. B. den kleinern Cirkel

badg, ſo wird der Bogen bad die Hälfte, und der Bogen ba ein Viertel von der Peripherie badg ſeyn. Da man nun die Peripherie eines jeden Cirkels, er ſey groß oder klein, in 360 Grade eintheilt, ſo iſt klar, daß auf den Bogen ba oder ad ebenfalls 90 Grade gehen müſſen. Hätte man nicht vier, ſondern ſechs gleiche Winkel und den Punct C, ſo würde der kleine Cirkel in ſechs, und der größere in eben ſo viel gleiche Theile durch die Schenkel dieſer Winkel getheilt, und daher ein jeder dieſer Bogen von beyden Cirkeln der ſechste Theil ſeiner Peripherie ſeyn. Es gilt alſo gleichviel, ob man mit einem kleinern oder größern Radio aus der Spitze eines Winkels innerhalb ſeiner Schenkel den Bogen beſchreibt, der ihn meſſen ſoll; weil alle ſolche Bogen gegen ihre Peripherie einerley Verhältniß haben, und deswegen auch ähnliche Bogen genannt werden.

§. 55.

Lehrſatz. Die Nebenwinkel über einer geraden Linie betragen zuſammen 180 Grade, oder zwey rechte Winkel.

Es werde die gerade Linie QB auf CD gezogen (Fig. 22. Tab. 2.), ſo müſſen o und e Nebenwinkel ſeyn, und beyde zuſammen 180° betragen.

Beweis.

Man beſchreibe aus der gemeinſchaftlichen Spitze dieſer Winkel die Bogen CQ und QD, welche das Maaß dieſer Winkel vorſtellen (§. 21.). Nun machen aber die beyden Bogen CQ und QD eine halbe Peripherie aus, weil ſowohl ihr gemeinſchaftlicher Mittelpunct B, als auch die Endpuncte C und D in

einerley geraden Linien liegen (§. 52.); folglich iſt klar, daß die beyden, mit den Buchſtaben o und e bezeichneten Winkel, $\frac{360}{2}$ d. i. 180 Grad, oder zwey rechte Winkel betragen müſſen (§. 53.).

§. 56.

Wären drey oder mehr Winkel über einer geraden Linie, an einer gemeinſchaftlichen Spitze, ſo würde die Summe aller auch nicht mehr, als 180 Grad ausmachen. Denn das Maaß der drey Winkel x, o und u (Fig. 23.) iſt ebenfalls nicht mehr, als ein halber Cirkel (§. 52.).

§. 57.

Lehrſatz. Alle Winkel, die ſich auf einer ebenen Fläche um einen gemeinſchaftlichen Punct befinden, betragen in der Summe 360 Grade, oder ſo viel, als vier rechte Winkel.

Beweis.

Wenn man aus dem Puncte, um welchen ſich dieſe Winkel, wie o, e, u und y, (Fig. 25.) befinden, mit einerley Halbmeſſer Cirkelbogen beſchreibt, die ihr Maaß vorſtellen, ſo machen alle dieſe Bogen zuſammengenommen eine ganze Peripherie aus; daher die Summe dieſer Winkel nothwendig 360 Grad (§. 21.) oder vier rechte Winkel betragen muß (§. 53.)

§. 58.

Lehrſatz. Wenn eine gerade Linie von einer andern durchſchnitten wird, ſo ſind die entge-

gengeſetzten Winkel, welche man Verticalwinkel nennt, einander gleich.

Es werde (Fig. 31. Tab. 2.) die gerade Linie AM von der geraden Linie QR durchſchnitten, ſo iſt

$$o = u$$
$$x = e$$

Beweis.

$$\left.\begin{array}{l} o + e = 180^\circ \\ u + e = 180^\circ \end{array}\right\} (§.\ 55.)$$

und daher $o + e = u + e$ (§. 11. Arithm.)

$e = e$ (§. 9. Arithm.)

Folglich $o = u$ (§. 14. Arithm.)

Ferner

$$\left.\begin{array}{l} x + u = 180^\circ \\ e + u = 180^\circ \end{array}\right\} §.\ 55.)$$

alſo $x + u = e + u$ (§. 11. Arithm.

$u = u$

Folglich $x = e$ (§. 14. Arithm.

§. 59.

Lehrſatz. Wenn zwey gerade Linien von einer dritten durchſchnitten werden, und die beyden innern Winkel, die nach einerley Gegend zu liegen, 180 Grad, oder zwey rechte Winkel ausmachen, ſo müſſen die beyden geraden Linien parallel ſeyn.

Es werde (Fig. 31. Tab. 2.) die Linie AM nebſt der Linie BN von der dritten QR durchſchnitten, und es ſey

$$x + y = 180°$$

ſo muß AM parallel mit BN ſeyn.

Beweis.

Wenn die Summe der beyden Winkel $x + y$ 180 Grad beträgt, ſo muß die Summe der Winkel $u + i$ ebenfalls 180 Grade ausmachen. Denn

$$\left.\begin{array}{r} x + u = 180° \\ y + i = 180° \end{array}\right\} \text{(§. 55.)}$$

$$x + y + u + i = 180° + 180° \quad \text{(§. 13. Arithm.)}$$

$$x + y = 180° \quad \text{vermöge der angenommenen Bedingung.}$$

$$u + i = 180° \quad \text{(§. 14. Arithm.)}$$

Sollten nun die beyden Linien AM und BN nicht parallel ſeyn, ſo müßten ſie, wenn man ſie auf beyden Seiten verlängerte, irgendwo zuſammenſtoßen (§. 10.). Wollte man nun behaupten, daß ſie auf der einen Seite, z. B. wo die Puncte A und B ſich befinden, wenn man ſie nur weit genug verlängerte, einander durchſchneiden müßten, weil $x + y = 180°$, ſo müßte dieſes auch auf der andern Seite aus eben der Urſache geſchehen, weil auch $u + i$, wie jetzt gezeigt worden iſt, 180 Grad beträgt. Da aber zwey gerade Linien nicht in mehr als einem Puncte einander berühren oder durchſchneiden können (§. 31.), ſo iſt klar, daß die beyden Linien AM und BN, weil ihr Zuſammenſtoßen unmöglich iſt, parallel ſeyn müſſen.

§. 60.

Lehrſatz. Wenn zwey gerade Linien von einer dritten durchſchnitten werden, und die bey-

den innern Winkel, die nach entgegengeſetzten Richtungen liegen, und Wechſelswinkel heißen, einander gleich ſind, oder der innere Winkel dem äußern entgegengeſetzten Winkel, der mit ihm nach einerley Richtung liegt, gleich iſt; ſo müſſen die beyden Linien parallel ſeyn.

Wenn (Fig. 31.) $y = u$
oder $y = o$

ſo iſt AM parallel mit BN.

Beweis.

$y = u$ vermöge der angenommenen Bedingung.
$x = x$ (§. 9. Arithm.)

$y + x = u + x$ (§. 13. Arithm.)
$u + x = 180°$ (§. 55.)

$y + x = 180°$ (§. 11. Arithm.)

Iſt nun $y + x = 180°$, ſo iſt AM mit BN parallel (§. 59.).

Ferner wenn $y = o$
ſo iſt, weil $o = u$ (§. 58.)
auch $y = u$ (§. 11. Ar.)

und daher, vermöge des itzt gegebenen Beweiſes AM parallel mit BN.

§. 61.

Wenn alſo zwey Linien auf einer dritten ſenkrecht ſtehen, ſo ſind ſie unter ſich parallel.

Denn ſind (Fig. 33. Tab. 2.) AB und CD ſenkrechte Linien; ſo muß ſowohl o als auch u einen rechten Winkel (§. 13.); folglich $o + u$ zwey rechte Winkel oder 180° betragen, und daher AB und CD parallel ſeyn (§. 59.).

§. 62.

Aufgabe. Durch einen gegebenen Punct eine Linie parallel mit einer gegebenen Linie zu ziehen.

Auflöſung.

Es ſey N der gegebene Punct (Fig. 48. Tab. 3.), durch welchen eine Linie mit der gegebenen Linie QS parallel gezogen werden ſoll. Man ziehe zu dieſem Ende aus dem Puncte N eine gerade Linie, z. B. NS, unter einem beliebigen Winkel auf die gegebene Linie QS. Dieſen Winkel, nehmlich m, trage man an den gegebenen Punct N über die Linie NS, ſo daß n = m wird (§. 46) und dieſe beyden Winkel nach entgegengeſetzten Richtungen liegen. Der zweyte Schenkel des Winkels n, nehmlich NP, den man auf beyden Seiten, nach Beſchaffenheit der Umſtände verlängern kann, muß mit der gegebenen Linie QS parallel ſeyn.

Beweis.

Weil n und m, vermöge der Conſtruction, nach entgegengeſetzten Richtungen liegen und einander gleich ſind, ſo werden die Linien NP und QS von der dritten NS dergeſtalt durchſchnitten, daß die Wechſelswinkel n und m einander gleichen. Die Linie NP muß daher nothwendig mit der Linie QS parallel ſeyn (§. 60.).

§. 63.

Man ziehe aus dem Puncte N (Fig. 48.) außer NS noch eine andre beliebige gerade Linie, z. B. NQ, auf QS und trage den Winkel x an den Punct S auf die Linie NS nach entgegengeſetzter Richtung, ſo daß wie-

derum y = x wird. Die Linie NQ muß daher, vermöge des vorhergehenden Beweiſes, ebenfalls parallel mit PS, und folglich die vierſeitige Figur NPSQ ein Parallelogramm ſeyn (§. 18.) welches aus den beyden Triangeln NPS und NSQ beſteht. In dieſen Triangeln iſt alſo, vermöge der Conſtruction,

$$\begin{array}{rl} & n = m \\ \text{und} & y = x \\ & NS = NS \\ \hline \text{Folglich} & \triangle NPS = \triangle NSQ \\ \text{und} & NP = QS \\ \text{ferner} & NQ = PS \quad (\S.\ 39.) \end{array}$$

Da nun NP und QS, ingleichen NQ und PS gegenüberſtehende Seiten in dem Parallelogram NPSQ ſind; ſo erhellt hieraus, daß in einem Parallelogram die gegenüberſtehenden Seiten einander gleich ſeyn müſſen.

§. 64.

Wenn man alſo zwiſchen zwey geraden Linien, die einander parallel ſind, ein Paar andre oder mehrere Parallelinien zieht, ſo müſſen dieſe alle einander gleich ſeyn.

Denn wenn z. B. (Fig. 47. Tab. 3.) DL parallel mit GB, und DG parallel mit LB, ſo iſt die vierſeitige Figur DLBG ein Parallelogram und daher, vermöge des vorigen Satzes (§. 63.) DG = LB. Weil ferner diejenigen Linien, die auf einer dritten ſenkrecht ſtehen, unter ſich parallel ſind (§. 61.), ſo müſſen auch alle, zwiſchen zwey Parallelen befindliche ſenkrechte Linien einander gleich ſeyn.

§. 65.

Lehrſatz. Wenn zwey Parallellinien von einer dritten geraden Linie durchſchnitten werden, ſo müſſen die Wechſelswinkel einander gleich ſeyn.

Es ſey (Fig. 48.) NP parallel mit QS

ſo iſt m = n

Beweis.

Man ziehe aus den beyden Puncten N und S, wo die Parallellinien durchſchnitten werden, die Linien NQ und PS einander parallel (§. 62.), ſo wird das Parallelogram NPSQ, und die beyden Triangel NPS und NSQ entſtehen, in welchem

NP = QS
NQ = PS (§. 63.)
NS = NS

Folglich n = m (§. 41.)

§. 66.

Lehrſatz. Wenn zwey Parallellinien von einer dritten geraden Linie durchſchnitten werden, ſo muß auch der innere Winkel dem äußern entgegenſtehenden Winkel gleich ſeyn, und die beyden innern, nach einerley Gegend zu liegenden Winkel zuſammen genommen 180 Grad oder zwey rechte Winkel ausmachen.

Es ſey (Fig. 31. Tab. 2.) AM mit BN parallel und durch beyde gehe die gerade Linie QR,

ſo iſt y = o
und y + x = 180°

Beweis.

Weil $y = u$ (§. 65.)
und $u = o$ (§. 58.)
ſo iſt auch $y = o$ (§. 11. Ar.)
Weil ferner $x = x$
und $y = u$ (§. 65.)
ſo iſt $x + y = x + u$ (§. 13. Ar.)
Nun iſt aber $x + u = 180°$ (§. 55.)
Folglich auch $x + y = 180°$ (§. 11. Ar.)

§. 67.

Wenn alſo zwey gerade Linien, wie z. B. EF und CD, (Fig. 32. Tab. 2.) von einer dritten dergeſtalt durchſchnitten werden, daß die beyden innern, auf einer Seite liegenden Winkel, wie $n + m$ oder $s + r$, zuſammengenommen entweder weniger, oder mehr, als 180 Grad betragen, ſo können dieſe Linien einander nicht parallel ſeyn. Denn wenn ſie parallel ſeyn ſollten, ſo müßte $n + m$, ingleichen $s + r$ zwey rechten Winkeln gleichen, welches der Vorausſetzung widerſpricht. Sind nun dergleichen Linien nicht parallel, ſo müſſen ſie, wenn man ſie weit genug verlängert, irgendwo zuſammenſtoßen, weil man ſonſt, wenn man ihr Zuſammenſtoßen läugnen wollte, ſie für parallel halten müßte. (§. 10) Eben ſo iſt klar, daß wenn zwey convergirende oder divergirende Linien, wie EF und CD (Fig. 32.) von einer dritten geraden Linie durchſchnitten werden, die beyden innern, auf einer Seite liegenden Winkel, z. B. $n + m$ oder $s + r$ unmöglich 180 Grad betragen können; weil ſonſt, wenn $n + m = 180°$ wäre, EF und CD nothwendig parallel ſeyn müßten (§. 59.).

§. 68.

Lehrſatz. Die Summe aller drey Winkel in einem geradlinigen Triangel beträgt ſo viel, als zwey rechte Winkel, oder 180 Grad.

Es ſey (Fig. 35. Tab. 3.) △ BCF eine geradliniger Triangel, ſo iſt B + F + BCF = 180°.

Beweis.

Man ziehe durch eine Spitze dieſes Triangels, z. B. durch den Punct C eine Linie parallel mit der gegenüberſtehenden Seite BF (§. 62.) ſo iſt

ACB = B (§. 65.)
BCF = BCF (§. 9. Arithm.)
DCF = F (§. 65.)

ACB + BCF + DCF = B + BCF + F (§. 13. Arithm.)
ACB + BCF + DCF = 180° (§. 56.)

B + BCF + F = 180° (§. 11. Arithm.)

§. 69.

Es können alſo in einem geradlinigen Triangel zwey rechte, oder zwey ſtumpfe, oder ein rechter und ein ſtumpfer Winkel zugleich, unmöglich Statt finden; und es iſt daher auch unmöglich, aus einer Linie und zwey Winkeln, die zuſammen 180 oder noch mehr Grad betragen, einen Triangel zu beſchreiben.

§. 70.

Wenn daher die beyden, auf einer Seite, innerhalb zweyer Linien, die von einer dritten durchſchnitten werden, liegenden Winkel, wie s + r (Fig. 32.) zuſammen mehr, als 180 Grad betragen, ſo können dieſe Linien EF und CD auf der Seite, wo s und r

ſich befinden, nicht zuſammenſtoßen, wenn ſie noch ſo weit verlängert würden, ſondern ihr Zuſammenſtoßen muß auf der andern Seite erfolgen, wo $n+m$ weniger als 180 Grad ausmacht (§. 67.).

§. 71.

Weiß man zwey Winkel in einem geradlinigen Triangel, ſo kann man den dritten finden, wenn man die Summe derſelben von 180 Grad abzieht. Weiß man aber nur einen, ſo erhält man die Summe der übrigen beyden, wenn man ihn von 180 Grad ſubtrahirt.

§. 72.

Wenn alſo in zwey Triangeln zwey Winkel von einer Größe ſind, ſo muß auch der dritte Winkel in dem einen Triangel dem dritten Winkel in dem andern Triangel gleich ſeyn. Zwey Triangel müſſen daher auch einander gleich ſeyn, wenn eine Seite in dem einen Triangel nebſt einem anliegenden und gegenüberſtehenden Winkel ſo groß iſt, als eine Seite nebſt dem anliegenden und gegenüberſtehenden Winkel in dem andern Triangel; weil in dieſem Falle auch der dritte Winkel dem dritten gleich iſt (§. 39.).

§. 73.

Lehrſatz. *Wird in einem geradelinigen Triangel eine Seite verlängert, ſo iſt der äußere Winkel der durch dieſe Verlängerung entſteht, ſo groß, als die beyden innern Winkel des Triangels, die ihm gegenüberſtehen, zuſammen genommen.*

Es werde (Fig. 36. Tab. 3.) in dem Triangel MNA die Seite MA verlängert, ſo iſt

$$NAG = M + N$$

Beweis.

$$M + N + MAN = 180^\circ \quad (§. 68.)$$
$$NAG + MAN = 180^\circ \quad (§. 55.)$$

$$M + N + MAN = NAG + MAN \quad (§. 11. Ar.)$$
$$MAN = MAN \quad (§. 9. Arithm.)$$

$$M + N = NAG \quad (§. 14. Arithm.)$$

Folglich iſt auch klar, daß der äußere, durch die Verlängerung der Seite eines Triangels entſtehende Winkel, allemal größer ſeyn muß, als ein einzelner von den beyden gegenüberſtehenden innern Winkeln des Triangels.

§. 74.

Lehrſatz. In einem gleichſchenklichten Triangel ſind die Winkel, welche den gleichen Seiten gegenüber ſtehen, einander gleich.

Es ſey (Fig. 41. Tab. 3.) in dem Triangel ACD

$$AC = AD$$

ſo iſt $C = D$

Beweis.

Man theile den Winkel CAD, welchen die beyden gleichen Schenkel einſchließen, durch die Linie AB in zwey gleiche Theile (§. 50.), ſo iſt vermöge der Conſtruction

$$n = m$$

$AC = AD$ vermöge der angenommenen Bedingung.

$AB = AB$ (§. 9. Arithm.)

Folglich $C = D$ (§. 37.)

§. 75.

Weil nun ein gleichſeitiger Triangel auch zugleich ein gleichſchenklicht Triangel iſt; ſo müſſen darin alle Winkel einander gleich ſeyn, und folglich jeder davon 60 Grad oder $\frac{2}{3}$ eines rechten Winkels ausmachen (§. 68.).

Denn es ſey (Fig. 43.) NCM ein gleichſeitiger Triangel, ſo iſt, weil CN = CM,

$$\left.\begin{array}{r} N = M \\ \text{und weil } NC = NM \text{ auch } C = M \end{array}\right\} \text{ (§. 74.)}$$

$$\overline{N = C} \text{ (§. 11. Arithm.)}$$

Nun iſt $N + C + M = 180°$ (§. 68.)

d. i. $N + N + N = 180°$ (§. 9. Arithm.)

oder $3N = 180°$

$$\frac{3N}{3} = \frac{180°}{3} = 60° \text{ (§. 18. Arithm.)}$$

$$\frac{3N}{3} = N \text{ (§. 19. Arithm.)}$$

$$\overline{N = 60°} \text{ (§. 11. Arithm.)}$$

und folglich auch M und C 60 Grad.

§. 76.

Lehrſatz. Sind in einem geradlinigen Triangel zwey Winkel von einer Größe, ſo müſſen auch die beyden gegenüberſtehenden Seiten gleich ſeyn.

Es ſey (§. 41.) in dem Triangel CAD

$$C = D$$

ſo iſt $\overline{AC = AD}$

Beweis.

Man ziehe aus der Spitze des Triangels die Linie AB ſenkrecht auf CD, d. i. auf diejenige Seite, welche zwiſchen den beyden gleichen Winkeln liegt, (§. 47.) ſo iſt

e = o vermöge der Conſtruction (§. 13.).
C = D vermöge der angenommenen Bedingung.
AB = AB (§. 9. Arithm.)
――――――――――
AC = AD (§. 72.)

§. 77.

Sind alſo alle drey Winkel in einem geradlinigen Triangel einander gleich, und folglich jeder 60 Grad oder $\frac{2}{3}$ eines rechten Winkels, ſo iſt der Triangel gleichſeitig. Denn wenn in einem Triangel, wie NCM (Fig. 43.)

N = M
――――――――――
ſo iſt CM = CN (§. 76.)
und weil ferner M = C = N
――――――――――
ſo iſt auch CN = NM
ingleichen NM = CM

§. 78.

Lehrſatz. Wenn in einem Cirkel, oder in gleichen Cirkeln, ein Bogen einem andern Bogen gleich iſt, ſo müſſen auch die Sehnen, welche zu dieſen Bogen gehören, einerley Größe haben.

Es ſey z. B. in dem Cirkel (Fig. 44. Tab. 3.) der Bogen DE ſo groß, als der Bogen EF
――――――――――
ſo iſt auch die Sehne DE der Sehne EF gleich.

Beweis.

Man verbinde die Endpuncte der Bogen durch die geraden Linien CD, CE und CF mit dem Mittelpuncte des Cirkels C, ſo werden aus dieſen drey Halbmeſſern und den Sehnen DE und EF die beyden Triangel CDE und CEF entſtehen. Der Bogen DE wird das Maaß von dem Winkel e, und der Bogen EF das Maaß von dem Winkel n ſeyn (§ 21.). Vermöge der angenommenen Bedingung aber ſind die beyden Bogen einander gleich, folglich auch

$$e = n \quad (\text{§. } 36.$$
$$DC = CF \quad (\text{§. } 29.)$$
$$CE = CE \quad (\text{§. 9. Arithm.})$$

Folglich $DC = EF$ (§. 37.)

Der Beweis würde eben derſelbe ſeyn, wenn nicht von einerley Cirkel, ſondern von zwey gleichen Cirkeln die Rede wäre, weil auch die Halbmeſſer in gleichen Cirkeln einander gleich ſeyn müſſen (§. 29).

§. 79.

Lehrſatz. Wenn in einem Cirkel, oder in gleichen Cirkeln eine Sehne einer andern Sehne gleich iſt; ſo ſind auch die Bogen, welche zu dieſen Sehnen gehören, von einer Größe.

Es ſey in dem vorigen Cirkel (Fig. 44. Tab. 3.) die Sehne DE gleich der Sehne EF

ſo muß der Bogen DE dem Bogen EF gleich ſeyn.

Beweis.

Man ziehe die Halbmeſſer CD, CE und CF, ſo iſt in den beyden Triangeln DCE und CEF, vermöge der Bedingung des Satzes,

$$\begin{array}{lcl} DE & = & EF \\ CD & = & CF \quad (\text{§. } 29.) \\ CE & = & CE \\ \hline \end{array}$$

Folglich $e = n$ (§. 41.)

Nun iſt der Bogen DE das Maaß von dem Winkel e, und der Bogen EF das Maaß von dem Winkel n. Da alſo dieſe beyden Winkel einander gleich ſind; ſo muß auch ihr Maaß gleich, und folglich der Bogen DE ſo groß wie der Bogen EF ſeyn (§. 36.).

§. 80.

Sollte man alſo an einen gegebenen Punct einer geraden Linie, z. B. an den Punct N der Linie ND (Fig. 20. Tab. 2.), den gegebenen Winkel A (Fig. 19.) ſetzen; ſo könnte man dieſes, außer der oben (§. 46.) angeführten Methode, auch folgendergeſtalt thun. Man beſchreibe aus der Spitze des gegebenen Winkels mit einem willkührlichen Halbmeſſer den Bogen BC; mit eben dieſem Halbmeſſer beſchreibe man auch aus dem gegebenen Puncte der geraden Linie einen Bogen von unbeſtimmter Größe. Nun faſſe man die Endpuncte des Bogens BC, wodurch die gerade Linie zwiſchen dieſen beyden Puncten, oder die Sehne des Bogens BC beſtimmt wird, in den Cirkel, und trage dieſe Sehne aus dem Puncte D in den beſchriebenen Bogen. Den Endpunct C verbinde man mit dem gegebenen Puncte N durch eine gerade Linie CN, ſo muß der Winkel N ſo groß ſeyn, als der Winkel A; weil die Bogen, welche das Maaß dieſer Winkel ſind, einerley Halbmeſſer und gleiche Sehnen haben.

§. 81.

Man beſchreibt daher aus zwey gegebenen Winkeln und einer Linie, z. B. aus den beyden Winkeln

P und A, nebſt der geraden Linie CN (Fig. 29. Tab. 2.), am geſchwindeſten einen Triangel, wenn man nach der jetzt angeführten Methode die beyden gegebenen Winkel P und A an die Endpuncte der Linie CN ſetzet, und ihre Schenkel ſo weit verlängert, bis ſie einander durchſchneiden. Die beyden gegebenen Winkel aber müſſen in der Summe weniger als 180 Grad betragen, wenn ein Triangel möglich ſeyn ſoll (§. 69.).

§. 82.

Lehrſatz. Ein jeder Winkel, der ſich an dem Mittelpuncte eines Cirkels befindet, iſt noch einmal ſo groß, als ein Winkel an der Peripherie, wenn die Schenkel beyder Winkel auf einerley Cirkelbogen ſtehen.

Es gibt hier eigentlich drey Fälle, in welchen ein Winkel an dem Mittelpuncte, und ein Winkel an der Peripherie auf einerley Cirkelbogen ſtehen kann. Denn der Mittelpunct des Cirkels liegt entweder in einem Schenkel des Winkels an der Peripherie, oder zwiſchen deſſen Schenkeln, oder außer denſelben; und daher muß auch ein dreyfacher Beweis geführt werden, wenn die Allgemeinheit dieſes Satzes außer Zweifel geſetzt werden ſoll.

Erſter Fall.

Es ſey (Fig. 50. Tab. 4.) o ein Winkel am Mittelpuncte, B ein Winkel an der Peripherie, der mit jenem auf einerley Bogen AF ſtehet, und das Centrum des Cirkels C befinde ſich in dem Schenkel AB des Winkels an der Peripherie; ſo iſt

$$o = 2\,B$$

Beweis.

Weil $CB = CF$ (§. 29.)

ſo iſt $B = F$ (§. 74.)

$B = B$ (§. 9. Arithm.)

Folglich $2B = B + F$ (§. 13. Arithm.)

$o = B + F$ (§. 73.)

Alſo $o = 2B$ (§. 11. Arithm.)

Zweyter Fall.

Es ſey (Fig. 51) PCQ ein Winkel am Mittelpuncte, PNQ ein Winkel an der Peripherie, beyder Schenkel ſtehe auf dem Bogen PQ, und der Mittelpunct des Cirkels C falle zwiſchen die Schenkel des Winkels an der Peripherie; ſo läßt ſich auch in dieſem Falle erweiſen, daß

der Winkel $PCQ = 2PNQ$

Beweis.

Man ziehe aus der Spitze des Winkels an der Peripherie durch den Mittelpunct die gerade Linie NG, ſo iſt, vermöge des vorigen Beweiſes, weil der Mittelpunct in dem gemeinſchaftlichen Schenkel der beyden Peripheriewinkel e und o liegt,

$x = 2e$

$y = 2o$

$x + y = 2e + 2o$ (§ 13. Arithm.)

$x + y = PCQ$ (§ 10. Arithm.)

$PCQ = 2e + 2o$ (§. 11. Arithm.)

$2e + 2o = 2(e + o)$ (§. 9 Arithm.)

$PCQ = 2(e + o)$ (§. 11. Arithm.

$2(e + o) = 2\,PNQ$ (§. 10. Arithm.)

Folglich $PCQ = 2\,PNQ$ (§. 11. Arithm.)

Dritter Fall.

Es ſey Fig. 52.) auf einerley Bogen DM ein Winkel an dem Mittelpuncte DCM, und ein Winkel an der Peripherie DAM, und das Centrum des Cirkels C befinde ſich außer den Schenkeln des Winkels an der Peripherie, ſo iſt gleichfalls

$$DCM = 2\,DAM$$

Beweis.

Man ziehe wieder aus der Spitze des Winkels an der Peripherie durch den Mittelpunct des Cirkels die Linie AR, ſo iſt, vermöge des erſten Beweiſes,

$$RCM = 2\,RAM$$
$$2\,RAM = 2\,RAD + 2\,DAM \quad (\text{§. 10. Arithm.})$$
$$RCM = 2\,RAD + 2\,DAM \quad (\text{§. 11. Arithm.})$$
$$RCM = RCD + DCM \quad (\text{§. 10. Arithm.})$$
$$RCD + DCM = 2\,RAD + 2\,DAM \quad (\text{§. 11. Ar.})$$
$$RCD = 2\,RAD \quad \text{vermöge des erſten Beweiſes.}$$

Folgl. $DCM = 2\,DAM$ (§. 14. Arithm.)

Da nun nicht mehr als dieſe drey Fälle möglich ſind; ſo iſt klar, daß ein Winkel am Mittelpuncte überhaupt noch einmal ſo groß iſt, als ein Winkel an der Peripherie, der mit ihm auf einerley Bogen ſteht.

§. 83.

Weil ein Winkel am Mittelpuncte den ganzen Bogen, worauf er ſteht, zu ſeinem Maaße hat (§. 21.), ſo kann ein Winkel an der Peripherie nur die Hälfte des Bogens, auf welchem ſeine Schenkel ſtehen, zu ſeinem Maaße haben. Stünde daher ein Winkel an der Peripherie auf einem Bogen von 80 Graden, ſo würde es ein Winkel von 40 Graden;

ſtünde er auf einem Bogen von 100 Graden, ſo würde es ein Winkel von 50 Graden, u. ſ. f. ſeyn.

§. 84.

Es ſind alſo alle Peripherie-Winkel, wie z. B. R, (Fig. 53. Tab. 4.) deren Schenkel auf den Endpuncten eines Diameters, d. i. auf einer halben Peripherie ſtehen, rechte Winkel oder Winkel von 90 Graden, weil ihr Maaß die Hälfte von der halben, d. i. der vierte Theil von der ganzen Peripherie iſt; und folglich diejenigen, die auf einem größern Bogen ſtehen als die halbe Peripherie iſt, wie der Winkel A, (Fig. 54.) ſtumpfe Winkel; diejenigen aber, die auf einem kleinern Bogen ſtehen, als die halbe Peripherie iſt, wie der Winkel B, (Fig. 54.) ſpizzige Winkel.

§. 85.

Es müſſen ferner alle Peripherie-Winkel einander gleich ſeyn, welche, wie B und R, (Fig. 54.) auf einerley oder auf gleichen Bogen eines Cirkels ſtehen; denn das Maaß beyder Winkel würde die Hälfte dieſes Bogens ſeyn. (§. 83.)

§. 86.

Sind endlich Peripherie-Winkel, die auf verſchiedenen Bogen ſtehen, einander gleich, ſo müſſen auch dieſe Bogen einerley Größe haben. Denn iſt (Fig. 45. Tab. 3.) der Winkel QNB ſo groß, als der Winkel BNR, ſo muß auch das Maaß des erſtern, d. i. $\frac{1}{2}$ QB ſo groß ſeyn, als das Maaß des andern, d. i. $\frac{1}{2}$ BR, und folglich auch QB = BR (§. 17. Arithm.).

§. 87.

Aufgabe. An einen gegebenen Endpunct einer geraden Linie eine ſenkrechte Linie zu ziehen.

Es ſey (Fig. 55. Tab. 4.) die gerade Linie BA gegeben, über welche an dem Endpuncte B eine ſenkrechte Linie errichtet werden ſoll, ohne die Linie BA zu verlängern.

Aufloͤſung.

Man erwähle ſich einen beliebigen Punct auf der gegebenen Linie, z. B. den Punct G, beſchreibe über die Entfernung deſſelben von dem gegebenen Endpuncte B, d. i. über die Linie BG einen gleichſchenklichten Triangel BCG (§. 44.). Die Seite CG, welche dem gegebenen Endpuncte B gegen über ſtehet, verlängere man, und mache CF = CG. Aus dem Puncte F ziehe man gegen den Punct B eine gerade Linie, ſo wird dieſe Linie FB an dem gegebenen Endpuncte B, und auf der gegebenen Linie BA ſenkrecht ſtehen.

Beweis.

Weil vermöge der Conſtruction CB = CG = CF, ſo können dieſe drey gleiche Linien als Halbmeſſer eines Cirkels angeſehen werden. Man beſchreibe daher mit der Linie CB einen Cirkel, ſo wird die Peripherie deſſelben auch durch die Puncte G und F gehen. Der Winkel FBG, als ein Peripheriewinkel, der über dem Diameter FG ſtehet, muß alſo nothwendig ein rechter Winkel ſeyn (§. 84.), und folglich die Linie FB ſenkrecht auf der Linie BA ſtehen. (§. 13.)

§. 88.

Lehrſatz. Eine ſenkrechte Linie, wodurch eine Sehne in zwey gleiche Theile getheilt wird, theilt auch, wenn man ſie verlängert, den dazu gehörigen Bogen in zwey gleiche Theile, und geht durch den Mittelpunct des Cirkels.

Es werde die Sehne QR (Fig. 45. Tab. 3.) durch die ſenkrechte Linie NB in die zwey gleiche Theile QG und GR getheilet, ſo läßt ſich erweiſen, daß auch der Bogen QBR dadurch in die zwey gleichen Theile QB und BR getheilet werden, und die Linie NB durch den Mittelpunct des Cirkels gehen müſſe.

Beweis.

Man ziehe die Linien NQ und NR, ſo iſt in den beyden Triangeln, welche dadurch entſtehen, QNG und GNR

QG = GR ⎫ vermöge der Bedingung
o = u ⎭ des Satzes.
NG = NG (§. 9. Arithm.)

Folgl. d. Winkel QNB = BNR ⎫
und die Seite QN = NR ⎭ (§. 37.)

Aus der Gleichheit der Winkel QNB und BNR erhellet die Gleichheit der Bogen QB und BR, deren Hälften das Maaß dieſer Winkel ſind (§. 86.), und aus der Gleichheit der Sehnen QN und NR die Gleichheit der Bogen, die zu dieſen Sehnen gehören. (§. 79.) Iſt nun alſo

der Bog. QN = dem Bog. NR
und der Bog. QB = dem Bog. BR

ſo iſt QN + QB = NR + BR (§. 13 Arithm.) und folglich geht die Linie NB durch die Mitte des Cirkels, d. i. durch das Centrum deſſelben.

§. 89.

Sollte man alſo einen Cirkel-Bogen, z. B. den Bogen DCN (Fig. 40.) in zwey gleiche Theile zergliedern, ſo dürfte man nur die Sehne dieſes Bogens DN durch die ſenkrechte Linie SQ halbiren, (§. 49.) ſo würde dieſelbe in dem Puncte C auch den

Bogen in zwey gleiche Theile theilen. Wäre nebſt dem Bogen auch das Centrum deſſelben gegeben, ſo hätte man nicht erſt nöthig, unter der Sehne Bogen zu ziehen, die einander durchſchneiden, ſondern man dürfte nur den Durchſchnittspunct der über dieſer Sehne beſchriebenen Bogen, nämlich den Punct 5 durch eine gerade Linie mit dem Mittelpuncte verbinden.

§. 90.

Aufgabe. Durch drey gegebene Puncte, die nicht in einer geraden Linie liegen, einen Cirkel zu beſchreiben.

Auflöſung.

Es mögen (Fig. 46. Tab. 3.) C, B und A, die drey gegebenen Puncte ſeyn, durch welche ein Cirkel beſchrieben werden ſoll. Man ſtelle ſich zwiſchen den Puncten C und B, ingleichen zwiſchen den Puncten B und A eine gerade Linie vor, und theile beyde Linien CB und BA durch die ſenkrechten Linien SF und QR in zwey gleiche Theile (§. 49.). Der Punct G, wo die Theilungslinien SF und QR einander durchſchneiden, muß der Mittelpunct desjenigen Cirkels ſeyn, deſſen Peripherie durch alle drey gegebene Puncte gehet, und den man nunmehr mit der Linie GC oder GA leicht beſchreiben kann.

Beweis.

Weil die Puncte C, B und in A der Peripherie des Cirkels liegen ſollen, ſo müſſen die Linien CB und BA Sehnen von dem zu beſchreibenden Cirkel ſeyn. Da nun vermöge der Conſtruction die ſenkrechten Linien SF und QR die Sehnen CB und BA in zwey gleiche Theile theilen, ſo muß der Mittelpunkt des verlangten Cirkels ſowohl in der Linie SF, als auch in der Linie QR (§. 88.), und folglich in dem Durchſchnitts-

puncte G liegen; weil dieſes der einzige Punct iſt, der ſich in den beyden geraden Linien zugleich befinden kann (§. 31.).

§. 91.

Aus der vorigen Aufgabe läßt ſich zugleich die Art und Weiſe einſehen, wie man zu einem gegebenen Bogen oder ganzen Cirkel den Mittelpunct finden kann. Denn man darf nur zwey beliebige Sehnen annehmen, und ſie durch ſenkrechte Linien halbiren, ſo zeigt der Durchſchnittspunct der Theilungslinien das verlangte Centrum an.

§. 92.

Lehrſatz. Ein Parallelogram wird durch jede Diagonal-Linie, d. i. durch eine gerade Linie, die man von einem Winkel in den entgegengeſetzten Winkel ziehen kann, in zwey gleiche Triangel getheilet.

Man ziehe in dem Parallelogram QNBS (Fig. 48. Tab. 3.) die Diagonallinie NS, ſo läßt ſich beweiſen, daß

$$\triangle QNS = \triangle NPS.$$

Beweis.

Weil QNPS ein Parallelogram iſt, vermöge der angenommenen Bedingung, ſo muß NP mit QS, und NQ mit PS parallel ſeyn (§. 18.); folglich

$$\left.\begin{array}{r} m = n \\ x = y \end{array}\right\} \text{(§. 65.)}$$

$$NS = NS \quad \text{(§. 9. Arithm.)}$$

$$\overline{\triangle QNS = \triangle NPS} \quad \text{(§. 39.)}$$

§. 93.

Da vermöge des vorigen Beweiſes die Triangel

QNS und NPS einander decken; ſo folgt hieraus ferner, daß

$$Q = P$$
$$\text{und weil } m = n$$
$$\text{und } y = x$$
$$\text{ſo iſt auch } m + y = x + n$$

d. h. in einem jeden Parallelogram müſſen die gegenüberſtehenden Winkel einander gleich ſeyn. Die Gleichheit der gegenüberſtehenden Seiten, die ebenfalls aus dieſem Beweiſe erhellt, iſt ſchon oben (§. 63.) bewieſen worden.

§. 94.

Wenn alſo in einem Parallelogram ein rechter Winkel gefunden wird, ſo kann man daraus ſchließen, daß auch die übrigen drey rechte Winkel ſeyn müſſen. Bemerkt man hingegen einen ſchiefen Winkel in einem Parallelogram, ſo wird man finden, daß auch die drey übrigen Winkel unter die ſchiefen gehören.

Denn iſt die Figur NDSB ein Parallelogram (Fig. 15. Tab. 1.) und N ein rechter Winkel, ſo muß der gegenüberſtehende S ihm gleich, und alſo gleichfalls ein rechter Winkel ſeyn (§. 93.). Weil ferner N + D zuſammen zwey rechte Winkel ausmachen (§. 66.), ſo kann D nicht mehr und nicht weniger als 90 Grad betragen, welches auch das Maaß des ihm gegenüberſtehenden gleichen Winkels B ſeyn muß. Iſt hingegen in einem Parallelogram, wie MBQR (Fig. 16.) ein ſpitziger Winkel R, ſo muß auch B ein ſpitziger Winkel, und M = Q ein ſtumpfer Winkel ſeyn, weil ſonſt M + R und B + Q nicht zwey rechte Winkel ausmachen könnten.

§. 95.

Lehrſatz. Eine jede vierſeitige Figur, in welcher die gegenüberſtehenden Seiten einander gleich ſind, iſt ein Parallelogram.

Es ſey (Fig. 48. Tab. 3.) in der vierſeitigen Figur QNPS

NP = QS
und NQ = PS

ſo muß auch NP parallel mit QS,
und NQ parallel mit PS ſeyn.

Beweis.

Man ziehe die Diagonale NS, ſo entſtehen die Triangel NQS und NPS; in welchen

QS = NP } vermöge der angenommenen Bedingung.
NQ = PS }
NS = NS (§. 9. Arithm.)

Folglich m = n } (§. 41.)
x = y }

Aus der Gleichheit der Wechſelswinkel m und n folgt,
daß NP parallel mit QS,
und aus der Gleichheit der Wechſelswinkel x und y,
daß NQ parallel mit PS iſt (§. 60.).

§. 96.

Da nun in einem länglichen Rechteck und in einer Rhomboide die gegenüberſtehenden Seiten, in einem Quadrate und Rhombo aber alle Seiten, folglich auch die gegenüberſtehenden einander gleich ſind (§. 18.); ſo iſt klar, daß alle dieſe vier Arten von vierſeitigen Figuren Parallelogramme ſind.

Aus dem vorigen Lehrſatze erhellt auch zugleich der Grund von der gewöhnlichen mechaniſchen Con-

ſtruction der Parallel-Linien vermittelſt eines ſogenannten Parallel-Linials. Denn weil nicht nur die Bänder, womit die beyden Liniale, aus denen dieſes Werkzeug beſtehet, gleich lang, ſondern auch ihre Endpuncte auf beyden Linialen gleich weit von einander und von den Rändern der Liniale abſtehen; ſo erhält man bey jeder möglichen Lage der beyden Liniale allemal eine vierſeitige Figur, deren gegenüberſtehende Seiten einander gleich, und folglich parallel ſind.

§. 97.

Ein Parallelogramm läßt ſich alſo leicht beſchreiben, wenn man einen Winkel weiß, und die beyden Seiten, welche dieſen Winkel einſchließen. Wären z. B. (Fig. 47. Tab. 3.) die Linien CD und AB nebſt dem Winkel N gegeben, ſo dürfte man nur den Winkel G ſo groß, als den gegebenen Winkel N (§. 80.), ferner GB = AB und GD = CD machen, aus dem Puncte D mit der Seite GB, aus dem Puncte B mit der Seite GD Bogen beſchreiben, und den Durchſchnittspunct L mit den Puncten D und P durch gerade Linien verbinden. Denn die Figur GDLP, welche auf dieſe Art entſteht, muß nothwendig ein Parallelogram ſeyn, weil die gegenüberſtehenden Seiten einerley Größe haben (§. 95.). Soll ein rechtwinklichtes Parallelogram beſchrieben werden, ſo braucht man nur zwey anliegende Seiten zu wiſſen, und ſie ſenkrecht an einander zu ſetzen, im übrigen aber, wie vorhin, zu verfahren. Denn iſt (Fig. 48.) NP vermöge der Conſtruction ſo groß, als QS, und NQ ſo groß, als PS gemacht worden; ſo iſt die Figur QNPS ein Parallelogram (§. 95.); und iſt NQ auf QS ſenkrecht, folglich bey Q ein rechter Winkel, ſo

müſſen auch alle übrige Winkel rechte Winkel ſeyn (§. 94.). Zu der Conſtruction eines Quadrats braucht man alſo nichts als eine Linie. Wäre z. B. (Fig. 49. Tab. 3.) die Linie DQ gegeben, ſo würde man ein Quadrat erhalten, wenn man an einem Endpuncte dieſer Linie, z. B. an dem Puncte D, eine ſenkrechte Linie AD errichtete (§. 87.), dieſelbe ſo groß machte, als DQ, aus den Puncten A und Q mit AD Bogen beſchriebe, die einander durchſchnitten, und aus dem Durchſchnittspuncte B die Linien BA und BQ zöge. Denn weil vermöge der Conſtruction alle Seiten, und alſo auch die gegenüberſtehenden gleich ſind, ſo müſſen dieſelben nothwendig parallel ſeyn (§. 95.); und weil AD ſenkrecht auf QD geſetzt worden, ſo iſt D ein rechter Winkel (§. 13.); folglich ſind auch die übrigen drey Winkel rechte Winkel (§. 94.), und daher dieſe Figur ein Quadrat (§. 18.). Uebrigens würde man das verlangte Quadrat auch auf dieſe Art erhalten, wenn man durch den Punct A eine Linie parallel mit DQ, und durch den Punct Q eine Linie parallel mit AD zöge und dieſe beyden Parallelen ſo weit verlängerte, bis ſie einander durchſchnitten. Denn weil durch dieſe Conſtruction ein Parallelogram entſtehen müßte, und in jedem Parallelogram die gegenüberſtehenden Seiten einander gleichen, ſo würde AD = BQ und AB = DQ, folglich alle Seiten einander gleich ſeyn, da nach der Conſtruction AD = DQ iſt.

§. 98.

Lehrſatz. Alle Parallelogramme, die ſich zwiſchen einerley Parallellinien, und über einerley

oder gleichen Grundlinien befinden, ſind ein= ander gleich.

Es ſey (Fig. ~~65~~ 56 Tab. 4.) die Linie AD parallel mit der Linie NR, und zwiſchen denſelben befinde ſich über der gemeinſchaftlichen Grundlinie NP ſowohl das Parallelogram ANPM, als auch das Parallelogram HNPD; ſo ſoll erwieſen werden, daß

ANPM = HNPD.

Beweis.

Weil die beyden Vierecke ANPM und HNPD, vermöge der angenommenen Bedingung, Parallelogramme ſind, ſo iſt

AM = NP }
NP = HD } (§. 63.)

alſo auch AM = HD (§. 11. Arithm.)

AM + MH = HD + MH (§. 13. Arithm.)

d. i. AH = MD (§. 10. Arithm.)

AN = MP }
NH = PD } (§. 63.)

Folglich △ AHN = △ MDP (§. 41.)

△ AHN − △ MCH = △ MDP − △ MCH (§. 14. Arithm.)

d. i. AMCN = CHDP

AMCN + △ NCP = CHDP + △ NCP (§. 13. Ar.)

d. i. ANPM = HNPD (§. 10. Arithm.)

§. 99.

Man pflegt in einem Parallelogram die ſenkrechte Linie, die man von derjenigen Seite, welche der

Grundlinie entgegen ſteht, entweder auf die Grundlinie ſelbſt, oder auf die verlängerte Grundlinie ziehen kann, die Höhe deſſelben zu nennen. So iſt z. B. (Fig. 63. Tab. 5.) die ſenkrechte Linie DC oder SA die Höhe des Parallelograms NDSB, wofern man NB zur Grundlinie annimmt, welches aber von unſerer bloßen Willkühr oder Bequemlichkeit abhängt, indem man jede Seite als die Grundlinie betrachten kann. Daß es aber gleichviel iſt, ob die ſenkrechte Linie, welche die Höhe vorſtellt, auf die Grundlinie ſelbſt, oder auf die verlängerte Grundlinie gezogen wird, und daß z. B. DC = SA, erhellt daraus, weil alle ſenkrechte Linien, die ſich zwiſchen einerley Parallelen befinden, einander gleich ſind (§. 64.). Alle Parallelogramme zwiſchen einerley Parallellinien müſſen daher nothwendig gleiche Höhen haben, weswegen man den vorigen Satz auch folgendergeſtalt auszudrücken pflegt: Alle Parallelogramme ſind einander gleich, wenn ſie gleiche Grundlinien und gleiche Höhen haben.

§. 100.

Auch Triangel, z. B. △LSR und △LNR (Fig. 57. Tab. 4.), ſind einander gleich, wenn ſie über einerley Grundlinie, und zwiſchen einerley Parallellinien ſtehen. Denn man ziehe aus dem Puncte R die Linie RB parallel mit der Seite LS des erſten Triangels, und die Linie RP parallel mit der Seite LN des andern Triangels; ſo müſſen die dadurch entſtehenden Parallelogrammen LSBR und LNPR einander gleich ſeyn, weil ſie auf einerley Grundlinie und zwiſchen einerley Parallelen ſtehen (§. 98.).

Iſt aber LSBR = LNBR
ſo iſt auch ½LSBR = ½LNBR (§. 18. Arithm.)
d. i. △LSR = △LNR (§. 92.)

§. 101.

Die ſenkrechte Linie, z. B. FB (Fig. 64. Tab. 5.) oder CG (Fig. 65.), von der Spitze eines Triangels auf die Grundlinie, welches eine jede Seite ſeyn kann, oder auf die verlängerte Grundlinie, wird ſeine Höhe genannt. Man wird daher leicht einſehen, daß ſich der vorige Satz auch alſo ausdrücken läßt: Alle Triangel ſind einander gleich, die gleich Grundlinien und Höhen haben.

§. 102.

Weil nach dem vorhin geführten Beweiſe (Fig. 57. Tab. 4.)

△LSR = △LNR (§. 100.)
und △LNR = ½LNRP (§. 92.)
ſo iſt auch △LSR = ½LNPR (§. 11. Arithm.)

d. h. ein jeder Triangel iſt die Hälfte eines Parallelograms, wenn er mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat, oder ſich zwiſchen eben denſelben Parallellinien befindet.

§. 103.

Lehrſatz. Wenn man über alle drey Seiten eines rechtwinklichten Triangels Quadrate beſchreibt, ſo iſt das Quadrat derjenigen Seite, welche dem rechten Winkel gegenüber ſtehet, ſo groß, als die Quadrate der übrigen beyden Seiten zuſammen genommen.

Es ſey (Fig. 58. Tab. 4.) der Triangel CAB ein rechtwinklichter Triangel, und CB die Seite, welche dem rechten Winkel gegen über ſteht; ſo iſt, wenn die vierſeitigen Figuren, die über die Seiten dieſes Triangels beſchrieben worden, Quadrate ſind,

CFNB = AMLB + ACPR.

Beweis.

Das Quadrat AMLB läßt ſich beſchreiben, wenn man die Seite AC des rechtwinklichten Triangels verlängert, bis AM = AB wird, hernach durch M die Linie ML parallel mit AB, und durch den Punct B die Linie BL parallel mit AM ziehet (§. 97.). Denn da CAB ein rechter Winkel iſt, vermöge der angenommenen Bedingung, ſo muß auch MAB ein rechter Winkel (§. 55.), ingleichen ABL, BLM und AML rechte Winkel (§. 94.), und daher AMLB ein Quadrat ſeyn, weil nicht nur, vermöge der Conſtruction, AM = AB, ſondern auch die gegen über ſtehenden Seiten parallel und folglich gleich ſind (§. 63.). Eben ſo iſt klar, daß man das Quadrat ACPR beſchreiben könne, wenn man AB verlängert, bis AR = AC wird, und alsdenn durch die Puncte R und C mit AC und AR Parallelen zieht, bis an den Punct, wo ſie zuſammenſtoßen (§. 97.). Wenn man nun in dem Quadrate, das über die Seite CB beſchrieben worden iſt, aus der Spitze des rechten Winkels A, die Linie AG parallel mit den Seiten CF und BN ziehet; ſo wird dieſes Quadrat dadurch in die beyden Parallelogramme QGNB und QGFC zergliedert. Man ziehe nunmehr die Linien CL und AN, ſo entſtehen die beyden Triangel CBL und ANB, die einander gleich ſeyn müſſen, weil CB = BN, als

Seiten des Quadrats CFNB, und BL = BA, als Seiten des Quadrats AMLB, und der Winkel CBL, ſo groß, als der Winkel ABN iſt, indem jeder aus dem Winkel eines Quadrats, d. i. aus einem rechten Winkel und dem Winkel CBA beſtehet (§. 37.). Da nun CA und AM eine einzige gerade Linie, vermöge der Conſtruction, ausmachen, und BL parallel mit CM iſt; ſo muß der Triangel CBL die Hälfte von dem Quadrat AMLB (§. 102.), ſo wie aus eben dem Grunde, weil AG parallel mit BN iſt, der Triangel ANB die Hälfte von dem Parallelogram QGNB seyn (§. 102.). Da nun die Triangel CBL und ANB, d. i. die Hälften der Figuren AMLB und QGNB, einander gleich ſind; ſo müſſen auch die ganzen Figuren einander gleich ſeyn. Zieht man gerade Linien von P nach B und von A nach F; ſo läßt ſich auf eben die Art beweiſen, daß das Parallelogram QGFC ſo groß iſt, als das Quadrat ACPR. Da nun das Quadrat CFNB aus den beyden Parallelogrammen QGNB und QGFC beſtehet; ſo iſt klar, daß CFNB = AMLB + ACPR.

§. 104.

Pythagoras ſoll dieſen nützlichen und in vielen Fällen brauchbaren Lehrſatz erfunden, oder nach einigen Schriftſtellern doch wenigſtens den erſten ſcharfen Beweis davon gegeben haben; daher man ihn das pythagoriſche Theorem zu nennen pflegt. Von einigen wird er auch Magiſter Matheſeos genannt.

§. 105.

Die Seite, welche in einem rechtwinklichten Triangel dem rechten Winkel gegenüber ſteht, heißt die

Hypotenuſe, und die übrigen beyden, welche den rechten Winkel einſchließen, die Catheti; daher man auch den vorigen Lehrſatz ſo auszudrücken pflegt; Das Quadrat der Hypotenuſe iſt ſo groß, wie die Quadrate der Cathetorum zuſammen genommen. Man pflegt übrigens auch die Quadrate durch die beyden Buchſtaben anzuzeigen, die an den Endpuncten ihrer Seiten ſtehen, zu denen man noch oben rechter Hand den Buchſtaben q ſetzt. Z. B. der vorige Satz könnte auch alſo geſchrieben werden:

$$CB^q = CA^q + AB^q$$

oder auf eben die Art, wie man in der Arithmetik die Quadratzahlen bezeichnet, nämlich:

$$CB^2 = CA^2 + AB^2$$

§. 106.

Iſt alſo in einem rechtwinklichten Triangel die Hypotenuſe und ein Cathetus ſo groß, als in einem andern rechtwinklichten Triangel; ſo müſſen auch die übrigen Stücke in beyden Triangeln, und die Triangel ſelbſt einander gleich ſeyn.

Iſt z. B. (Fig. 59.) ſowohl AQR als auch aqr ein rechtwinklichter Triangel, und

$$AQ = aq$$
$$AR = ar$$

ſo iſt auch $RQ = rq$

$$A = a$$
$$Q = q$$

und $\triangle\ AQR = \triangle\ aqr$

Denn weil $AQ = aq$ und $AR = ar$, vermöge der angenommenen Bedingung; ſo iſt auch

$$AQ^q = aq^q$$
und $$AR^q = ar^q$$

Da nun nach dem pythagoriſchen Lehrſatze

$$AQ^q = AR^q + RQ^q$$
$$AQ^q = aq^q$$

ſo iſt $AR^q + RQ^q = aq^q$ (§. 11. Ar.)

$$aq^q = ar^q + rq^q \quad (§. 103.)$$

$$AR^q + RQ^q = ar^q + rq^q \quad (§. 11. Ar.)$$
$$AR^q = ar^q$$

$$RQ^q = rq^q \quad (§. 14. Ar.)$$

Folglich auch $RQ = rq$

Sind nun alle drey Seiten in dem einen Triangel ſo groß als in dem andern, ſo müſſen auch die Winkel, die einerley Seiten gegen über ſtehen, und die Triangel ſelbſt von einerley Größe ſeyn (§. 41.).

§. 107.

Soll ein Quadrat noch einmal ſo groß, als ein gegebenes Quadrat, z. B. als das Quadrat FMRG (Fig. 60. Tab. 4.) gemacht werden, ſo darf man nur über die Diagonale MG des gegebenen Quadrats ein Quadrat beſchreiben. Denn weil F der Winkel eines Quadrats, und folglich ein rechter Winkel iſt; ſo iſt nach dem pythagoriſchen Lehrſatze

$$MG^q = FM^q + FG^q \quad (§. 103.)$$
$$FM^q = FG^q \quad (§. 9. Ar.)$$

$$MG^q = FG^q + FG^q = 2\,FG^q$$

Wäre nicht das Quadrat ſelbſt, das verdoppelt werden ſollte, ſondern nur die Seite deſſelben gegeben, ſo dürfte man nur die gegebene Seite auf bey-

de Schenkel eines rechten Winkels tragen, und einen rechtwinklichten, gleichſchenklichen Triangel beſchreiben, deſſen Hypotenuſe die Seite des verdoppelten Quadrats ſeyn müßte, wovon ſich ſchon jeder aus dem vorigen Beweiſe überzeugen kann.

§. 108.

Sollte das zu beſchreibende Quadrat dreymal ſo groß werden, als das gegebene; ſo errichte man an das Ende der Diagonale eine ſenkrechte Linie NG, mache dieſelbe ſo groß als die Seite des gegebenen Quadrats FG, und ziehe die Hypotenuſe MN, über welche ſich ein Quadrat beſchreiben läßt, welches dreymal ſo groß iſt, als das gegebene Quadrat. Denn

$MN^q = MG^q + NG^q$ (§. 103.)
$MG^q = 2FG^q$ (§. 107.)

$MN^q = 2FG^q + NG^q$ (§. 9. Arithm.)
$FG^q = NG^q$ weil $FG = NG$ vermöge der Conſtr.

$MN^q = 2FG^q + FG^q = 3FG^q$ (§. 9. Ar.)

§. 109.

Wird ein Quadrat verlangt, ſo groß als zwey gegebene Quadrate, z. B. als die Quadrate FMRG und CPFD (Fig. 60.); ſo beſchreibe man einen rechten Winkel A, trage auf die Schenkel deſſelben die Seiten der beyden gegebenen Quadrate, ſo daß

$AG = FG$
und $AD = CD$

und ziehe die Hypotenuſe DG; ſo muß dieſelbe die Seite eines Quadrats ſeyn, welches ſo groß iſt, als beyde gegebene Quadrate zuſammen genommen. Denn

$DG^q = AD^q + AG^q$ (§. 103.)
$CD^q = AD^q$ und $FG^q = AG^q$ vermöge der Conſtr.

Folgl. $DG^q = CD^q + FG^q$ (§. 9. Ar.)

§. 110.

Soll ein Quadrat gemacht werden, das ſo groß iſt, als drey gegebene Quadrate, z. B. als die Quadrate FMRG, CPFD, und ALHB (Fig. 60.), ſo ſuche man erſt auf die vorige Art die Seite eines Quadrats, das ſo groß iſt, als zwey der gegebenen Quadrate. An einem Endpuncte dieſer Seite DG, z. B. an D, errichte man eine ſenkrechte Linie DB, mache dieſelbe ſo groß, als die Seite des dritten Quadrats AB, und ziehe die Hypotenuſe BG; ſo muß dieſelbe die Seite des verlangten Quadrats ſeyn, das ſo groß iſt, als alle drey Quadrate zuſammen genommen. Denn

$BG^q = DG^q + DB^q$ (§. 103.)
$DG^q = FG^q + CD^q$ (§. 109.)

$BG^q = FG^q + CD^q + DB^q$ (§. 9. Ar.)
$AB^q = DB^q$

Folgl. $BG^q = FG^q + CD^q + AB^q$ (§. 9. Ar.)
Hieraus wird man leicht einſehen, wie man auch ein Quadrat machen könne, das ſo groß iſt, als 4, oder 5, oder 6, oder noch mehr gegebene Quadrate.

§. 111.

Lehrſatz. Eine Linie, welche aus dem Mittelpuncte eines Cirkels ſenkrecht auf eine Chorde gezogen wird, theilt die Chorde, und wenn man ſie verlängert, auch den zu dieſer Chorde gehörigen Bogen in zwey gleiche Theile.

Es ſey die aus dem Mittelpuncte eines Cirkels (Fig. 45. Tab. 3.) gezogene Linie CB ſenkrecht auf der Sehne QR, ſo iſt

QG = GR

und QB = BR

Beweis.

Man ziehe die Halbmeſſer CQ und CR; ſo müſſen die beyden Triangel CQG und CRG rechtwinklicht ſeyn, weil CG ſenkrecht auf QR ſteht, vermöge der angenommenen Bedingung. Nun iſt

CQ = CR (§. 29.)
CG = CG

also QG = GR
und o = u (§. 106.)

Folglich auch QB = BR (§. 36.)

§. 112.

Eine Figur heißt in den Cirkel beſchrieben, wenn alle Seiten der Figur Chorden des Cirkels, und daher auch alle Winkel derſelben Peripheriewinkel ſind. Von dem Cirkel ſagt man alsdenn, daß er um die Figur beſchrieben ſey, in welchem Falle alſo die Peripherie deſſelben durch alle Spitzen der Winkel gehen muß.

§. 113.

Wenn ſich die Peripherie des Cirkels geometriſch in jede beliebige Anzahl gleicher Theile zergliedern ließe; ſo würde es nicht ſchwer ſeyn, jede verlangte reguläre Figur in den Cirkel geometriſch zu beſchreiben. Denn theilt man die Peripherie in ſo viel gleiche Theile, als die Figur Seiten haben ſoll, und zieht man alsdenn die Chorden dieſer Bogen, ſo muß

nothwendig eine reguläre Figur entſtehen; weil die Chorden gleicher Bogen einander gleich (§. 78.), und die Winkel an der Peripherie, die auf gleichen Bogen ſtehen, auch von einer Größe ſind (§. 85.). Alſo kann man z. B. ein reguläres Viereck, d. i. ein Quadrat, in einen Cirkel beſchreiben, wenn man durch ein Paar Diameter, die einander rechtwinklich durchſchneiden, die Peripherie in vier gleiche Theile zergliedert (§. 53.). Denn iſt ((Fig. 70. Tab. 5.) der Bogen pa = af = fl = lp, und folglich jeder 90 Grad; ſo muß die Figur pafl vier gleiche Seiten (§. 78.), und auch vier rechte Winkel haben; weil jeder Winkel auf einer halben Peripherie ſtehet (§. 84.). Wird nun jeder vierte Theil der Peripherie wieder halbirt, welches geometriſch geſchehen kann (§. 50.); ſo erhält man acht gleiche Theile aus der ganzen Peripherie, und durch die Chorden dieſer Bogen die Seiten eines regulären Achtecks, z. B. ad, df, fh etc.; woraus ſich ferner begreifen läßt, wie man ein 16 Eck, ein 32 Eck u. ſ. f. geometriſch in den Cirkel beſchreiben könne. Allein in ſehr viel andern Fällen iſt eine geometriſche Eintheilung der Peripherie in gleiche Theile nicht möglich. Denn ſo läßt ſich dieſelbe nicht in 7, oder in 13, oder in 17, u. ſ. f. gleiche Theile zergliedern; daher pflegt man in dergleichen Fällen zu einer mechaniſchen Conſtruction ſeine Zuflucht zu nehmen. Nämlich man dividirt 360 Grad durch die Zahl der Seiten, und ſetzt durch Hülfe des Transporteurs an dem Mittelpuncte des Cirkels einen Winkel von ſo viel Graden, als der Quotient anzeigt. Die Schenkel dieſes ſogenannten Centri-Winkels verlängert man bis an die Peripherie, ſo wird dadurch ein Bogen abgeſchnitten, den man ſo vielmal

in der ganzen Peripherie herumtragen kann, als die Figur Seiten haben ſoll. Soll man z. B. ein reguläres Fünfeck in den Cirkel beſchreiben, ſo dividire man 360° durch 5, wodurch man 72° erhält, trage hierauf einen Winkel von 72 Grad durch Hülfe des Transporteurs an das Centrum C (Fig. 69. Tab. 5.) und ziehe die Schenkel CA und CF bis an die Peripherie des Cirkels; der dadurch abgeſchnittene Bogen AF muß alsdenn nothwendig der fünfte Theil von der Peripherie ſeyn, und ſich alſo fünfmal in derſelben herum tragen laſſen.

§. 114.

Lehrſatz. **Die Winkel eines regulären Vielecks werden durch die aus ihren Spitzen gezogenen Halbmeſſer des Cirkels, worein das Vieleck beſchrieben iſt, in zwey gleiche Theile zergliedert.**

Es ſey (Fig. 68. Tab. 5.) ein reguläres Sechseck in den Cirkel beſchrieben, und CQ ein aus dem Winkel Q, den zwey Seiten dieſes Vielecks mit einander machen, gezogener Halbmeſſer des Cirkels, ſo iſt

$$e = x$$

Beweis.

Man ziehe noch die Halbmeſſer CD und CG, ſo iſt in den beyden Triangeln, welche dadurch entſtehen,

$$CD = CG \quad (\S.\ 29.)$$
$$DQ = QG \quad (\S.\ 15.)$$
$$CQ = CQ \quad (\S.\ 9.\ \text{Arithm.})$$

Folglich $e = x$ (§. 41.)

§. 115.

Aus dem vorigen Beweiſe erhellt zugleich, daß die Halbmeſſer eines Cirkels, in welchen ein reguläres Vieleck beſchrieben worden iſt, daſſelbe in lauter gleiche Triangel zertheilen, wenn dieſe Halbmeſſer aus den Spitzen der Winkel, welche die Seiten mit einander machen, gezogen werden. Denn die Seiten aller dieſer Triangel beſtehen aus Halbmeſſern des Cirkels und aus den Seiten eines regulären Vielecks, die einander gleich ſeyn müſſen.

§. 116.

Lehrſatz. Die Seite eines regulären Sechsecks iſt ſo groß, als der Halbmeſſer desjenigen Cirkels, in welchem es beſchrieben iſt.

Es ſey (Fig. 68) GB die Seite eines regulären Sechsecks, und CG ein Halbmeſſer, ſo iſt

$$GB = CG$$

Beweis.

In dem Triangel CBG muß der Winkel am Mittelpuncte, nämlich BCG, den ſechsten Theil von 360°, d. i. 60 Grad enthalten, weil das Maaß deſſelben, der Bogen BG, der ſechste Theil der Peripherie iſt. Die übrigen beyden Winkel CBG und CGB müſſen daher 180° — 60° d. i. 120° in der Summe ausmachen (§. 68.). Da aber die Seiten CB und CG, als Halbmeſſer eines Cirkels, gleich ſind; ſo müſſen auch die Winkel CBG und CGB, welche dieſen Seiten gegenüberſtehen, einerley Größe haben (§. 74.), und folglich jeder 60 Grad betragen. Weil nun alſo in dem Triangel CBG alle Winkel 60° enthalten; ſo muß der Triangel gleichſeitig ſeyn und daher auch

$$GB = CG \quad (§. 77.)$$

§. 117.

Man kann alſo in einen gegebenen Cirkel ſehr leicht ein reguläres Sechseck beſchreiben, wenn man den Halbmeſſer ſechs Mal in der Peripherie herumträgt, und die Sehnen der Bogen ziehet. Theilt man nun den ſechsten Theil der Peripherie in zwey gleiche Theile, ſo erhält man ein reguläres Zwölfeck, woraus man ferner ſehen kann, wie ſich ein 24 Eck u. ſ. w. in einem Cirkel beſchreiben läßt.

§. 118.

Aufgabe. Die Summe aller Winkel in einem jeden geradlinigen Vielecke zu finden.

Auflöſung.

Man multiplicire 180 Grad durch die Zahl der Seiten weniger zwey, ſo enthält das Product die Summe aller Winkel eines geradlinigen Vielecks. So iſt z. B. die Summe aller Winkel in einem Fünfeck, es mag regulär oder irregulär ſeyn, 180×3, d. i. 540 Grad, in einem Sechseck 180×4, d. i. 720, in einem Siebeneck 180×5, d. i. 900 Grad u. ſ. f.

Beweis.

Wenn man in einer mittlern Gegend eines Vielecks einen beliebigen Punct erwählt, und von demſelben gerade Linien in die Winkel des Vielecks zieht, ſo wird man ſo viel Triangel erhalten, als die Figur Seiten hat. Zieht man z. B. aus dem Puncte C in dem Fünfeck ABDFE (Fig. 67. Tab. 5.) die geraden Linien CD, CF, CE, CA und CB, ſo wird man fünf Triangel erhalten, deren Winkel zuſammen-

genommen die Winkel des Fünfecks ausmachen, wenn man davon die Winkel um den Punct C abzieht. Nun betragen aber alle Winkel um den Punct C 360, d. i. 2×180 Grad (§. 57.), und die Winkel in jedem Triangel 180, folglich in 5 Triangeln $5 \times 180°$ (§. 68.). Zieht man nun $2 \times 180°$ von $5 \times 180°$ ab, ſo bleibt unſtreitig $3 \times 180°$ für die Summe aller Winkel in einem Fünfeck übrig. In einem Sechseck hätte man daher $2 \times 180°$ von $6 \times 180°$, wodurch $4 \times 180°$ entſtehet, in einem Siebeneck $2 \times 180°$ von $7 \times 180°$, welches $5 \times 180°$ iſt, ſubtrahiren müſſen, um die Summe aller Winkel zu erhalten.

Man kann ſich auch von dieſem Satze folgendergeſtalt überzeugen. Durch die Diagonalen läßt ſich jedes Vieleck in ſo viel Triangel zergliedern, als die Figur Seiten hat, weniger zwey. So würde man z. B. das Fünfeck ABCDF (Fig. 85. Tab. 9.) in drey Triangel abtheilen können. Die Winkel dieſer drey Triangel ABC, AFC und FCD d. i. $3 \times 180°$, würden daher ſo viel betragen, als alle Winkel des Fünfecks. Aus einem Sechseck würde man durch Diagonalen 4 Triangel, aus einem Siebeneck 5 Triangel u. ſ. f. erhalten; folglich würde die Summe aller Winkel in einem Sechseck $4 \times 180°$, in einem Siebeneck $5 \times 180°$ ſeyn müſſen.

§. 119.

Weil in einem regulären Vielecke alle Winkel einander gleich ſind, ſo darf man nur die Summe der Winkel durch die Zahl der Seiten dividiren, wenn man den Winkel wiſſen will, den zwey Seiten eines regulären Vielecks mit einander machen, und den man

daher den Polygonwinkel zu nennen pflegt. Z. B. die Summe aller Winkel eines Fünfecks iſt 3×180 Grad; folglich iſt der Polygonwinkel in einem regulären Fünfeck $\frac{3 \times 180}{5}$ d. i. 108 Grad. Die Summe aller Winkel in einem Sechseck iſt $4 \times 180°$, folglich der Polygonwinkel eines regulären Sechsecks $\frac{4 \times 180}{6}$ d. i. 120 Grad. Nun iſt aber

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3 \times 180}{5} = 3 \times \frac{180}{5} \\ \text{und} \quad \frac{4 \times 180}{6} = 4 \times \frac{180}{6} \end{array}\right\} \text{(§. 56. Arithm.)}$$

woraus alſo erhellet, daß man überhaupt den Polygonwinkel eines regulären Vielecks bekömmt, wenn man 180 Grad durch die Zahl der Seiten weniger zwey multiplicirt; und dieſes Product durch die Zahl der Seiten ſelbſt dividirt, oder wenn man zuerſt 180 Grad durch die Zahl der Seiten dividirt, und den Quotienten durch die Zahl der Seiten weniger zwey multiplicirt.

§. 120.

Lehrſatz. Um jedes reguläre Vieleck läßt ſich ein Cirkel beſchreiben.

Beweis.

Man theile zwey Winkel eines regulären Vielecks, die neben einander liegen, oder zwey andre, die einander nicht gerade gegenüber ſtehen, z. B. die Winkel D und Q (Fig. 68. Tab. 5.) in zwey gleiche Theile, und verlängere dieſe Theilungslinien, DC und QC

bis ſie zuſammenſtoßen. Von dem Puncte C, wo dieſes geſchieht, ziehe man gegen alle Spitzen der übrigen Polygonwinkel die geraden Linien CG, CB CA und CN, ſo werden lauter gleiche Triangel entſtehen. Denn, vermöge der Conſtruction, iſt

	e	=	x	
	CQ	=	CQ	(§. 9. Arithm.)
	DQ	=	GQ	(§. 15.)
Folglich	CD	=	CG	(§. 37.)
und		<	CGQ = x	
Alſo auch	CQ	=	CG	(§. 76.)
und	CD	=	CQ	(§. 11. Arithm.)

Weil nun der Winkel CGQ einem halben Polygonwinkel x gleicht, ſo muß auch der zweyte Theil des Polygonwinkels QGB, nämlich CGB einem halben Polygonwinkel gleichen, und daher der Triangel CGB wiederum dem Triangel CGQ gleich ſeyn; weil hier ebenfalls QG = GB und CG = CG iſt (§. 37.). Aus der Gleichheit dieſer Triangel folgt ferner die Gleichheit der Seiten CQ und CB, weil ſie gleichen Winkeln gegenüber ſtehen. Und weil dieſes ebenfalls von den übrigen Triangeln gilt, ſo ſieht man leicht ein, daß auch die Linien CB, CA und CN von einerley Größe und den Linien CG, CQ und CD gleich ſeyn müſſen. Da nun dieſe ſechs Linien den Abſtand aller Ecken des regulären Polygons von dem Puncte C anzeigen, ſo iſt offenbar, daß ſich aus dem Puncte C mit dem Halbmeſſer CD ein Cirkel beſchreiben läßt, deſſen Peripherie durch die Spitzen aller Winkel des regulären Vielecks gehen muß. Daß aber dasjenige, was hier von einem Sechsecke bewieſen worden iſt, auch von allen übrigen regulären Vielecken ſich be-

haupten laſſe, erhellt daraus, weil in dem angeführten Beweiſe nicht das geringſte angenommen worden iſt, was nur den Sechsecken und nicht allen regulären Vielecken eigen wäre.

§. 121.

Man erhält alſo, wie man aus dem vorigen Beweiſe ſehen kann, den Mittelpunct desjenigen Cirkels, in den ein reguläres Vieleck, von welchem die Seite gegeben iſt, beſchrieben werden kann, wenn man an die Endpuncte dieſer Seite die halben Polygonwinkel trägt, und die Schenkel derſelben ſo weit verlängert, bis ſie zuſammenſtoßen. Sollte man daher z. B. über die gegebene Linie AF (Fig. 69.) ein reguläres Fünfeck beſchreiben, ſo ſuche man erſtlich den Polygonwinkel, welcher 108° iſt (§. 119.), die Hälfte davon, nämlich 54 Grad, trage man durch Hülfe des Transporteurs ſowohl an den Punct A, als auch an den Punct F, und verlängere die Schenkel, bis ſie einander durchſchneiden. Aus dem Durchſchnittspuncte C beſchreibe man mit dem Halbmeſſer CF einen Cirkel, ſo muß ſich AF fünf Mal in demſelben herumtragen laſſen. Denn da die beyden Winkel CAF und CFA, vermöge der Conſtruction, 108 Grad ausmachen, ſo beträgt der ſogenannte Centriwinkel, nämlich der Winkel C, oder der Bogen AF, 180° — 108°, d. i. 72° (§. 68.), welches der fünfte Theil von der Peripherie iſt. Hieraus wird man auch ferner einſehen, wie man andre reguläre Vielecke über eine gegebene Linie beſchreiben könne. Man kann aber auch eben dieſe Abſicht dadurch erreichen, wenn man ſtatt des halben, den ganzen Polygonwinkel an den einen Endpunct der gegebenen Linie, z. B. bey einem re-

gulären Fünfeck einen Winkel von 108 Graden an den Punct A trägt, hierauf den Schenkel AN ſo groß wie AF macht, und durch die drey Puncte F, A, N einen Cirkel beſchreibt (§. 90.), worein ſich AF ſo vielmal wird tragen laſſen, als das Vieleck Seiten haben ſoll.

§. 122.

Ein reguläres Sechseck läßt ſich geometriſch über eine gegebene Linie beſchreiben, wenn man über dieſelbe einen gleichſeitigen Triangel errichtet, und aus der Spitze deſſelben einen Cirkel beſchreibet. Denn da die Seite des Sechsecks dem Halbmeſſer gleich iſt (§. 116.); ſo muß ſich in dieſem Falle die gegebene Linie ſechs Mal in dem damit beſchriebenen Cirkel herumtragen laſſen.

Drittes Kapitel.

Von der Ausmeſſung der Figuren.

§. 123.

Weil alles Ausmeſſen einer Größe in der Vergleichung derſelben mit einer bekannten Größe von eben der Art beſtehet (§. 2. Vorber.); ſo wird man leicht einſehen, daß man zum Maaße der Flächen wieder eine Fläche annehmen muß. Man hat daher gewiſſe Quadrate hierzu erwählet, weil ſich keine der übrigen Figuren zu dieſer Abſicht ſo gut ſchickt, und ihnen den Namen von der Länge ihrer Seiten gegeben. So heißt alſo eine Quadrat- oder Flä-

chen-Ruthe, ein ſolches Quadrat, deſſen Seite eine Ruthe lang iſt; ein Quadrat-Schuh ein Quadrat, deſſen Seite einen Schuh, ein Quadrat-Zoll, ein Quadrat, deſſen Seite einen Zoll, und eine Quadrat-Linie, ein Quadrat, deſſen Seite eine Linie beträgt. Hieraus wird man auch verſtehen, was eine Quadrat-Meile, eine Quadrat-Elle, u. ſ. w. im gemeinen Leben bedeutet. Man bezeichnet aber die Flächen-Maaße auf eben die Art, wie die Längen-Maaße, nur daß man, wo es nöthig iſt, ſie von dieſen zu unterſcheiden, entweder ein kleines Quadrat, oder den Buchſtaben q zu dem gewöhnlichen Zeichen ſetzt. So bedeutet z. B. der Ausdruck $435\square^{\circ}$, $73\square'$, $52\square''$, oder $435^{q\circ}$, $73^{q\prime}$, $52^{q\prime\prime}$, eine Fläche, die 435 Quadrat-Ruthen, 73 Quadrat-Schuh, und 52 Quadrat-Zoll enthält. Weil man nun alle Flächen durch Quadrate auszumeſſen pflegt, ſo iſt daher der Ausdruck quadriren entſtanden, welcher nichts anders ſagen will, als den Inhalt einer Fläche beſtimmen.

§. 124.

Aufgabe. Ein Rechteck auszumeſſen.

Auflöſung.

Man unterſuche, wie oft die Seite desjenigen Quadrats, das man zum Maaßſtabe erwählt hat, in ein Paar an einander liegenden Seiten des Rechtecks enthalten iſt, und multiplicire die beyden Zahlen, welche die Länge dieſer Seiten anzeigen, in einander, ſo muß das Product ſo viel Einheiten enthalten, als das auszumeſſende Rechteck Quadrate enthält. Z. B. es ſey GPRF (Fig. 62. Tab. 5.) das auszumeſſende Rechteck, und das Quadrat GNCQ ſey das Maaß.

Die Seite dieſes Quadrats GQ iſt in der einen Seite des gegebenen Rechtecks, nämlich in GF vier Mal, und in der andern Seite GP drey Mal enthalten. Man multiplicire alſo 4 in 3, ſo iſt das Product 12 der Flächeninhalt des Rechtecks, d. h. das zum Maaße angenommene Quadrat GNCQ ſteckt in dem auszumeſſenden Rechtecke GPRF zwölf Mal.

Beweis.

Weil die Linie GQ in der Linie GF vier Mal enthalten iſt, ſo läßt ſich das Quadrat GNCQ vier Mal über die Linie GF ſetzen; und weil GQ oder GN in der Linie GP drey Mal enthalten iſt, ſo kann man dieſe Reihe von vier Quadraten drey Mal über einander ſtellen, um das Rechteck auszufüllen; folglich muß das gegebene Rechteck 4 Mal 3, d. i. 12 ſolche Quadrate wie GNCQ, enthalten.

§. 125.

Weil ein Quadrat nichts anders iſt, als ein Rechteck, das lauter gleiche Seiten hat, ſo findet man den Inhalt eines Quadrats, wenn man unterſucht, wie oft die Seite des zum Maaßſtabe angenommenen Quadrats in einer Seite des auszumeſſenden Quadrats enthalten iſt, und die Zahl, welche dieſes anzeigt, in ſich ſelbſt multiplicirt. Wäre z. B. die Seite des auszumeſſenden Quadrats DAGB (Fig. 61. Tab. 5.) drey Mal größer, als die Seite des zum Maaßſtabe angenommenen Quadrats DFCQ, ſo würde das Product 3 Mal 3, d. i. 9, den Inhalt des gegebenen Quadrats anzeigen; nämlich das gegebene Quadrat würde 9 ſolche Quadrate, wie DFCQ enthalten.

§. 126.

Hieraus wird man die Urſache einſehen, warum man in der Arithmetik diejenigen Producte, welche durch die Multiplication einer Zahl in ſich ſelbſt entſtehen, Quadratzahlen nennt.

§. 127.

Man pflegt insgemein zu ſagen, daß durch die Multiplication einer Linie mit einer Linie allemal eine Fläche entſtehe, welches aber nicht gegründet iſt, indem man in vielen Fällen durch die Multiplication der Linien auch wieder eine Linie erhält. Ueberhaupt aber multiplicirt man in dergleichen Fällen eigentlich nicht die Linien, ſondern die Zahlen in einander, welche das Verhältniß der Linien gegen die angenommene Einheit ausdrücken. Die vorigen Beyſpiele muß man ſich eigentlich folgendergeſtalt vorſtellen: wie ſich verhält 1 zu 4 × 3, ſo verhält ſich auch das zum Maasſtabe angenommene Quadrat zu dem auszumeſſenden Rechtecke; und wie ſich verhält 1 zu 3 × 3, ſo verhält ſich das kleinere Quadrat DFCQ zu dem größern Quadrate DAGB. Da nun das Product 4 × 3 zwölfmal größer iſt, als 1, ſo muß auch das auszumeſſende Rechteck zwölfmal größer ſeyn, als das zum Maaße angenommene Quadrat; und weil 3 × 3 neunmal größer iſt, als 1, ſo muß auch das auszumeſſende Quadrat ſo vielmal größer ſeyn, als das zum Maaße angenommene Quadrat. Man hat alſo eigentlich, um den Inhalt des Rechtecks zu beſtimmen, das zum Maaße angenommene Quadrat durch den Exponenten des Verhältniſſes 1 : 12, und um das größere Quadrat auszumeſſen, den Expon. des Verhältn. 1 : 9 in das Maaß multiplicirt.

§. 128.

Das Verhältniß zweyer Quadrate muß man alſo nicht nach dem einfachen Verhältniſſe ihrer Seiten, ſondern nach dem Verhältniſſe der Quadratzahlen ihrer Seiten beurtheilen. Iſt die Seite eines Quadrats zweymal ſo groß, als die Seite eines andern Quadrats, ſo iſt das erſte Quadrat ſelbſt viermal ſo groß, als das andre Quadrat. Iſt die Seite eines Quadrats fünfmal größer, als die Seite eines andern, ſo iſt das erſte Quadrat ſelbſt 25mal größer als das andre, u. ſ. w.

§. 129.

Wenn man daher eine Quadratruthe durch einen Quadratſchuh ausmeſſen will, ſo muß man 10 in ſich ſelbſt multipliciren, weil die Länge eines Quadratſchuhs nach der geometriſchen Eintheilung in der Länge einer Quadratruthe 10mal enthalten iſt. Da nun 10 × 10 Hundert macht; ſo iſt klar, daß eine Quadratruthe, wenn von der geometriſchen Eintheilung die Rede iſt, 100 Quadratſchuhe, und folglich auch ein Quadratſchuh 100 Quadratzolle, und ein Quadratzoll 100 Quadratlinien enthält. Hieraus folgt alſo ferner, daß man bey Verwandlung eines kleinern Flächenmaaßes in ein größeres nicht, wie beym Längenmaaße, nur eine, ſondern allemal zwey Ziffern, von der Rechten gegen die Linke zu gerechnet, abſchneiden müſſe. Wollte man z. B. 1478 3925 Quadratlinien in Quadratzolle, Quadratſchuhe und Quadratruthen verwandeln; ſo würde man 14°, 78′, 39″ 25‴, d. i. 14 Quadratruthen, 78 Quadratſchuhe, 39 Quadratzolle und 25 Quadratlinien erhalten. Hätte man im Längenmaaße die ſogenannte Rheinländiſche Einthei-

lung angenommen, nach welcher die Ruthe in 12 Schuhe, der Schuh in 12 Zoll u. ſ. f. getheilt wird; ſo müßte man auf die Quadratruthe 144 Quadratſchuhe, auf den Quadratſchuh 144 Quadratzolle u. ſ. f. rechnen, weil $12 \times 12 = 144$. Um aber die bey dem Längenmaaße gewöhnliche zehntheilige Eintheilung auch bey dem Flächenmaaße beyzubehalten, haben einige die Quadratruthe in 10 Riemenruthen, wovon jede eine Ruthe lang, aber nur einen Schuh breit iſt, die Riemenruthe in 10 Quadratſchuhe, den Quadratſchuh wiederum in 10 Riemenſchuhe, die einen Schuh lang und einen Zoll breit ſind, den Riemenſchuh in 10 Quadratzolle u. ſ. f. eingetheilt. Doch iſt dieſe letzte Eintheilung nicht ſo gewöhnlich, als die erſte.

§. 130.

Aufgabe. Ein ſchiefwinklichtes Parallelogram auszumeſſen.

Aufloſung.

Man erwähle ſich eine Seite zur Grundlinie, und ziehe von derſelben eine gerade Linie ſenkrecht auf die entgegengeſetzte Seite, welche alsdenn die Höhe des Parallelograms vorſtellen wird (§. 99.). Hierauf meſſe man ſowohl die Grundlinie, als auch die Höhe, und multiplicire beyde in einander; ſo iſt das Product der verlangte Inhalt. Es ſey z. B. das Parallelogram NDSB (Fig. 63. Tab. 5.) gegeben, die Grundlinie $NB = 32''$, und die Höhe $DC = 35''$, ſo iſt der Inhalt deſſelben $NB \times DC$, d. i. 35×32, oder wenn man wirklich multipliciret, $1120 \square'''$ d. i. $11 \square''$, $20 \square'''$. Wäre $NB = 3''$ und $DC = 35''$, ſo müßte auch NB durch Linien ausgedrückt, und nicht

35 durch 3, ſondern durch 30, weil 3 Zoll 30 Linien ausmachen, multipliciret werden.

Beweis.

Man verlängere die Seite NB, und ziehe auf dieſe verlängerte Seite die Linie SA ſenkrecht; ſo muß das rechtwinklichte Parallelogram DSAC, welches hierdurch entſteht, dem ſchiefwinklichten Parallelogram NDSB gleich ſeyn, weil beyde einerley Grundlinie DS haben, und ſich zwiſchen einerley Parallellinien befinden. (§. 98.) Nun iſt der Inhalt von dem Rechtecke DSAC das Product DS×DC (§. 129.); folglich muß auch dieſes Product, welches wegen der Gleichheit der Seiten DS und NB (§. 93.), eben ſo groß iſt, als das Product NB×DC, den Inhalt des ſchiefwinklichten Parallelograms anzeigen.

§. 131.

Wenn alſo zwey Parallelogrammen gleiche Grundlinien, aber verſchiedene Höhen haben, ſo müſſen ſie ſich, wie ihre Höhen, und ſind die Höhen gleich, wie ihre Grundlinien verhalten.

Denn es heiße das erſte Parallelogram P, ſeine Grundlinie G, ſeine Höhe aber H, ſo iſt der Inhalt deſſelben G×H (§. 130.). Das andere Parallelogram heiße p, ſeine Grundlinie g, ſeine Höhe aber h, ſo iſt der Inhalt deſſelben das Product g×h (§. 130.). Folglich

$$P : p = G \times H : g \times h$$

Iſt nun $G = g$

ſo folgt, daß $P : p = G \times H : G \times h$ (§. 9. Ar.)

$$P : p = \frac{G \times H}{G} : \frac{G \times h}{G} \quad \text{(§. 18. Ar.)}$$

d. i. $P : p = H : h$ (§. 19. Arithm.)

Auf eben die Art läßt ſich ſchließen, daß, wenn

$$H = h \text{ und}$$

$$\underline{P : p = G \times H : g \times h}$$

$$P : p = G \times H : g \times H \quad (\S.\ 9.\ \text{Ar.})$$

$$P : p = \frac{G \times H}{H} : \frac{g \times H}{H} \quad (\S.\ 18.\ \text{Ar.})$$

$$\text{d. i.}\quad P : p = G : g \quad (\S.\ 19.\ \text{Ar.})$$

§. 132.

Da ein jeder geradliniger Triangel die Hälfte eines Parallelograms iſt, welches eben dieſelbe Grundlinie und Höhe hat (§. 102.), ſo muß der Inhalt eines geradlinigen Triangels ein halbes Product aus ſeiner Grundlinie in ſeine Höhe, oder welches eben ſo viel ſagen will, ein Product aus der halben Höhe in die ganze Grundlinie, oder ein Product aus der ganzen Höhe in die halbe Grundlinie ſeyn. Sollte man daher die Fläche eines Triangels, z. B. des Triangels NFQ (Fig. 64. Tab. 5.) ausrechnen, ſo erwähle man eine Seite, z. B. NQ, zur Grundlinie, ziehe aus der entgegengeſetzten Spitze die ſenkrechte Linie FB, welche in dieſem Falle die Höhe vorſtellt (§. 101.), ſo iſt $\frac{1}{2}NQ \times FB$ der Inhalt des Triangels NFQ. Aus eben dem Grunde würde der Inhalt des Triangels ACB (Fig. 65.), wenn man AB zur Grundlinie annehmen wollte, das Product $\frac{1}{2}AB \times CG$ ſeyn. (§. 101.) Es verſteht ſich aber von ſelbſt, daß man hier, wie bey den vorigen Beyſpielen, ſowohl die Höhe, als auch die Grundlinie meſſen und in gleichartige Zahlen verwandeln muß, wenn man ſie wirklich in einander multipliciren will. Es ſey z. B. in dem Triangel FNQ (Fig. 64.) die Grundlinie

NQ = 16″, die Höhe FB = 12″; ſo beträgt der Flächeninhalt dieſes Triangels $\frac{16 \times 12}{2} = 8 \times 12 = 16 \times 6 = 96$ Quadratzolle. Es ſey ferner in dem Triangel CAB (Fig. 65.) die Grundlinie AB = 13″, und die Höhe CG = 14″, ſo wird das halbe Product der Zahlen 13 und 14 d. i. 91, die Menge von Quadratzollen anzeigen, welche in dieſem Triangel enthalten ſind.

§. 133.

Weil ſich Parallelogramme, wenn ſie gleiche Grundlinien haben, wie die Höhen, und wenn ſie gleiche Höhen haben, wie die Grundlinien verhalten (§. 131.), ſo iſt klar, daß ſich auch Triangel von gleichen Grundlinien, wie die Höhen, und Triangel von gleichen Höhen, wie die Grundlinien verhalten müſſen; weil die Hälften eben das Verhältniß haben, wie die Ganzen (§. 103. Arithm.)

§. 134.

Da ſich alle geradlinige Figuren durch Diagonalen in Triangel zergliedern laſſen, ſo ſieht man leicht ein, wie es möglich ſey, jede geradlinige Figur auszumeſſen. Denn wäre z. B. das irreguläre Fünfeck ABSNQ (Fig. 66. Tab. 5.) gegeben, ſo dürfte man es nur durch die Linien SA und SQ, in die drey Triangel, ABS, ASQ und SQN zergliedern, jeden Triangel nach den vorigen Regeln ausrechnen, und den Inhalt aller drey Triangel zuſammen addiren; welche Summe der Inhalt der ganzen Figur ſeyn muß. Zwey Triangel, die eine gemeinſchaftliche Seite ha-

ben, und daher ein Trapezium ausmachen, wie z. B. (Fig. 66.) die beyden Triangel SAQ und SQN, laſſen ſich auf einmal ausrechnen, wenn man die gemeinſchaftliche Seite SQ in beyden Triangeln zur Grundlinie annimmt, und entweder die Hälfte derſelben in die Summe der beyden ſenkrechten Linien aus den gegenüberſtehenden Spitzen AF und PN, oder die Hälfte dieſer Summe in die ganze Grundlinie SQ multiplicirt.

§. 135.

Iſt die Figur, welche man quadriren ſoll, regulär, wie z. B. das Sechseck ABGQDN, (Fig. 68. Tab. 5.) ſo kann man die Rechnung geſchwinder vollenden, wenn man aus zwey unmittelbar auf einander folgenden Winkeln ein Paar Halbmeſſer, z. B. CD und CQ, ferner aus dem Mittelpuncte eine ſenkrechte Linie auf eine Seite ziehet, z. B. auf DQ, und das Product $\frac{1}{2}$ CP×DQ durch die Anzahl der Seiten, und alſo in dieſem Falle durch 6 multiplicirt; weil jedes reguläre Vieleck durch die Halbmeſſer, welche aus den Spitzen ſeiner Winkel gezogen werden, in lauter gleiche Triangel zergliedert wird (§. 115.), und die Anzahl ſolcher Triangel eben ſo groß ſeyn muß, als die Zahl der Seiten des Vielecks. Iſt nun der Inhalt dieſes Sechsecks $\frac{1}{2}$ CP× DQ×6, ſo iſt klar, daß ein Triangel eben ſo groß ſeyn würde, als dieſes Sechseck, wenn ſeine Höhe CP, und ſeine Grundlinie 6×DQ wäre. CP iſt der Abſtand einer Seite von dem Mittelpuncte, und 6×DQ die Summe aller Seiten dieſes Sechsecks. Folglich würde ein Triangel einer regulären Figur gleichen, wenn ſeine Grundlinie eben ſo groß

wäre, als die Summe aller Seiten, welche man auch den Perimeter der Figur zu nennen pflegt, und ſeine Höhe ſo groß, als der Abſtand einer Seite von dem Mittelpuncte.

§. 136.

Wenn man in einen Cirkel verſchiedene reguläre Vielecke beſchreibet; ſo wird man finden, daß ſie dem Cirkel immer näher kommen, je größer die Anzahl ihrer Seiten wird. So iſt z. B. (Fig. 70. Tab. 5.) das Achteck nicht ſo viel von dem Cirkel unterſchieden, als das Viereck, und das Sechzehneck noch weniger als das Achteck. Wollte man hier noch weiter gehen, und Vielecke von mehr Seiten beſchreiben; ſo würde man endlich ein ſolches Vieleck erhalten, deſſen Seiten faſt ganz in die Peripherie fielen, und deſſen Unterſchied von dem Cirkel nicht mehr zu bemerken wäre, in welchem Falle der Abſtand einer Seite von dem Mittelpuncte mit dem Halbmeſſer des Cirkels einerley ſeyn müßte. Schon in dem Sechzehnecke iſt die ſenkrechte Linie ci auf die Seite nm von dem Halbmeſſer ch, der Größe nach, nicht merklich unterſchieden. Man ſtellt ſich daher den Cirkel als eine reguläre geradlinige Figur vor, die unendlich viel Seiten hat; und da jede reguläre geradlinige Figur einem Triangel gleich iſt, deſſen Grundlinie ſo groß iſt, als die Summe aller Seiten, oder der Umfang der Figur, und deſſen Höhe ſo viel beträgt, als der Abſtand einer Seite von dem Mittelpuncte (§. 135.) ſo muß auch der Cirkel die Größe eines Triangels haben, deſſen Grundlinie der Peripherie, und deſſen Höhe dem Halbmeſſer des Cirkels gleichet. Man kann alſo den Cirkel qua-

driren, d. i. den Inhalt deſſelben finden, wenn man ſeine Peripherie in den halben Radium, oder welches eben ſo viel iſt, in den vierten Theil des Diameters multiplicirt. Aus eben der Urſache muß auch der Inhalt eines Sectors ein Product aus ſeinem Bogen in den halben Radium ſeyn.

§. 137.

Weil die Peripherie des Cirkels eine krumme Linie iſt, und daher durch eine gerade Linie nicht unmittelbar mit vollkommner Genauigkeit gemeſſen werden kann; ſo hat man ſich ſeit langen Zeiten Mühe gegeben, ein Paar Zahlen zu finden, welche das Verhältniß des Diameters zu der Peripherie ausdrücken. Bis jetzt hat man noch kein Verhältniß entdeckt, welches nach der größten mathematiſchen Schärfe richtig wäre; denn die bisherigen ſogenannten neuen Erfindungen von der Quadratur des Cirkels ſind alle unrichtig, und rühren meiſtentheils von Leuten her, die keine richtigen Begriffe von dieſen Dingen haben. Nach des Archimedis Beſtimmung verhält ſich der Diameter zu der Peripherie ohngefähr wie 7 : 22, welches Verhältniß aber nicht ſo genau iſt, als das gewöhnliche, deſſen man ſich meiſtentheils in der Ausübung zu bedienen pflegt, nämlich 100 : 314, bey welchem der Fehler nicht viel über $\frac{1}{1000}$ der Einheit beträgt, und welches eigentlich die erſten Ziffern desjenigen Verhältniſſes ſind, welche Ludolph von Cöln gefunden hat, nach deſſen Berechnung ſich der Diameter zu der Peripherie verhält, wie

100000000000000000000000000000000000

zu 314159265358979323846264338327950

Weil aber die Zahlen dieſes Verhältniſſes Glieder

von einer Reihe ſind, welche ins Unendliche fortgeht; ſo iſt klar, daß man es nicht für ganz vollkommen richtig halten kann, ob ſich gleich ſo viel erweiſen läßt, daß der Fehler, der hierbey noch begangen wird, nicht

$$\frac{1}{10000000000000000000000000000000000}$$

der Einheit ausmacht.

§. 138.

Wenn wir alſo unterdeſſen annehmen, daß ſich der Diameter zur Peripherie beynahe wie 100 : 314 verhält, welches ſich in der Trigonometrie durch eine leichte Rechnung wird zeigen laſſen, ſo läßt ſich durch Hülfe der Regel Detri zu dem gegebenen Diameter eines Cirkels die Peripherie, und daher auch, nach §. 134, der Inhalt des Cirkels ſelbſt leicht finden. Z. B. es ſey der Diameter eines gegebenen Cirkels 24′, ſo ſchließe man folgendergeſtalt, um die Peripherie zu finden:

$$100 : 314 = 24' : \text{Per.}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 1256 \\ 628 \\ \hline \end{array}$$

$$100)\,75{,}36\,(75'\tfrac{36}{100} = 75', 3'', 6''' = \text{Per.}$$

Verlangt man nun den Inhalt des Cirkels, ſo multiplicire man die gefundene Peripherie 7536‴ durch den vierten Theil des Diameters, wobey nur zu merken iſt, daß man dieſen vierten Theil auch durch Linien ausdrücken muß, weil die Peripherie Linien ent-

hält. Der vierte Theil des Diameters iſt in dem gegenwärtigen Falle 6′ oder 600″

$$\begin{array}{r} 7536'' \\ 600'' \\ \hline \end{array}$$

Inhalt des Cirkels 4521600□″
d. i. 4□°, 52□′, 16□″. (§. 128.)

§. 139.

Soll der Inhalt eines gegebenen Sectors, z. B. des Sectors ABNF (Fig. 71. Tab. 5.) gefunden werden, ſo meſſe man erſtlich, vermittelſt eines Maaßſtabes, den Halbmeſſer AB oder BN, und vermittelſt eines Transporteurs, den Winkel ABN. Es ſey z. B. der Halbmeſſer AB = 18 Schuh, und der Winkel ABN = 80 Grad; nun unterſuche man, wie viel der Bogen AFN, der eben ſo viel Grad enthält, als der Winkel ABN, nach dem Längenmaaße beträgt. Dieſes aber läßt ſich finden, wenn man durch Hülfe des vorigen Verhältniſſes aus dem Halbmeſſer die halbe Peripherie berechnet, (weil man hier die ganze Peripherie nicht nöthig hat,) und hernach ſo ſchließet: wie ſich die halbe Peripherie in Graden, zu dem Bogen AFN in Graden verhält; ſo verhält ſich auch die halbe Peripherie in Längenmaaße, zu dem Bogen AFN in ſolchem Maaße. Weiß man nunmehr den Bogen AFN nach eben dem Längenmaaße, wodurch der Halbmeſſer beſtimmt worden iſt, ſo multiplicire man denſelben in den halben Radium, ſo zeigt das Product den verlangten Inhalt des gegebenen Sectors an (§. 136.). Die Rechnung ſelbſt würde folgende ſeyn. Weil ſich die Halben wie die Ganzen verhalten; ſo kann man nicht

nur ſchließen, daß ſich 100 zu 314 verhält, wie der ganze Diameter zu der ganzen Peripherie, ſondern auch wie der halbe Diameter zu der halben Peripherie. Folglich läßt ſich die halbe Peripherie aus dem gegebenen Halbmeſſer AB = 18′ alſo finden:

$$100 : 314 = 18' : \tfrac{1}{2}\,\text{Per.}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 2512 \\ 314 \\ \hline 100)\,56{,}52\,(56'\tfrac{52}{100} = 56',\ 5'',\ 2''' = \tfrac{1}{2}\,\text{Per.} \end{array}$$

Da nun die halbe Peripherie 180° und der Bogen des Sectors 80° enthält, ſo ſchließe man ferner:

$$\frac{18\not{0}^\circ}{2)\ 9} : \frac{8\not{0}^\circ}{4} = \frac{5652''' : \text{AFN}}{22608\ (4}$$

$$9)\ 2512''' = \text{Bog. AFN}$$

$$900''' = 9' = \tfrac{1}{2}\,\text{AB} = \tfrac{1}{2}\,\text{BF}$$

Folglich $\text{ABNF} = 2260800\square''' = 2\square^\circ,\ 26\square',\ 08\square''$ (§. 128.)

§. 140.

Weil der Sector ABNF (Fig. 71.) wenn man die Sehne AN ziehet, aus dem geradlinigen Triangel ABN, und dem Segment AFNA beſteht; ſo iſt klar, daß ſich der Inhalt des Segments finden läßt, wenn man den Inhalt des Triangels ABN, von dem Inhalte des Sectors ABNF ſubtrahirt.

Viertes Kapitel.

Von der Aehnlichkeit der Figuren.

§. 141.

Man nennt diejenigen Figuren von einer Art ähnlich, in welchen gleiche Winkel und proportionirliche Seiten angetroffen werden, und zeigt die Aehnlichkeit durch das Zeichen ∽ an, wie ſchon oben (§. 25.) angemerkt worden iſt. Es gehört alſo zur Aehnlichkeit der Figuren dreyerley, nämlich erſtlich eine gleiche Anzahl von Seiten, denn ein Dreyeck z. B. kann einem Vierecke nicht ähnlich ſeyn; zweytens einerley Winkel, und drittens einerley Verhältniß derjenigen Seiten, die einerley Winkel einſchließen.

§. 142.

Es iſt daher jeder gleichſeitige Triangel einem andern gleichſeitigen Triangel, jedes Quadrat einem andern Quadrate, jedes reguläre Fünfeck einem andern regulären Fünfecke ähnlich; und überhaupt ſind alle reguläre Figuren, die eine gleiche Anzahl von Seiten haben, folglich auch alle Cirkel einander ähnlich; weil man ſich die Cirkel als reguläre Vielecke von einer unendlichen Anzahl Seiten vorſtellen kann (§. 136.).

§. 143.

Lehrſatz. Wenn in einem geradlinigen Triangel eine Linie parallel mit einer Seite gezogen, und bis an die andern beyden Seiten des

Triangels verlängert wird; ſo verhalten ſich die beyden Seiten, welche dieſe Parallellinie durchſchneidet, eben ſo, wie die obern oder untern Theile, welche durch dieſe Parallellinie auf den beyden Seiten abgeſchnitten werden.

Es ſey (Fig. 72. Tab. 5.) in dem Triangel PQR die Linie NM parallel mit der Seite QR; ſo muß ſich verhalten

PQ : PR = PN : PM

und PQ : PR = NQ : MR

Beweis.

Man ziehe die geraden Linien NR und MQ, ſo iſt

△NMQ = △NMR (§. 100.)

△NPM = △NPM

Folglich △NMQ + △NPM = △NMR + △NPM (§. 13. Arithm.)

d. i. △QPM = △RPN (§. 10. Ar.)

Nimmt man nun in den beyden Triangeln QPM und NPM die Seiten PQ und PN zu Grundlinien an; ſo haben ſie eine gemeinſchaftliche Spitze M, und folglich einerley Höhe (§. 101.), welches auch von den Triangeln RPN und NPM gilt, welche die gemeinſchaftliche Spitze N, und daher einerley Höhe haben, wenn man die Seite PR und PM als die Grundlinien betrachtet. Es verhält ſich daher

△QPM : △NPM = PQ : PN (§. 133.)

und weil △QPM = △RPN nach d. vorigen Beweiſe

△RPN : △NPM = PQ : PN (§. 9. Ar.)

Ferner △RPN : △NPM = PR : PM (§. 133.)

PQ : PN = PR : PM (§. 11. Ar.)

Folglich altern. PQ : PR = PN : PM (§. 100. Ar.)

Aus der vorigen Proportion

PQ : PN = PR : PM, folgt ferner

PQ—PN : PN = PR—PM : PM (§. 106. Ar.)

d. i. NQ : PN = MR : PM

altern. NQ : MR = PN : PM (§. 100. Arithm.)
PQ : PR = PN : PM wie ſchon erwieſen worden.

Folgl. auch PQ : PR = NQ : MR (§. 11. Arithm.)

§. 144.

Lehrſatz. Wenn zwey Seiten eines geradlinigen Triangels durch eine gerade Linie dergeſtalt durchſchnitten werden, daß ſich dieſelben eben ſo verhalten, wie die obern oder wie die untern Theile, die dadurch entſtehen; ſo muß dieſe gerade Linie mit der entgegenſtehenden Seite des Triangels parallel ſeyn.

Es durchſchneide die Linie DF (Fig. 73. Tab. 5.) die Seiten AB und AC des Triangels ABC, und es verhalte ſich

AB : AC = AD : AF

ſo iſt DF parallel mit BC.

Beweis.

Will man nicht zugeben, daß DF unter der angenommenen Bedingung parallel mit BC ſey; ſo ziehe man eine andere Linie durch den Punct D parallel mit BC (§. 67.). Dieſe Parallellinie muß entweder über oder unter DF fallen. Wir wollen ſetzen, ſie falle unter DF, und heiße DN; ſo verhält ſich

AB : AC = AD : AN (§. 143.)

Aber AB : AC = AD : AF vermöge der angenommenen Bedingung.

Alſo auch AD : AF = AD : AN (§. 11. Ar.)

altern. AD : AD = AF : AN (§. 100. Arithm.)

Nun iſt AD = AD

Folglich auch AF = AN

Das heißt, der Theil AF iſt ſo groß, wie das Ganze AN. Da nun dieſes unmöglich iſt, und man dieſe Unmöglichkeit auch erhalten würde, wenn man annähme, die Parallellinie mit BC durch den Punct D fiele über DF, ſo iſt klar, daß unter der angenommenen Bedingung DF ſelbſt mit BC parallel ſeyn müſſe.

§. 145.

Lehrſatz. Wenn in einem Triangel zwey Winkel, einzeln genommen, eben ſo groß ſind, als zwey Winkel in einem andern Triangel, ſo ſind die beyden Triangel einander ähnlich, d. h. es iſt auch der dritte Winkel des erſten Triangels ſo groß, als der dritte Winkel des andern, und die Seiten, welche einerley Winkel einſchließen, und einerley Winkeln gegenüberſtehen, haben in beyden Triangeln einerley Verhältniß.

Es ſey (Fig. 75. Tab. 5.) in den beyden Triangeln CAG und cag

C = c

A = a

ſo iſt △CAG ∽ △cag

d. h. auch G = g

und CA : CG = ca : cg

CA : AG = ca : ag

AG : GC = ag : gc

Beweis.

Die Gleichheit der Winkel G und g folgt ſchon aus der Gleichheit der übrigen beyden, weil man den dritten Winkel in einem Triangel erhält, wenn man die Summe der erſten beyden von 180 Grad abzieht, und in dieſem Falle es alſo gleichviel wäre, ob man A + C oder a + c von 180 Gr. ſubtrahirte (§. 71.). Daß aber die Seiten, welche einerley Winkel in beyden Triangeln einſchließen, einerley Verhältniß haben, läßt ſich folgendergeſtalt zeigen. Man trage auf die Schenkel des Winkels C in dem größern Triangel, die beyden Seiten, welche den Winkel c, der ihm gleich iſt, in dem kleinern Triangel einſchließen, und mache alſo

$$CR = ca$$

und $CQ = cg$

Weil nun auch $C = c$ vermöge der Beding.

ſo iſt, wenn man die Linie RQ ziehet

$\triangle CRQ = \triangle cag < CRQ = a$ (§. 37.)

Und weil $A = a$ vermöge der Beding.

$< CRQ = A$ (§. 11. Arithm.)

Folglich RQ parallel mit AG (§. 62.)

Und daher $CA : CG = CR : CQ$ (§. 143.)

$CR = ca$ und $CQ = cg$ vermöge der Conſtruction.

Alſo auch $CA : CG = ca : cg$ (§. 9. Arithm.)

Auf eben die Art wird bewieſen, daß auch die übrigen Seiten in beyden Triangeln, die einerley Winkel einſchließen, einerley Verhältniß haben. Denn man trage nunmehr auf die Schenkel des Winkels A in dem größern Triangel, die Seiten ca und ag, welche den gleichen Winkel a in dem andern Triangel einſchlieſſen, und ziehe die Linie NM, ſo iſt

NA = ca
und AM = ag
A = a vermöge der Beding.

Folgl. △ ANM = △ acg < ANM = c (§. 37.)
C = c verm. d. Bed.

Daher auch < ANM = C (§. 11. Ar.)

Folglich NM parallel mit CG (§. 62.)

und daher CA : AG = NA : AM (§. 143.)
ca = NA und ag = AM verm. d. Conſt.

Alſo CA : AG = ca : ag

Wenn man die vorige Proportion

CA : CG = ca : cg

und die jetzt erwieſene

CA : AG = ca : ag

mit einander vergleicht, ſo wird man auch die Wahrheit der dritten Proportion, welche noch zur Aehnlichkeit dieſer beyden Triangel gehört,

AG : GC = ag : gc

ohne Schwierigkeit einſehen. Denn ſchließt man aus dieſen beyden Proportionen alternando, ſo erhält man folgende:

CA : ca = CG : cg
CA : ca = AG : ag (§. 100. Arithm.)

AG : ag = CG : cg (§. 11. Ar.)

Folgl. alt. AG : CG = ag : cg (§. 100. Ar.)

§. 146.

Wenn alſo in einem Triangel eine Linie, wie NM (Fig. 72. Tab. 5.) parallel mit einer Seite QR gezogen wird; ſo muß der obere Theil des Triangels, nähmlich der kleinere Triangel PNM dem ganzen Triangel PQR ähnlich ſeyn; woraus ſich außer den §. 143 angeführten Proportionen noch folgende herleiten laſſen:

PN : NM = PQ : QR
oder alt. PN : PQ = NM : QR (§. 100. Ar.)
PM : MN = PR : QR
oder alt. PM : PR = NM : QR (§. 100. Ar.)

§. 147.

Lehrſatz. Wenn ein Winkel in einem Triangel ſo groß iſt, als ein Winkel in einem andern Triangel, und die beyden Seiten, welche dieſen Winkel einſchließen, in beyden Triangeln einerley Verhältniß haben, ſo ſind dieſe Triangel einander ähnlich.

Es ſey (Fig. 75. Tab. 5.) in den Triangeln CAG und cag

C = c
und CA : CG = ca : cg
ſo iſt △ CAG ∽ △ cag

Beweis.

Man mache CR = ca
und CQ = cg
ſo iſt, weil C = c vermöge der Bedingung.
der Winkel CRQ = a (§. 37.)

Weil nun ferner, vermöge der angenommenen Bedingung des Satzes,

CA : CG = ca : cg
d. i. CA : CG = CR : CQ (§. 9. Ar.)
Alſo RQ parallel mit AG (§. 144.)
Und daher < CRQ = A (§. 65.)
Es war aber vorhin < CRQ = a
Folglich A = a (§. 11. Ar.)

und daher der Triangel CAG dem Triangel cag ähnlich (§. 145.).

§. 148.

Lehrſatz. Wenn alle drey Seiten in einem

Triangel eben das Verhältniß haben, wie die drey Seiten in einem andern Triangel, ſo müſſen die beyden Triangel einander ähnlich ſeyn, d. h. es müſſen auch die Winkel, die von proportionirlichen Seiten eingeſchloſſen werden, in beyden Triangeln einander gleich ſeyn.

Wenn (Fig. 75. Tab. 5.)

$CA : CG = ca : cg$

und $CG : AG = cg : ag$

ſo iſt $C = c$

$G = g$

$A = a$

Beweis.

Man mache wieder $CR = ca$ und $CQ = cg$, und ziehe die gerade Linie RQ. Weil nun, vermöge der angenommenen Bedingung,

$CA : CG = ca : cg$

ſo verhält ſich auch $CA : CG = CR : CQ$ (§. 9. Ar.)

Folglich RQ parallel mit AG (§. 144.)

und daher $CQ : RQ = CG : AG$ (§. 146.)

$CG : AG = cg : ag$ per Hyp.

$CQ : RQ = og : ag$ (§. 11. Ar.)

alternando $CQ : cg = RQ : ag$ (§. 100 Ar.)

$CQ = cg$ vermöge der Conſtruction.

Folglich auch $RQ = ag$ (§. 89. Arithm.)

$C = c$ }
$\angle CQR = g$ } (§. 41.)

$\angle CQR = G$ (§. 65.)

Alſo auch $G = g$ (§. 11. Arithm.

und $A = a$ (§. 71.)

§. 149.

Aus dieſen drey Lehrſätzen von der Aehnlichkeit der Triangel laſſen ſich auch dreyerley Arten, ähnliche Triangel zu beſchreiben, herleiten, wovon in dem folgenden Capitel Beyſpiele vorkommen werden.

§. 150.

Aufgabe. Zu drey gegebenen Linien die vierte Proportionallinie zu finden.

Aufloſung.

Es mögen (Fig. 74. Tab. 5.) FB, NR und QS die drey gegebenen Linien ſeyn, zu welchen die vierte Proportionallinie geſucht werden ſoll. Man trage erſtlich auf die Schenkel eines Winkels A, den man ſich nach Belieben erwählen kann, die erſten beyden von den gegebenen Linien, ſo daß AF = FB und AN = NR wird, und ziehe die gerade Linie FN. Auf denjenigen Schenkel, auf welchen man die erſte Linie getragen hat, trage man auch die dritte, und mache alſo AS = SQ. Durch den Punct S ziehe man die Linie SM parallel mit FN; ſo muß AM die verlangte vierte Proportionallinie ſeyn; d. h. es muß ſich verhalten

FB : NR = SQ : AM

Beweis.

Weil vermöge der Conſtruction FN parallel mit SM

ſo verhält ſich AF : AN = AS : AM (§. 143.)

und weil AF = FB, AN = NR und AS = SQ

ſo folgt, daß FB : NR = SQ : AM (§. 9. Ar.)

§. 151.

Sollte zu zwey gegebenen Linien die dritte Proportionallinie gefunden werden, in welchem Falle je-

derzeit von einer ſtetigen Proportion die Rede iſt, ſo darf nur die zweyte Linie zweymal geſetzt, und zugleich als die dritte betrachtet werden.

§. 152.

Aufgabe. Zu zwey gegebenen Linien die mittlere Proportionallinie zu finden.

Aufloſung.

Es mögen (Fig. 79. Tab. 6.) die beyden Linien, zu welchen die mittlere Proportionallinie geſucht werden ſoll, PA und MC ſeyn. Man trage dieſelben auf eine gerade Linie neben einander, und mache

$$CN = PA$$

und $$NG = MC$$

Die Linie CG, welche die Summe der beyden gegebenen Linien iſt, theile man in zwey gleiche Theile, und beſchreibe mit der Hälfte QC den halben Cirkel CBG. Hierauf errichte man aus dem Puncte N, wo die beyden gegebenen Linien an einander geſetzet worden ſind, eine ſenkrechte Linie, und verlängere dieſelbe bis an die Peripherie dieſes halben Cirkels; ſo muß die Linie BN die mittlere Proportionallinie zu den beyden gegebenen Linien PA und MC ſeyn; d. h. es muß ſich verhalten

$$PA : BN = BN : MC$$

Beweis.

Man ziehe die Linien BC und BG, ſo iſt der Winkel CBG, als ein Peripheriewinkel, der auf den Endpuncten eines Diameters ſteht, ein rechter Winkel (§. 84.). Da nun, weil BN auf CG ſenkrecht gezogen worden iſt, r ebenfalls ein rechter Winkel ſeyn muß, ſo folgt, daß

CBG = r
G = G (§. 9. Arithm.)

alſo auch o = G (§. 71.)
r = n vermöge der Conſtruction.

Folglich △ CBN ∽ △ BNG (§. 145.)
und CN : BN = BN : NG
oder weil CN = PA und NG = MC vermöge der Conſtruction.

PA : BN = BN : MC

§. 153.

Der Triangel CBG iſt, wie vorhin erwieſen wurde, ein rechtwinklichter Triangel, CG die Hypotenuſe, und BN ſenkrecht auf derſelben. Weil ſich nun verhält

CN : BN = BN : NG

ſo iſt klar, daß die ſenkrechte Linie, welche man in einem rechtwinklichten Triangel aus der Spizze des rechten Winkels auf die Hypotenuſe ziehen kann, die mittlere Proportionallinie zwiſchen den beyden Theilen der Hypotenuſe iſt, die durch dieſe ſenkrechte Linie abgeſchnitten werden. Und weil auch CG der Diameter in dem halben Cirkel CBG iſt; ſo erhellet zugleich, ohne fernern Beweis, die Wahrheit des folgenden Satzes. Wenn man aus einem beliebigen Puncte der Peripherie eines Cirkels eine Linie ſenkrecht auf den Diameter ziehet; ſo iſt dieſe ſenkrechte Linie allemal die mittlere Proportionallinie zu den beyden durch dieſelbe abgeſchnittenen Theilen des Diameters.

§. 154.

Aufgabe. Eine gegebene gerade Linie in ſo viel gleiche Theile zu theilen, als verlangt wird.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 77. Tab. 6.) die gegebene Linie PN in drey gleiche Theile zu theilen. Man trage auf eine Linie von unbeſtimmter Länge, z. B. auf BR, ſo viel gleiche willkührliche Theile, als die gegebene Linie enthalten ſoll, alſo in dem gegenwärtigen Falle drey, und mache daher BM = MQ = QC. Ueber die Linie BC, welche aus den drey gleichen Stücken beſtehet, beſchreibe man den gleichſeitigen Triangel ABC, trage auf zwey Seiten dieſes Triangels, z. B. auf AB und AC die gegebene Linie PN, ſo daß AF = AG = PN; ziehe alsdenn die Linie FG, und verbinde die Spitze des Triangels A mit den Puncten M und Q durch gerade Linien, ſo muß die Linie FG der gegebenen Linie PN gleich, und FS der dritte Theil von FG oder PN ſeyn.

Beweis.

Weil AB = AC und AF = AG, vermöge der Conſtruction; ſo verhält ſich

AB : AC = AF : AG

und daher iſt FG parallel mit BC (§. 144.)

Alſo auch AB : BC = AF : FG (§. 146.)

AB = BC vermöge der Conſtruction.

Folglich auch AF = FG

Nun iſt AF = PN vermöge der Conſtr.

Folglich auch FG = PN (§. 11. Ar.)

Weil nun FG parallel mit BC, und alſo auch FS parallel mit BM iſt; ſo folgt, daß

AF : FS = AB : BM (§. 146.)

AF = FG und AB = BC

FG : FS = BC : BM (§. 9. Ar.)

BC : BM = 3 : 1 vermöge der Conſtr.

Folgl. auch GF : FS = 3 : 1 (§. 11. Ar.)

Von den übrigen Theilen der Linie BC, welche durch die Linien AM und AQ abgeſchnitten werden, läßt ſich eben dieſes behaupten, wie jeder, dem das vorige verſtändlich geweſen iſt, von ſelbſt einſehen wird. Durch Hülfe der Parallellinien kann man ebenfalls eine gerade Linie in ſo viel gleiche Theile zergliedern, als verlangt wird, wie bey der Conſtruction des verjüngten Maaßſtabes gezeigt werden ſoll.

§. 155.

Auf eben die Art läßt ſich auch eine gegebene Linie z. B. FR (Fig. 78.) nach eben der Proportion theilen, nach welcher eine andere gegebene Linie z. B. NQ eingetheilt iſt. Denn man beſchreibe über die Linie NQ einen gleichſeitigen Triangel, und trage auf die Seiten CN und CQ die gegebene Linie FR, ſo daß CP = CS = FR, ziehe die Linien PS, CF und CG, ſo muß PS = FR, und nach eben dem Verhältniſſe, wie NQ getheilt ſeyn.

§. 156.

Lehrſatz. Wenn von einem Puncte, auſſerhalb der Peripherie eines Cirkels, zwey gerade Linien in den Cirkel gezogen werden; ſo verhalten ſich dieſe Linien umgewendet wie ihre Theile, die ſich außer dem Cirkel zwiſchen dem Puncte und der Peripherie befinden.

Es ſey (Fig. 108. Tab. 12.) von dem Puncte A ſowohl die gerade Linie AN, als auch AQ, in den Cirkel CPQN bis an die Peripherie gezogen; ſo verhält ſich

$$AN : AQ = AP : AC$$

Beweis.

Man ziehe die geraden Linien CP und NQ, ſo entſtehen die Triangel ACP und ANQ, deren Aehn-

lichkeit ſich folgendergeſtalt zeigen läßt. Der Winkel CPQ iſt ein Winkel an der Peripherie, und hat daher zu ſeinem Maaße den halben Bogen CNQ, auf welchem er ſtehet (§. 83.). Der Winkel bey N iſt ebenfalls ein Winkel an der Peripherie, und daher der halbe Bogen CPQ ſein Maaß. Da nun beyde Bogen die ganze Peripherie oder 360° ausmachen, ſo iſt klar, daß die Summe dieſer beyden Winkel 180 Grad beträgt. Iſt alſo

$CPQ + N = 180^\circ$
und $CPQ + CPA = 180^\circ$ (§. 55.)

ſo iſt $CPQ + N = CPQ + CPA$ (§. 11. Ar.)

Folglich $N = CPA$ (§. 14. Ar.)
und weil $A = A$

ſo iſt $\triangle ANQ \sim \triangle ACP$
und $AN : AQ = AP : AC$ (§. 145.)

§. 157.

Lehrſatz. Sind zwey Figuren einander ähnlich, ſo verhalten ſich ihre Perimeter, wie diejenigen einzelnen Seiten in beyden Figuren, die an einerley Winkel liegen.

Es ſey (Fig. 85. Tab. 9.) die Figur dfabc der Figur DFABC ähnlich, und es bezeichne p den Perimeter der kleinern, P aber den Perimeter der größern Figur, d. h.

es ſey $p = fa + ab + bc + cd + df$
und $P = FA + AB + BC + CD + DF$

ſo verhält ſich $p : P = df : DF$
oder $= fa : FA$
oder $= ab : AB$
oder $= bc : BC$
oder $= cd : CD$

Beweis.

Weil, vermöge der Vorausſetzung die beyden Figuren einander ähnlich ſeyn ſollen, ſo müſſen nicht

nur die Winkel in der einen Figur eben ſo groß, wie in der andern Figur ſeyn, ſondern auch die Seiten, die zwiſchen einerley Winkel liegen, in beyden Figuren einerley Verhältniß haben. Sind z. B. die Winkel f, a und b den Winkeln F, A und B gleich, ſo wird ſich verhalten

$fa : ab = FA : AB$ (§. 141.)

compon. $fa + ab : ab = FA + AB : AB$ (§. 105.)

altern. $fa + ab : FA + AB = ab : AB$ (§. 100. Arithm.)

$ab : AB = bc : BC$ vermöge der Bedingung.

$fa + ab : FA + AB = bc : BC$ (§. 11. Ar.)

altern. $fa + ab : bc = FA + AB : BC$ (§. 100. Ar.)

$fa + ab + bc : bc = FA + AB + BC : BC$ (§. 105. Ar.)

$fa + ab + bc : FA + AB + BC = bc : BC$ (§. 100. Ar.)

$bc : BC = cd : CD$ wegen der Aehnlichkeit der Figuren.

$fa + ab + bc : FA + AB + BC = cd : CD$ (§. 11. Ar.)

$fa + ab + bc : cd = FA + AB + BC : CD$ (§. 100. Ar.)

$fa + ab + bc + cd : cd = FA + AB + BC + CD : CD$ (§. 105. Ar.)

$fa + ab + bc + cd : FA + AB + BC + CD = cd : CD$ (§. 100. Ar.)

$cd : CD = df : DF$ wegen der Aehnlichkeit der Figuren.

$fa + ab + bc + cd : FA + AB + BC + CD = df : DF$ (§. 11. Ar.)

$fa + ab + bc + cd : df = FA + AB + BC + CD : DF$ (§. 100. Ar.)

$fa + ab + bc + cd + df : df = FA + AB + BC + CD + DF : DF$ (§. 105. Ar.)

$fa + ab + bc + cd + df : FA + AB + BC + CD + DF = df : DF$ (§. 100. Ar.)

d. i. $p : P = df : DF$

Da ſich nun, vermöge der Aehnlichkeit beyder Figuren, die Seiten df und DF eben ſo verhalten, wie die Seiten fa und Fa, und dieſe wie ab und AB u. ſ. f. ſo iſt klar, daß man ſtatt des Verhältniſſes df : DF auch das Verhältniß fa : FA oder ab : AB u. ſ. f. ſetzen kann.

§. 158.

Man ziehe in den beyden ähnlichen Figuren (Fig. 85.) Diagonallinien aus gleichen Winkeln, z. B. fc und FC, ferner ac und AC; ſo muß der Triangel fdc dem Triangel FDC, der Triangel fac dem Triangel FAC, und der Triangel abc dem Triangel ABC ähnlich ſeyn. Denn da die beyden Figuren, vermöge der angenommenen Bedingung, einander ähnlich ſind, und folglich gleiche Winkel und proportionirliche Seiten haben; ſo iſt

$$d = D$$
$$fd : dc = FD : DC$$

Folglich $\left.\begin{array}{l}\triangle fdc \backsim \triangle FDC \\ \text{und} < dfc = < DFC\end{array}\right\}$ (§. 147.)

Auf eben die Art iſt klar, weil

$$b = B$$
und $ab : bc = AB : BC$

daß $\left.\begin{array}{l}\triangle abc \backsim \triangle ABC \\ < cab = < CAB\end{array}\right\}$ (§. 147.)

Weil nun, vermöge der Bedingung des Satzes, nämlich vermöge der Aehnlichkeit beyder Figuren,

$$< dfa = < DFA$$
und $< dfc = < DFC$ wie jetzt erwieſen wurde

ſo iſt $< dfa - < dfc = < DFA - < DFC$ (§. 14. Ar.)

d. i. $< cfa = < CFA$

Weil ferner, wegen Aehnlichkeit der Figuren,

$<fab = <FAB$

und $<cab = <CAB$ wie vorh. erwieſ. word.

ſo iſt auch $<fab - <cab = <FAB - <CAB$ (§. 14. Ar.)

d. i. $<fac = <FAC$

Folglich $\triangle fca \backsim \triangle FCA$ (§. 145.)

Eben dieſe Art zu ſchließen würde auch Statt finden, wenn von ähnlichen Sechsecken, Siebenecken und andern Vielecken, die durch ähnlich liegende Diagonalen in Triangel zergliedert worden, die Rede wäre. Man kann ſich alſo durch vorigen Beweis von der Wahrheit des allgemeinen Satzes überzeugen, daß alle ähnliche Figuren durch Diagonallinien aus gleichen Winkeln in ähnliche Triangel zertheilt werden.

§. 159.

Es verhalten ſich daher die Perimeter ähnlicher Figuren auch wie alle Diagonallinien, die aus einerley Winkel gezogen werden. Z. B. in den vorigen beyden Figuren

$$p : P = fc : FC = ac : AC$$

Beweis.

Weil $\triangle dfc \backsim \triangle DFC$ (§. 158.)

und daher $df : fc = DF : FC$ (§. 141.)

oder altern. $df : DF = fc : FC$

und $p : P = df : DF$ (§. 157.)

ſo folgt, daß $p : P = fc : FC$ (§. 11. Ar.)

und weil $fc : FC = ac : AC$ (§. 141.)

ſo verhält ſich auch $p : P = ac : AC$ (§. 11. Ar.)

§. 160.

Da man ſich die Cirkel als geradlinige Figu-

ren von unendlich viel Seiten vorſtellen kann, und alle Cirkel einander ähnlich ſind (§. 142.); ſo müſſen ſich die Peripherien der Cirkel wie ihre Diameter verhalten, weil man die Diameter als Diagonallinien, die aus einerley Winkeln gezogen werden, betrachten kann.

§. 161.

Wir wollen daher zwey Cirkel mit einander vergleichen. Der erſte Cirkel heiße c, ſein Diameter d, und ſeine Peripherie p; der andere C, ſein Diameter D, und die Peripherie P: ſo iſt, weil man den Inhalt eines Cirkels findet, wenn man den vierten Theil des Diameters in die Peripherie multiplicirt,

$$\left.\begin{array}{l} c = \frac{1}{4}\,dp \\ C = \frac{1}{4}\,DP \end{array}\right\} \quad (\S.\ 138.)$$

Folglich $c : C = \frac{1}{4}\,dp : \frac{1}{4}\,DP$

und daher $c : C = dp : DP$ (§. 101. Ar.)

oder $c : C = d : D + p : P$ (§. 110. Ar.)

$p : P = d : D$ (§. 110. Ar.)

Folglich $c : C = d : D + d : D$ (§. 9. Ar.)

oder $c : C = d \times d : D \times D$ (§. 110. Ar.)

d. h. die Cirkelflächen verhalten ſich wie die Quadrate ihrer Diameter. Iſt alſo der Diameter eines Cirkels zwey Mal ſo groß, als der Diameter eines andern Cirkels; ſo iſt der erſte Cirkel ſelbſt vier Mal größer, als der andere. Wäre der Diameter eines Cirkels drey Mal ſo groß, als der Diameter eines andern; ſo würde der erſte Cirkel ſelbſt 9 Mal größer ſeyn, als der andere u. ſ. f.

§. 162.

Weil der Radius die Hälfte eines Diameters iſt, und das Verhältniß der Hälften und der Ganzen einerley ſeyn muß (§. 103. Ar.); ſo iſt klar, daß ſich auch die Peripherien der Cirkel, wie die Halbmeſſer derſelben, und die Cirkelflächen ſelbſt wie die Quadrate ihrer Halbmeſſer verhalten müſſen.

Fünftes Kapitel.

Von der Ausübung der Geometrie auf dem Felde.

§. 163.

Damit Anfänger doch einigermaßen den Nutzen einſehen mögen, welchen die bisher erklärten geometriſchen Sätze auch im gemeinen Leben haben; ſo ſoll jetzt kürzlich gezeigt werden, wie man durch Hülfe derſelben Weiten, Höhen und Flächen auf dem Felde meſſen könne. Da aber der enge Raum dieſer Blätter keine ausführliche Abhandlung über dieſe Materie erlaubet, ſo kann ich mich hier in keine genaue Beſchreibung der Inſtrumente, die zu der Ausübung der Geometrie nöthig ſind, einlaſſen, zumal da hierzu viele Zeichnungen nöthig ſeyn würden, und Anfänger über dieſes bey einem Mechanicus viel deutlichere Begriffe, als bey einem Schriftſteller, von dieſen Dingen erlangen können. Ausführliche

und deutliche Belehrung über die Anwendung der Geometrie auf das Feldmeſſen findet man unter andern in der von dem Herrn Geh. Rath Böhm zu Gieſen herausgegebenen gründlichen Anleitung zur Meßkunſt auf dem Felde; ingleichen in Hrn. Joh. Tob. Mayers gründlichem und ausführlichem Unterrichte zur praktiſchen Geometrie.

§. 164.

Jede Ausmeſſung einer Weite und Höhe, die ſich nicht unmittelbar meſſen läßt, wird dadurch bewerkſtelliget, daß man ſich die gerade Linie, wodurch die Entfernung oder Höhe eines Orts beſtimmt wird, als die Seite eines Triangels vorſtellt, und von dieſem Triangel ſo viel zu finden ſucht, als hinlänglich iſt, einen gleichen oder ähnlichen Triangel zu machen; daher man die folgenden Aufgaben leicht verſtehen wird, wenn man die Sätze von der Gleichheit und Aehnlichkeit der Triangel wohl verſtanden hat.

§. 165.

Die Puncte pflegt man ſich auf dem Felde durch Stäbe vorzuſtellen, die man ſenkrecht in die Erde ſteckt, wofern nicht ſchon an dem Orte, wo das Ende einer Linie ſeyn ſoll, ein Baum oder anderes Merkmal ſich befindet. Die geraden Linien, welche nicht allzulang ſind, beſtimmt man durch zwey Stäbe, die man an ihre Endpuncte ſetzet. Bey langen Linien pflegt man auch in der Mitte noch einige Stäbe einzuſtecken. Man kann aber leicht ſehen, ob ein mittler Stab mit den beyden äuſſerſten, welche die Endpuncte vorſtellen, in gerader Linie ſtehet, wenn man mit einem Auge von dem einen der äuſ-

ſerſten Stäbe gegen den andern zu ſiehet, und Achtung gibt, ob alle mittlere Stäbe dadurch verdeckt werden.

§. 166.

Zu der unmittelbaren Meſſung der Linien auf dem Felde bedient man ſich gemeiniglich einer Kette, Stange, oder Schnur, welche in Ruthen und Schuh eingetheilt ſind. Auch laſſen ſich dergleichen Meſſungen, ſonderlich wenn ſie ſehr lange Linien betreffen, vermittelſt beſonders hierzu verfertigter Räder bewerkſtelligen. Bey den Schnuren iſt nur dieſes zu merken, daß ſie von der Feuchtigkeit der Luft viel kürzer, und von der Trockenheit derſelben viel länger werden, wofern ſie nicht zuvor in Leinöl geſotten, und durch und durch mit Wachs getränkt worden ſind.

§. 167.

Durch Hülfe einer bloßen Schnur oder Kette läßt ſich leicht ein Winkel auf dem Felde an jedem Puncte einer gegebenen Linie tragen, wenn man nur dasjenige auf dem Felde verrichtet, was oben (§. 46.) auf dem Papiere gezeigt worden iſt. Denn es ſey (Fig. 34. Tab. 3.) A ein Winkel auf dem Felde, und C ein gegebener Punct einer geraden Linie, an welchen der Winkel A geſetzt werden ſoll. Man erwähle ſich auf den Schenkeln des Winkels A zwey beliebige Puncte, z. B. N und G. Hierauf meſſe man erſtlich die Linie AG und mache CD=AG. Ferner meſſe man auch AN und NG, und mache ſich eine Schnur, die ſo groß iſt, als beyde Linien zuſammen genommen, doch ſo, daß man ſich den Punct N, welcher der Endpunct von AN iſt, durch ein Merkmal an der Schnur

bezeichnet. Die beyden Enden dieſer Schnur ſtecke man an die Puncte C und D, dehne ſie alsdenn an dem Puncte N aus, und ſtecke an den Ort B, wo dieſer Punct hintrift, einen Stab; ſo muß der Winkel C, welchen die Linien BC und DC mit einander machen, dem Winkel A vollkommen gleich ſeyn. Denn vermöge der Conſtruction iſt in den beyden Triangeln CBD und ANG,

CD = AG
CB = AN
BD = NG

Folglich C = A (§. 41.)

§. 168.

Wenn man auf dem Papiere Figuren im Kleinen entwerfen will, die einigen gegebenen größern Figuren auf dem Felde ähnlich ſeyn ſollen, welches man ein Feld aufnehmen oder in Grund legen heißt; ſo braucht man hierzu einen Maaßſtab, durch welchen ſich die gewöhnlichen Längen-Maaße im Kleinen vorſtellen laſſen. Ein ſolcher Maaßſtab wird daher ein verjüngter Maaßſtab genannt; weil man in der ausübenden Geometrie durch das Wort verjüngen nichts anders verſteht, als eine kleine Linie einer größern Linie, oder eine kleinere Figur einer größern Figur ähnlich machen. Die Conſtruction aber eines ſolchen Maaßſtabes iſt folgende, wenn er Ruthen, Schuhe u. ſ. f. nach der geometriſchen Eintheilung vorſtellen ſoll. Man trage (Fig. 76. Tab. 6.) auf eine unbeſtimmte Linie zehn willkührlich angenommene gleiche Theile, ſo daß die daraus entſtehende Linie AB zehn ſolche Linien wie NB enthält. Die Linie AB ſelbſt trage man ferner ſo oft auf die Linie AC, als es

die Länge derſelben erlaubet. An die Endpuncte A, B und C errichte man ſenkrechte Linien von unbeſtimmter Länge, und trage auf die eine derſelben, z. B. auf PA oder SB ebenfalls zehn willkührlich angenommene gleiche Theile, und ziehe durch die Theilungspuncte a, b, c, d, etc. gerade Linien parallel mit AC. Dieſe Parallellinien laſſen ſich am leichteſten und genauſten ziehen, wenn man die auf SB getragenen gleichen Theile Sa, ab, bc, etc. auch auf die Linie PA oder QC trägt; denn in dieſem Falle darf man nur das Linial an diejenigen Puncte anlegen, die gleichweit von den Endpuncten der Linien SB und PA oder QC entfernt ſind, und dieſe Puncte durch gerade Linien mit einander verbinden, wodurch nothwendig Parallellinien entſtehen müſſen (§. 95.). Auf die oberſte Linie PQ trage man ferner die Theile der unterſten Linie AC, ſo daß S1 = NB u. ſ. f. gemacht wird. Endlich ziehe man noch die Linien SN u. ſ. f. wie man aus der Figur erſehen kann; ſo iſt der verjüngte Maasſtab fertig. Läßt man nun die Linie AB eine Ruthe bedeuten; ſo wird NB oder S1 einen Schuh, qa einen Zoll, rb zwey Zolle, gc drey Zolle, nd vier Zolle, fe fünf Zolle u. ſ. f. vorſtellen. Denn, weil vermöge der Conſtruction, qa parallel mit NB iſt; ſo verhält ſich

$$\text{Sa} : \text{aq} = \text{SB} : \text{NB} \quad (\S.\ 146.)$$

oder alt. $\text{Sa} : \text{SB} = \text{qa} : \text{NB}$ (§. 100 Ar.)

$$\text{Sa} : \text{SB} = 1 : 10 \text{ vermöge der Conſtr.}$$

Folgl. $\text{qa} : \text{NB} = 1 : 10$ (§. 111. Ar.)

Auf eben die Art iſt auch klar, daß rb 2 Zolle vorſtellt, wenn NB 1 Schuh, d. i. 10 Zolle bedeutet, oder, welches eben ſo viel ſagen will, daß ſich verhält

$$\text{rb} : \text{NB} = 2 : 10.$$

Denn weil auch rb mit NB parallel iſt, ſo muß auch der Triangel Srb dem Triangel SNB ähnlich ſeyn, (§. 146.) und daher

Sb : rb = SB : NB

altern. Sb : SB = rb : NB (§. 100. Ar.)

SB : SB = 2 : 10 vermöge der Conſtr.

Alſo auch rb : NB = 2 : 10 (§. 11. Ar.)

Wollte man den verjüngten Maasſtab nach einer andern Eintheilung der Ruthen, Schuhe u. ſ. f. einrichten, z. B. nach dem ſogenannten Duodecimalmaaße, nach welchem die Ruthe in 12 Schuhe, der Schuh in 12 Zolle u. ſ. f. getheilt wird; ſo müßte man auf die Linien AB und AP nicht 10, ſondern 12 gleiche Theile tragen, wie ein jeder leicht von ſelbſt einſehen wird.

§. 169.

Aufgabe. Die Entfernung zweyer Oerter zu meſſen, die ſich zwar nicht unmittelbar meſſen läßt, wo aber doch die Umſtände es erlauben, daß man zu beyden Oertern aus einem gewiſſen Orte in gerader Linie gehen kann.

Erſte Aufloͤſung.

Es ſey (Fig. 80. Tab. 7.) die Entfernung der beyden Oerter B und G, und folglich die gerade Linie BG zu meſſen, die ſich wegen des darzwiſchen liegenden Teichs nicht unmittelbar meſſen läßt, zu deren beyden Endpuncten B und G aber man aus dem angenommenen Orte C in gerader Linie kommen kann. Man ſtecke erſtlich in den angenommenen Ort C einen Stab, meſſe alsdenn die Linie CB und trage ſie, wenn es der Platz erlaubt, zurück gegen Q in eben der Richtung, ſo daß nicht nur CQ = CB, ſondern daß auch CQ und CB in einer geraden Linie liegen, und be-

merke den Punct Q durch einen Stab. Auf eben dieſe Art meſſe man auch CG und trage dieſe Linie gegen A zurück, ſo daß CA = CG und beyde Linien nach einerley Richtung liegen. Wird nun in A auch ein Stab geſteckt, und die Entfernung dieſes Stabes von dem Stabe Q gemeſſen; ſo weiß man die Entfernung BG, weil AQ ſo groß als BC ſeyn muß.

Beweis.

In den Triangeln BCG und CAQ, welche man ſich hier vorſtellen kann, iſt

CQ = CB } vermöge der Conſtruction,
CA = CG }
u = o (§. 58.)

Folglich AQ = BG (§. 37.)

Oft erlaubet es der Platz nicht, daß man die ganzen Linien CB und CG zurück tragen kann; in dieſem Falle braucht man nur einen Theil dieſer Linien, z. B. die Hälfte oder ein Drittel zu nehmen. Iſt nun CN die Hälfte von CB, und CF die Hälfte von CG, ſo iſt auch die Linie FN nur die Hälfte von der zu meſſenden Weite BG. Mißt man alſo FN, und nimmt dieſe Linie zwey Mal, ſo weiß man BG. Der Grund davon iſt folgender.

CN : CB = 1 : 2 } vermöge der
ferner auch CF : CG = 1 : 2 } Conſtruction.

Folglich CN : CB = CF : CG (§. 11. Ar.)

und altern. CN : CF = CB : CG (§. 100. Ar.)
u = o (§. 58.)

alſo △ CFN ∽ △ CBG (§. 147.)

und daher CF : FN = CG : BG

alternando CF : CG = FN : BG (§. 100. Ar.)
CF : CG = 1 : 2 vermöge der Conſtr.

Folglich auch FN : BG = 1 : 2 (§. 11. Ar.)

Wäre CF der dritte Theil von CG, und CN der dritte Theil von CB; ſo würde auch FN nur der dritte Theil von BG ſeyn, wie man aus dem vorigen Beweiſe leicht einſehen wird.

Andere Auflöſung.

Hat man, außer einer Meßkette und einigen Stäben, welche zur vorigen Auflöſung nur nöthig ſind, noch andre Werkzeuge bey der Hand, z. B. einen Winkelmeſſer oder ein Meßtiſchchen, welches nichts anders iſt, als ein Reißbret, auf einem beweglichen Fuße, wobey man ſich eines Linials mit Dioptern*) bedient; ſo läßt ſich die vorige Aufgabe noch bequemer auflöſen. Nämlich man meſſe mit dem Winkelmeſſer den Winkel o, und mit der Meßkette die Linien CB und CG auf dem Felde. Alsdenn trage man durch Hülfe des Transporteurs den Winkel o auf das Papier, und mache c = o. Auf die Schenkel des Winkels c trage man durch Hülfe des verjüngten Maaßſtabes die Linien CB und CG, ſo daß cb und cg eben ſo viel Theile nach dem verjüngten Maaßſtabe enthalten, als CB und CG nach dem eigentlichen Maaße haben. Wird nun auf dem Papiere die Linie bg gezogen, und nach dem verjüngten Maaßſtabe gemeſſen, ſo muß dieſelbe eben ſo viel verjüngte Ruthen und Schuhe enthalten, als die zu meſſende Weite

*) Diopteren ſind dünne, meiſtentheils von Meſſing verfertigte Blättchen, in deren einem mitten ein zarter Ritz geſäget oder ſtatt deſſen feine Löcherchen gebohrt werden; in dem andern aber, welches durchbrochen iſt, wird von oben herunter ein Haar oder feiner Drath geſpannt, nach welchem das Auge durch den Ritz der erſtern Diopter ſehen muß.

BG wirkliche Ruthen und Schuhe enthält. Denn weil bc und cg nach dem verjüngten Maaße eben ſo viel Theile haben, als CB und CG nach dem wirklichen Maaße, ſo verhält ſich

$$cb : cg = CB : CG$$

$$c = o \text{ vermöge der Conſtruction.}$$

Folglich $\triangle cbg \backsim \triangle CBG$ (§. 147.)

und daher $cb : bg = CB : BG$

altern. $cb : CB = bg : BG$ (§. 100. Nr.)

Vermöge der Conſtruction aber verhält ſich cb zu CB ſo, daß cb nach dem verjüngten Maaße eben ſo viel Theile hat, als CB nach dem großen Maaße. Folglich muß auch bg nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo viel Ruthen enthalten, als BG nach dem eigentlichen Maaße.

Mit dem Meßtiſchchen kann man dieſe Aufgabe noch geſchwinder aufloͤſen, und dabey den Transporteur entbehren. Denn man ſetze das Tiſchchen über den Punct C, richte das Dioptern-Linial erſtlich nach dem Orte B, und alsdenn nach dem Orte G, und ziehe jedesmal eine gerade Linie; ſo erhält man auf dem Tiſchchen einen Winkel, welcher ſo groß iſt, als der Winkel o auf dem Felde, weil er ihn decket. Trägt man nun, wie vorhin, auf die Schenkel dieſes Winkels, nach dem verjüngten Maaßſtabe die gemeſſenen Linien CB und CG, ſo erhält man auf dem Tiſchchen einen Triangel, wie cbg, welcher dem Triangel CBG auf dem Felde ähnlich iſt. Die Seite, welche dem Winkel o gegenüber ſteht, muß alſo, wie aus vorigem Beweiſe erhellt, die verlangte Weite vorſtellen.

§. 170.

Aufgabe. Die Entfernung zweyer Orte zu meſſen, zu deren einem man nur in gerader Linie kommen kann.

Erſte Auflöſung.

Es ſey (Fig. 81. Tab. 7.) die Entfernung der beyden Häuſer A und B, zwiſchen welchen ſich ein Fluß befindet, zu meſſen, und es ſey nur möglich, an das Haus A in gerader Linie zu gehen.

Muß man dieſe Meſſung mit bloßen Stäben und einer Meßkette verrichten; ſo erwähle man ſich einen Punct, z. B. N, von welchem ſich gegen A eine gerade Linie unmittelbar meſſen läßt, und bezeichne denſelben durch einen Stab. Hat man dieſe Linie NA gemeſſen, ſo trage man dieſelbe nach eben der Richtung zurück, ſo daß NR = NA, und beyde eine einzige gerade Linie AR ausmachen. Den Winkel A trage man durch Hülfe der Meßkette oder einer Schnur an den Punct R, aber nach entgegengeſetzter Richtung, ſo daß R = A (§. 167.). In dem Schenkel dieſes Winkels QR gehe man alsdenn mit einem Stabe, den man aber immer ſenkrecht halten muß, ſo lange fort, bis man denſelben mit N und B in einer geraden Linie erblicket, d. h. bis N und B durch ihn bedeckt werden. Iſt nun der Stab Q mit N und B in eine gerade Linie geſetzt worden, ſo darf man nur die Linie QR meſſen, um die verlangte Weite AB zu wiſſen; weil QR = AB ſeyn muß.

Beweis.

$$\left.\begin{array}{r} NR = NA \\ R = A \end{array}\right\}\ \text{vermöge der Conſtr.}$$

$$\underline{y = x \quad (§.\ 58.)}$$

Folglich QR = AB (§. 39.)

Man kann auch hier dasjenige beobachten, was bey der vorigen Aufgabe erinnert worden iſt, wenn ſich nicht die ganze Linie NA zurücktragen läßt. Nur dieſes muß man nicht vergeſſen, daß alsdenn, wenn man nur einen Theil von NA nimmt, kein gleicher, ſondern nur ein ähnlicher Triangel entſtehet. QR iſt in dieſem Falle ein eben ſo großer Theil von AB, als es NR von NA iſt. Wäre alſo z. B. NR nur der zehnte Theil von NA, ſo würde auch QR nur der zehnte Theil von der verlangten Weite AB ſeyn.

Andere Auflöſung.

Man meſſe mit einem Winkelmeſſer die Winkel x und A, und mit der Meßkette die Linie NA. Hierauf trage man auf das Papier eine Linie na, die nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo viel Theile enthält, als NA nach dem eigentlichen Maaße. An die Endpuncte dieſer Linie trage man durch Hülfe des Transporteurs die beyden Winkel x und A, ſo daß n = x und a = A gemacht wird. Die Schenkel der Winkel n und a verlängere man, bis ſie einander durchſchneiden; ſo muß der Triangel anb auf dem Papiere dem Triangel ANB auf dem Felde ähnlich ſeyn. Mißt man nun die Seite ab nach eben dem verjüngten Maaßſtabe, nach welchem man die Linie na verzeichnet hat; ſo erfährt man, wie viel Ruthen, Schuhe u. ſ. f. die geſuchte Weite AB enthält.

Beweis.

$$\left.\begin{array}{l} n = x \\ a = A \end{array}\right\} \text{vermöge der Conſtruction.}$$

Folglich $\triangle anb \sim \triangle ANB$ (§. 145.)

und $an : ab = AN : AB$

altern. $an : AN = ab : AB$ (§. 100. Ar.)

Da ſich nun an zu AN, vermöge der Conſtruction, ſo

verhält, daß an nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo groß iſt, als AN nach dem großen Maaße, ſo iſt klar, daß auch ab ſo viel verjüngte Ruthen und Schuhe enthalten muß, als AB ordentliche Ruthen und Schuhe enthält.

Eben dieſen ähnlichen Triangel anb bekömmt man auch durch das Meßtiſchchen, wenn man daſſelbe erſtlich über den Punct N ſetzt, und den Winkel x aufnimmt; den Schenkel dieſes Winkels, welcher über NA ſtehet, nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo groß macht, als NA nach dem eigentlichen Maaße iſt; alsdenn das Tiſchchen in die Gegend A trägt, und daſſelbe ſo ſtellt, daß der Punct a über A, und die Linie an über AN ſtehet. Wird nun das Diopternlinial nach B gerichtet, und eine gerade Linie auf dem Tiſchchen gezogen, ſo muß der Winkel a auf dem Tiſchchen dem Winkel A auf dem Felde gleich, und überhaupt der Triangel anb auf dem Tiſchchen dem Triangel ANB auf dem Felde, nach dem vorigen Beweiſe, ähnlich ſeyn.

§. 171.

Aufgabe. Die Entfernung zweyer Oerter zu meſſen, zu deren keinem man von dem Orte, wo man ſich befindet, in gerader Linie gehen kann.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 82. Tab. 8.) die Entfernung der beyden Bäume C u. B jenſeit eines Fluſſes zu beſtimmen. Man erwähle ſich zwey Standpuncte A und G, deren Entfernung ſich unmittelbar meſſen läßt, und aus denen beyden man ſowohl den Baum C als auch den Baum B und den andern Standort ſehen kann. Beyde Standörter bezeichne man durch Stäbe, und ſtelle ſich zwiſchen denſelben und den beyden Oertern C und B die geraden Linien AG, AB, AC, GC und GB vor. Nun meſſe man mit dem Winkelmeſſer ſowohl die Winkel o und x, als

auch die Winkel e und u, ingleichen mit der Meßkette die Entfernung der beyden angenommenen Standpuncte A und G. Durch Hülfe des verjüngten Maaßſtabes trage man die Linie AG auf das Papier, ſo daß man der Linie ag ſo viel verjüngte Ruthen gibt, als AG wirkliche Ruthen enthält. An den Punct a ſetze man durch Hülfe des Transporteurs die Winkel o und x, an den Punct g aber die Winkel e und u in eben der Ordnung, wie ſie ſich auf dem Felde befinden. Die Schenkel ac und cg, ferner die Schenkel ab und gb verlängere man ſo weit, bis ſie einander durchſchneiden; ſo müſſen die beyden Durchſchnittspuncte c und b nach dem verjüngten Maaßſtabe eben die Entfernung, als die beyden Bäume C und B nach dem eigentlichen Maaße haben.

Beweis.

$\angle cag = \angle CAG$, $\angle cga = \angle CGA$ } vermöge der Conſtr.

Folglich $ag : ac = AG : AC$ (§. 145.)

altern. $ag : AG = ac : AC$ (§. 100 Ar.)

$\angle bag = \angle BAG$, $\angle bga = \angle BGA$ } vermöge der Conſtr.

Alſo $ag : ab = AG : BA$ (§. 145.)

altern. $ag : AG = ab : AB$ (§. 100. Ar.)

$ag : AG = ac : AC$ n. d. vorigen Beweiſe.

Folglich $ab : AB = ac : AC$ (§. 11. Ar.)

und altern. $ab : ac = AB : AC$ (§. 100. Ar.)

$\angle cab = \angle CAB$ vermöge der Conſtr.

Alſo $\triangle cab \sim \triangle CAB$ (§. 147.)

und daher $ac : cb = AC : CB$

altern. $ac : AC = cb : CB$ (§. 100. Ar.)

$ag : AG = ac : AC$ wie oben erwieſ. wurd.

Folglich $ag : AG = cb : CB$

Da nun ag nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo groß gemacht worden iſt, als AG nach dem wahren Maaße; ſo muß auch, vermöge der Proportion, cb nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo viel Ruthen enthalten, als die Linie CB auf dem Felde nach dem eigentlichen Maaße enthält.

Wer das vorige verſtanden hat, der wird leicht einſehen, wie man die gegenwärtige Aufgabe auch durch Hülfe des Meßtiſchchens auflöſen könne.

Hätte man weder Winkelmeſſer noch Meßtiſchchen, ſo müßte man ſich die Figur cbga an einem bequemen Orte auf dem Felde entwerfen, indem man die Winkel o, x, e und u durch Hülfe einer Schnur oder Kette abtrüge (§. 167.). Machte man nun ag = AG, ſo würde auch cb = CB ſeyn. Wäre ag nur ein Theil, z. B. die Hälfte von AG, ſo würde auch cb nur die Hälfte von CB ſeyn, wie aus dem vorigen Beweiſe erhellt. Allein ohne Noth pflegt man ſich dieſer Methode nicht zu bedienen; weil in dem Falle, wenn man verſchiedne Winkel durch Hülfe einer Schnur abtragen muß, ſehr leicht große Fehler begangen werden können.

§. 172.

Aufgabe. Eine Höhe zu meſſen, zu der man in gerader Linie kommen kann, und mit welcher man ſich auf einerley Ebene befindet.

Erſte Auflöſung.

Es ſey (Fig. 84. Tab. 9.) die Höhe AM, d. h. die ſenkrechte Linie zu finden, die ſich von A auf den Boden ziehen läßt. Man erwähle ſich einen beque-

men Standort, z. B. C, aus welchem ſich eine gerade Linie gegen den Fuß der Höhe meſſen läßt. Zwiſchen dieſem Puncte C und den Endpuncten der Höhe A und M ſtelle man ſich die Linien CA und CM vor, meſſe den Winkel, welchen dieſe beyden Linien mit einander machen, mit dem Winkelmeſſer, und die Linie CM mit der Meßkette. Hierauf ziehe man auf dem Papiere eine Linie mc, welche nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo groß iſt, als CM nach dem wahren Maaße; trage den Winkel C durch Hülfe des Transporteurs an den Punct c, errichte in m eine ſenkrechte Linie, und verlängere dieſelbe, bis ſie den andern Schenkel des Winkels c ſchneidet; alsdenn meſſe man dieſe Linie am nach dem verjüngten Maaßſtabe, ſo ſieht man daraus, wie groß die Höhe AM nach dem eigentlichen Maaße iſt.

Beweis.

Weil ſowohl der Winkel m, als auch der Winkel M ein rechter Winkel, und c = C vermöge der Conſtruction iſt; ſo müſſen die beyden Triangel amc und AMC einander ähnlich ſeyn, und folglich

mc : am = MC : AM (§. 145.)

und altern. mc : MC = am : AM (§. 100. Ar.)

Da nun, vermöge der Conſtruction, mc nach dem verjüngten Maaße ſo viel Theile hat, als MC nach dem großen Maaße; ſo muß auch am nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo groß ſeyn, als AM nach dem ordentlichen Maaße.

Weil man die Inſtrumente, womit man die Winkel mißt, nicht unmittelbar auf die Erde leget, ſondern auf ein Stativ ſetzet; ſo muß man allemal

zu der gefundenen Höhe noch die Höhe des Stativs addiren.

Andere Auflöſung.

Ohne Winkelmeſſer läßt ſich dieſe Aufgabe auch durch bloße Stäbe folgendergeſtalt auflöſen. Man ſteckt einen Stab BG ſenkrecht in die Erde. Hinter dieſen Stab lege man ſich auf den Rücken, und bewege ſich ſo lange hin und her, bis man die Spitze des Stabes B mit der Spitze der zu meſſenden Höhe A in einer geraden Linie erblicket. Den Punct C, wo ſich das Auge befunden, mit welchem man gegen die Spitzen B und A in gerader Linie geſehen hat, bemerke man mit einem Stabe, meſſe die Entfernung des Auges von dem Stabe, ferner die Länge desjenigen Theils des eingeſteckten Stabes, welcher über der Erde ſteht, und die Entfernung des Auges von der Höhe. Nunmehr ſchließe man folgendergeſtalt: wie ſich verhält die Entfernung des Stabes von dem Auge, zu der Länge des Stabes außer der Erde, ſo verhält ſich auch die Entfernung des Auges von der Höhe zu der Höhe ſelbſt. Z. B. es ſey die Entfernung des Stabes von dem Auge, nämlich CG = 12′, die Höhe des Stabes BG = 8′, die Entfernung des Auges von der Höhe CM = 240′; ſo findet man die Höhe AM, durch Hülfe der Regel Detri, auf folgende Art:

$$CG : BG = CM : AM$$

$$\text{d. i. } \underline{12' : 8'} = \underline{240' : AM}$$

$$12)1 \qquad 20$$

$$8$$

$$\overline{160' = AM}$$

Beweis.

Weil bey M und bey G rechte Winkel ſind, indem der Stab BG ſenkrecht in die Erde geſteckt wird, und der Winkel C den beyden Triangeln BGC und AMC gemein iſt; ſo müſſen dieſe Triangel einander ähnlich ſeyn. Es verhält ſich daher

GC : BG = CM : AM (§. 145.)

Dritte Auflöſung.

Aus der Länge des Schattens eines Körpers läßt ſich ebenfalls ſeine Höhe beſtimmen, wenn man zugleich die Länge des Schattens mißt, den ein ſenkrecht eingeſteckter Stab zu eben der Zeit von ſich wirft, und dieſelbe mit der Länge des Stabes vergleichet. Z. B. es ſey (Fig. 84. Tab. 9.) der ſenkrechte Stab am = 8, die Länge ſeines Schattens mc = 10′, und die Länge von dem Schatten des Thurms MC = 200′; ſo ſchließe man: wie ſich verhält der Schatten des Stabes zu der Länge des Stabes, ſo verhält ſich der Schatten des Thurms zu der Höhe des Thurms.

$$mc : am = MC : AM$$

$$\text{d. i. } 1\not{0} : 8' = 20\not{0} : AM$$

$$\frac{8}{160' = AM}$$

Der Beweis iſt mit dem vorigen völlig einerley. Denn die Winkel C und c ſind einander gleich, wenn man die Gränzen der beyden Schatten in einem Augenblicke bemerket, ehe die Sonne ihre Höhe über dem Horizonte, wovon die Größe dieſer Winkel abhängt, verändert, und die Winkel bey m und M rechte Winkel; folglich $\triangle amc \backsim \triangle AMC$ (§. 145.) und daher

$$mc : am = MC : AM$$

§. 173.

Aufgabe. Eine Höhe zu meſſen, mit welcher man ſich auf einer Ebene befindet, zu der man aber nicht in gerader Linie gehen kann.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 83. Tab. 8.) die Höhe eines Thurms PN zu meſſen, an welchen man wegen eines darum gehenden Grabens nicht kommen kann. Um dieſes zu bewerkſtelligen, erwähle man ſich alſo erſtlich zwey, in einerley Ebene liegende Standörter A und B, deren Entfernung ſich unmittelbar meſſen läßt, und ſtelle ſich von denſelben gerade Linien gegen die Spitze P vor. Hierauf meſſe man mit dem Winkelmeſſer die Winkel x und B, welche durch dieſe Linien entſtehen, und mit der Meßkette die Entfernung der Standörter AB. Ferner trage man auf das Papier eine Linie ab, die nach dem verjüngten Maaßſtabe ſo groß iſt, als AB nach dem ordentlichen Maaße. An die Endpuncte dieſer Linie a und b ſetze man die Winkel x und B, ſo daß der Winkel pan = x und b = B wird. Die Schenkel dieſer Winkel verlängere man, bis ſie zuſammenſtoßen, und aus dem Puncte p, wo ſie zuſammenkommen, ziehe man auf die verlängerte Linie ab die ſenkrechte Linie pn, ſo muß dieſelbe nach dem verjüngten Maaße eben ſo groß ſeyn, als die zu meſſende Höhe PN nach dem wahren Maaße iſt.

Beweis.

Weil vermöge der Conſtruction in dem Triangel pab zwey Winkel von eben der Größe ſind, als

in dem Triangel PAB, ſo müſſen die beyden Triangel einander ähnlich ſeyn, d. h.

	ab : ap = AB : AP	(§. 145.)
und alt.	ab : AB = ap : AP	(§. 100. Ar.)

Aus eben dem Grunde iſt auch der Triangel pna dem Triangel PNA ähnlich. Denn pn iſt ſenkrecht auf nb gezogen worden, PN aber ſtellt die Höhe des Thurms vor, und iſt daher ſenkrecht auf NB, woraus die Gleichheit der Winkel pna und PNA erhellt. Da nun über dieſes auch der Winkel pan ſo groß gemacht worden iſt, als der Winkel PAN oder x; ſo verhält ſich

	ap : pn = AP : PN	(§. 145.)
altern.	ap : AP = pn : PN	(§. 100. Ar.)
	ab : AB = ap : AP	n. d. vorigen Beweiſe.
Folglich	pn : PN = ab : AB	(§. 11. Ar.)

Es verhält ſich aber, vermöge der Conſtruction, ab zu AB ſo, daß ab nach dem verjüngten Maaße ſo groß iſt, als AB nach dem wahren Maaße; folglich muß auch pn nach dem verjüngten Maasſtabe ſo viel Theile enthalten, als PN nach dem ordentlichen Maaße enthält.

Was bey der vorigen Aufgabe erinnert wurde, iſt auch bey dieſer in Acht zu nehmen, daß man nämlich jederzeit zu der gefundenen Höhe noch die Höhe des Stativs, auf welches man den Winkelmeſſer geſetzt hat, addiren muß. Denn ſind z. B. die Puncte A und B drey Schuhe über der Erde erhaben, ſo wird auch N ſo weit von der Erde entfernt ſeyn, weil NB eine Horizontallinie vorſtellt, und daher PN von der geſuchten Höhe um ſoviel abweichet, als die Höhe des

Stativs beträgt. Die Höhe des Stativs hängt zwar von unſrer Willkühr und Bequemlichkeit ab; allein deſſen ungeachtet kann ſie in dem Puncte A nicht anders angenommen werden, als in dem Puncte B, wenn man ſich nicht der Gefahr zu fehlen ausſetzen will. Denn geſetzt, man hätte an dem einen Orte das Stativ um einen Schuh höher oder niedriger geſtellt, als an dem andern Standorte; ſo würden nunmehr die Puncte N, A, B, nicht mehr in eine gerade Linie fallen, welches doch bey dem Beweiſe vorausgeſetzt wird.

§. 174.

Aufgabe. Ein jedes Feld oder einen andern Platz, in welchem man überall nach geraden Linien gehen kann, in Grund zu legen.

Erſte Auflöſung.

Die Figur DFABC (Fig. 85. Tab. 9.) ſtelle das gegebene Feld vor. Da man durch Diagonallinien, welche einander nicht durchſchneiden, jede geradelinige Figur in ſo viel Triangel zergliedern kann, als dieſelbe Seiten hat, weniger zwey; ſo braucht man nur ſolche Diagonalen, wie FC und AC, nebſt den Seiten der Figur zu meſſen, um alle Seiten der Triangel FDC, FCA und ACB zu wiſſen. Wird nun durch Hülfe des verjüngten Maasſtabes aus den gemeſſenen Linien FD, DC und FC der Triangel fdc auf das Papier getragen; ſo muß derſelbe dem Triangel FDC auf dem Felde ähnlich ſeyn (§. 148.). Macht man ferner auf eben dieſe Art den Triangel fac durch Hülfe des verjüngten Maasſtabes aus den Seiten des Triangels FAC, und den

Triangel abc aus den Seiten des Triangels ABC, und ſetzt die Triangel auf dem Papiere in eben der Ordnung zuſammen, in welcher ſie ſich auf dem Felde befinden, ſo muß die Figur dfabc auf dem Papiere, der Figur DFABC auf dem Felde ähnlich ſeyn; weil ſie beide aus ähnlichen Theilen beſtehen, die nach einerley Ordnung mit einander verbunden ſind. Denn wegen der Aehnlichkeit der Triangel FDC und fdc, iſt der Winkel d auf dem Papiere ſo groß, als der Winkel D auf dem Felde, und fd : dc = FD : DC, auch der Winkel dfc dem Winkel DFC, und wegen der Aehnlichkeit der Triangel fac und FAC, auch der Winkel cfa ſo groß, als CFA, und daher nothwendig der Winkel dfa dem Winkel DFA gleich. Auf eben die Art läßt ſich aus der Aehnlichkeit der Triangel, aus denen dieſe beyden Figuren beſtehen, auch die Gleichheit der übrigen Winkel und die Proportion der übrigen Seiten einſehen. Denn ſo muß z. B. der Winkel b in der kleinen Figur dem Winkel B auf dem Felde gleich ſeyn, und ab zu bc ſich eben ſo verhalten, als AB zu BC, weil ſie zu den ähnlichen Triangeln abc und ABC gehören. Zu dieſer Aufloſung alſo, wodurch man ein Feld weit genauer, als durch Hülfe gemeiner Winkelmeſſer, in Grund legen kann, hat man nichts weiter, als eine Meßkette und Stäbe nöthig.

Andere Auflöſung.

Durch Hülfe eines Meßtiſchchens läßt ſich ein Feld, in welches man kommen kann, auch folgendergeſtalt ſehr leicht in Grund legen. Man erwähle in einer mittlern Gegend einen gewiſſen Punct, z. B. den Punct C, (Fig. 86. Tab. 9.) und ſetze das Tiſch-

chen über denſelben. Nun viſire man mit dem Diopternliniale, ohne das Tiſchchen zu verrücken, nach allen Ecken des Feldes M, N, Q u. ſ. f. die man ſich durch Stäbe zu bemerken pflegt, und ziehe aus dem Puncte, welcher ſich auf dem Tiſchchen ſenkrecht über dem Puncte C befindet, die geraden Linien FC, BC, GC u. ſ. w. wodurch man die Winkel MCN, NCQ, QCR u. ſ. w. erhält. Hierauf meſſe man mit der Meßkette die Linien CM, CN, CQ, CR und CP. Auf die Schenkel der Winkel MCN, NCQ, QCR u. ſ. f. trage man nach dem verjüngten Maaßſtabe die Linien CM, CN, CQ u. ſ. f. ſo daß CF, CB, CG, CA, CS nach dem verjüngten Maaße ſo groß ſind, als CM, CN, CQ, CR, CP nach dem wahren Maaße. Alsdenn ziehe man die Puncte F, B, G, A und S durch gerade Linien zuſammen, ſo muß die Figur FBGAS auf dem Papiere der Figur MNQRP auf dem Felde ähnlich ſeyn. Denn der Triangel FCB iſt dem Triangel MCN ähnlich; weil, vermöge der Conſtruction, der Winkel, welchen die Linien FC und BC auf dem Tiſchchen mit einander machen, dem Winkel MCN auf dem Felde gleich iſt, und

$$CF : CB = CM : CN \quad (\S.\ 147.)$$

Aus eben dem Grunde iſt auch der Triangel BCG dem Triangel NCQ, der Triangel GCA dem Triangel QCR: der Triangel ACS dem Triangel RCP; und der Triangel CSF dem Triangel CPM ähnlich. Folglich

$$\begin{aligned} &\angle FBC = \angle MNC \\ &\angle CBG = \angle CNQ \\ \hline \text{alſo } &\angle FBC + \angle CBG = \angle MNC + \angle CNQ \\ \text{d. i. } &\angle FBG = \angle MNQ \ (\S.\ 13.\ \text{Ar.}) \end{aligned}$$

und ſo folgt auf eben die Art aus der Aehnlichkeit der übrigen Triangel, daß auch

$$\angle BGA = \angle NQR$$
$$\angle GAS = \angle QRB$$
$$\angle ASF = \angle RPM$$
$$\angle SFB = \angle PMN$$

Ferner müſſen auch, weil, wie vorhin gezeigt wurde, $\triangle FCB \sim \triangle MCN$ und $\triangle CBG \sim \triangle CNQ$, folgende Proportionen hier Statt finden:

$$\left.\begin{array}{l} CB : CN = FB : MN \\ CB : CN = BG : NQ \end{array}\right\} \text{(§. 147.)}$$

Folglich $FB : MN = BG : NQ$ (§. 11. Ar.

und altern. $FB : BG = MN : NQ$ (§. 100. Ar.)

Aus eben der Urſache

$$BG : GA = NQ : QR$$
$$GA : AS = QR : RP$$
$$AS : SF = RP : PM$$

woraus die Aehnlichkeit der beyden Figuren SFBGA und PMNQR erhellet (§. 141.).

Dritte Auflöſung.

Mißt man mit dem Winkelmeſſer diejenigen Winkel, welche ſich um den Punct C befinden, trägt dieſelben durch Hülfe des Transporteurs auf das Papier in eben der Ordnung, ſo daß

$$\angle mcn = \angle MCN$$
$$\angle ncq = \angle NCQ$$
$$\angle qcr = \angle QCR \text{ u. ſ. f.}$$

und macht, wie vorhin, die Linien cm, cn, cq, cr, cp nach dem verjüngten Maasſtabe ſo groß, als CM, CN, CQ, CR, CP nach dem wahren Maaße ſind; ſo muß die Figur mnqrp auf dem Papiere ebenfalls

der Figur MNQRP auf dem Felde ähnlich ſeyn. Der Beweis von dieſer Auflöſung iſt mit dem vorigen völlig einerley.

Hat man übrigens die Wahl, ob man in dieſem Falle das Meßtiſchchen oder den Winkelmeſſer gebrauchen wolle, ſo thut man immer beſſer, wenn man ſich bey dieſer Gelegenheit des Meßtiſchchens bedient, weil man die verlangte Figur nicht nur geſchwinder, ſondern auch richtiger erhält, als es ſonſt möglich iſt, wenn man die gemeſſenen Winkel erſt mit dem Transporteur conſtruiren muß.

§. 175.

Aufgabe. Ein Feld oder einen andern Platz, in welchen man nicht kommen kann, in Grund zu legen.

Erſte Auflöſung.

Wenn man um das gegebene Feld herum gehen kann, ſo darf man nur die Seiten und Winkel meſſen, hernach durch Hülfe des verjüngten Maasſtabes und des Transporteurs daraus eine Figur verzeichnen, welche der Figur auf dem Felde ähnlich ſeyn muß. Denn hat (Fig. 85. Tab. 9.) fa, ab, bc u. ſ. w. nach dem verjüngten Maasſtabe ſo viel Theile, als FA, AB, BC u. ſ. f. nach dem großen Maaße, und iſt

$$\angle fab = FAB$$
$$\angle abc = ABC$$
$$\angle bcd = BCD \text{ etc.}$$

ſo iſt die Figur dfabc auf dem Papiere der Figur DFABC auf dem Felde ähnlich (§. 141.).

Wenn man alle Seiten meſſen kann, ſo braucht man drey Winkel nicht zu meſſen; und hat man alle Winkel weniger einen gemeſſen, ſo läßt ſich die Figur

ſchon conſtruiren, wenn man auch zwey Seiten nicht meſſen kann.

Andere Auflöſung.

Wenn man nicht um den ganzen Platz herum gehen kann, ſo erwähle man ſich zwey Oerter, z. B. M und P, (Fig. 87. Tab. 9.) deren Entfernung ſich unmittelbar meſſen läßt, und aus denen beyden man alle Ecken der Figur, die man durch Stäbe bezeichnen muß, ſehen kann. Von dieſen beyden Puncten ſtelle man ſich gerade Linien gegen alle Ecken des aufzunehmenden Platzes vor, und meſſe mit dem Winkelmeſſer die Winkel o, u, e, x, y und r, welche dieſe Linien mit einander machen. Hierauf meſſe man die Linie MP, ziehe auf dem Papiere eine Linie mp, welche nach dem verjüngten Maasſtabe ſo groß iſt, als MP nach dem wahren Maaße, trage an den einen Endpunct derſelben m mit dem Transporteur die Winkel o, u, e, und an den andern Endpunct p die Winkel x, y, r, in eben der Ordnung, wie ſie ſich auf dem Felde befinden; verlängere die Schenkel derſelben ſo weit, bis ſie einander durchſchneiden, und ziehe aus den Durchſchnittspuncten a, d und f die geraden Linien am, ad, df, fp; ſo muß die Figur ampfd auf dem Papiere, welche dadurch entſteht, der Figur AMPFD auf dem Felde ähnlich ſeyn. Denn

$\angle amp = \angle AMP$ } vermöge der
$\angle apm = \angle APM$ } Conſtruction.

Alſo $\triangle amp \sim \triangle AMP$ (§. 145.)

$\angle dmp = \angle DMP$ } vermöge der
$\angle mpd = \angle MPD$ } Conſtruction.

Folglich $\triangle mdp \sim \triangle MDP$ (§. 145.)

$\angle fmp = \angle FMP$ } vermöge der
$\angle fpm = \angle FPM$ } Conſtruction.

Folgl. auch $\triangle mfp \sim \triangle MFP$ (§. 145.)

Weil nun $\triangle amp \sim \triangle AMP$, ſo folgt, daß

$mp : ma = MP : MA$ (§. 145.)

oder altern. $mp : MP = ma : MA$ (§. 100. Arithm.)

Ferner weil $\triangle mfd \sim \triangle MFP$

$mp : pf = MP : PF$ (§. 145.)

oder altern. $mp : MP = pf : PF$ (§. 100. Ar.)

und weil $\triangle mdp \sim \triangle MDP$

$mp : md = MP : MD$ (§. 141.)

oder altern. $mp : MP = md : MD$ (§. 100. Ar.)

$mp : MP = ma : MA$ wie oben erwieſen wurde

Folglich $ma : MA = md : MD$ (§. 11. Ar.)

altern. $ma : md = MA : MD$ (§. 100. Ar.)

$\angle amd = \angle AMD$ vermöge der Conſtruct.

Alſo $\triangle amd \sim \triangle AMD$ (§. 147. Ar.)

und daher $am : ad = AM : AD$

$\angle mad = \angle MAD$

$\angle adm = \angle ADM$

Auf eben die Art läßt ſich auch zeigen, daß die Seiten df und fp ſich wie die Seiten DF und FP verhalten. Denn aus der Aehnlichkeit der beyden Triangel mdp und MDP folgt dieſe Proportion:

$mp : pd = MP : PD$ (§. 141.)

altern. $mp : MP = pd : PD$ (§. 100. Ar.)

$mp : MP = fp : FP$ wie oben bewieſen wurde.

Alſo auch $pd : PD = fp : FP$ (§. 11. Ar.)

und altern. $pd : fp = PD : FP$ (§. 100. Ar.)

$\angle dpf = \angle DPF$ vermöge der Conſtruct.

Folglich $\triangle dpf \sim \triangle DPF$ (§. 147.)

d. i. $df : fp = DF : FP$

und $\angle pdf = \angle PDF$

$\angle mdp = \angle MDP$ weil $\triangle mdp \sim \triangle MDP$

$\angle adm = \angle ADM$ wie oben erwieſen wurde

Alſo $\angle pdf + \angle mdp + \angle adm = \angle PDF + \angle MDP + \angle ADM$ (§. 13. Ar.)

d. i. $\angle adf = \angle ADF$ (§. 10. Ar.)

Da nun alle Winkel der Figur ampfd den Winkeln in der Figur AMPFD gleich ſind, und die Seiten der erſten ſich eben ſo verhalten, wie die Seiten der andern, ſo iſt die Aehnlichkeit derſelben richtig erwieſen (§. 141.).

§. 176.

Wenn man den Inhalt eines Feldes oder eines andern Platzes ausrechnen ſoll, ſo darf man nur daſſelbe in Grund legen, die Figur auf dem Papiere durch Diagonallinien in Triangel oder Trapezia zergliedern, von einem jeden Triangel die Grundlinie und Höhe nach demjenigen verjüngten Maaßſtabe meſſen, nach welchem man die Figur verzeichnet hat, hierauf den Inhalt aller Triangel oder Trapezien berechnen und zuſammen addiren, ſo muß die Summe dieſer Triangel den Inhalt des ganzen Feldes anzeigen (§. 134.).

Sechstes Kapitel.

Von den Körpern.

§. 177.

Der körperliche Raum, der durch zwey gleiche und ähnliche Figuren, die einander parallel liegen, und durch eben ſo viel Parallelogramme, als eine ſolche Figur Seiten hat, begränzt wird, heißt ein Priſma; welches alſo entſtehen würde, wenn ſich eine ebene Fläche, wie der Triangel FNQ (Fig. 88. Tab. 10.), an einer geraden Linie ſich dergeſtalt herunter be-

wegte, daß ſie ſich während der Bewegung immer parallel bliebe. Die gleichen und ähnlichen Figuren, wie △FNQ und △EMS, werden die Grundflächen, und die Parallelogramme, wie EFNM, MNQS und EFQS, welche die übrigen Gränzen desſelben ausmachen, die Seitenflächen genannt. Hat eine Grundfläche drey Seiten, ſo heißt das Priſma ein dreyeckiges; hat ſie vier Seiten (Fig. 89.), ein viereckiges Priſma u. ſ. w. Stehen die Seitenflächen ſenkrecht auf den Grundflächen, ſo wird auch das Priſma ſenkrecht oder gerade (prisma rectum) genannt; ſtehen ſie aber ſchief auf demſelben, ſo heißt man es ein ſchiefes Priſma (prisma obliquum).

§. 178.

Ein Parallelepipedum (Fig. 89.) iſt nichts anders, als ein viereckiges Priſma, deſſen Grundflächen Parallelogrammen ſind. Ein Parallelepipedum, deſſen Grundflächen und Seitenflächen Quadrate ſind (Fig. 92.), wird ein Würfel oder Cubus genannt, welcher alſo in ſechs gleiche Quadrate eingeſchloſſen iſt. Die Seite eines ſolchen Quadrates, z. B. CN oder CD heißt auch die Seite des Würfels.

§. 179.

Ein Priſma, deſſen Grundflächen reguläre Vielecke von unendlich viel Seiten, d. i. Cirkel ſind, erhält den Namen eines Cylinders', (Fig. 90. Tab. 10.) und die gerade Linie, welche die Mittelpuncte der Grundflächen verbindet, heißt die Axe des Cylinders. Steht die Axe ſenkrecht auf der Grundfläche,

wie CN, ſo heißt der Cylinder ein aufrechter oder ſenkrechter, der alſo entſteht, wenn ſich ein Rechteck, wie CDQN, um eine Seite, z. B. um CN bewegt, bis es wieder ſeine erſte Lage erhält. Macht aber die Axe, wie CG (Fig. 91.), ſchiefe Winkel auf der Grundfläche, ſo wird auch der Cylinder ein ſchiefer genannt.

§. 180.

Durch die Höhe der jetzt erklärten Körper verſteht man diejenige ſenkrechte Linie, die ſich von der einen Grundfläche auf die entgegengeſetzte ziehen läßt. Bey den ſenkrechten Prismaten iſt daher die Höhe einerley mit denjenigen Seiten der Seitenflächen, welche gegenüberſtehende Ecken der Grundflächen verbinden; und bey ſenkrechten Cylindern kann die Axe zugleich die Höhe vorſtellen. So könnte z. B. in dem dreyeckigen geraden Prisma NFQSME (Fig. 88.) die Seite FE, und in dem Cylinder BQ (Fig. 90.) die Axe CN die Höhe bedeuten.

§. 181.

Wenn man die Erklärungen prismatiſcher Körper erwägt, ſo wird man leicht einſehen, daß jeder Schnitt in einem Priſma, welcher nach einer ebenen Fläche und parallel mit den Grundflächen geſchieht, wie z. B. RCD (Fig. 88.) und FNQ (Fig. 89.), eine Figur geben muß, die den Grundflächen gleich und ähnlich iſt. Und weil die Grundflächen der Cylinder Cirkel ſind, ſo müſſen lauter gleiche Cirkel entſtehen, wenn man Cylinder parallel mit der Grundfläche durchſchneidet.

§. 182.

Wollte man einen priſmatiſchen Körper größer oder kleiner machen, ohne daß er aufhörte ein Priſma zu ſeyn, ſo müßte man entweder ſeine Grundfläche, oder ſeine Höhe, oder beydes verändern; denn die Seitenflächen ließen ſich nicht vergrößern oder verkleinern, ohne daß die Höhe oder die Grundflächen dadurch vergrößert oder verkleinert würden. Es iſt alſo klar, daß die Größe eines priſmatiſchen Körpers durch ſeine Grundfläche und Höhe völlig beſtimmt wird. Folglich ſind alle Priſmata und Cylinder einander gleich, wenn ſie gleiche Grundflächen und Höhen haben. Weil auch ein Dreyeck ſo groß, als ein Viereck, oder als ein Fünfeck u. ſ. f. ſeyn kann; ſo erhellt hieraus, daß auch ein dreyeckiges Priſma einem viereckigen oder fünfeckigen Priſma u. ſ. f. gleich ſeyn muß, wenn die Grundfläche des dreyeckigten der Grundfläche des viereckigten oder fünfeckigen gleich und die Höhe in beyden einerley iſt. Wir wollen annehmen, daß ſowohl ein viereckiges, als auch ein fünfeckiges Priſma eine Grundfläche von 12 Quadratzoll hätte, und daß die Höhe beyder Körper 8 Zoll betrüge, ſo könnte man ſich vorſtellen, daß ſowohl das viereckige, als auch das fünfeckige Priſma entſtanden wäre, indem ſich eine Fläche von 12 Quadrat durch einen Raum von 8 Zoll bewegt hätte. Beyde priſmatiſche Körper müſſen alſo nothwendig gleich große Räume einnehmen.

§. 183.

Wenn von einem Puncte, der ſich auſſerhalb einer geradlinigen Figur befindet, gerade Linien in die Spitzen der Winkel dieſer Figur gezogen werden,

ſo ſchließen die Triangel, welche dadurch entſtehen, mit dieſer geradlinigen Figur einen körperlichen Raum ein, welchen man eine Pyramide nennt (Fig. 94. Tab. 10.). Die geradlinige Figur z. B. DQN wird die Grundfläche, die Triangel, z. B. ADN, ANQ und ADQ, welche die übrigen Gränzen der Pyramide ausmachen, die Seitenflächen, der Punct A, wo dieſe Triangel zuſammen kommen, die Spitze, und die ſenkrechte Linie, die ſich von der Spitze auf die Grundfläche ziehen läßt, die Höhe der Pyramide genannt. Von der Anzahl der Seiten, welche die Grundfläche hat, pflegt man die verſchiedenen Arten der Pyramiden zu benennen. Iſt daher die Grundfläche ein Dreyeck, ſo heißt auch die Pyramide dreyeckig, iſt ſie aber ein Viereck, ein Fünfeck, ein Sechseck u. ſ. f. ſo erhält auch die Pyramide den Namen einer viereckigen, fünfeckigen oder ſechseckigen Pyramide.

§. 184.

Eine Pyramide, deren Grundfläche und Seitenflächen gleichſeitige Triangel ſind, heißt ein Tetraëdrum (Fig. 98. Tab. 11.).

§. 185.

Iſt die Grundfläche ein reguläres Vieleck von unendlich viel Seiten, d. h. ein Cirkel, ſo wird die Pyramide ein Kegel (conus) genannt; die gerade Linie zwiſchen der Spitze des Kegels und dem Mittelpuncte der Grundfläche heißt ſeine Axe, welche entweder ſenkrecht, wie AC (Fig. 95. Tab. 11.), oder ſchief, wie DC (Fig. 96.), auf der Grundfläche ſtehet. Im erſten Falle pflegt man den Kegel gerade

oder ſenkrecht, und im andern Falle ſchief zu nennen. Wird daher ein rechtwinklichter Triangel, wie ACG (Fig. 95. Tab. 11.), um eine ſenkrechte Seite, z. B. um AC beweget, bis er wiederum in ſeine erſte Lage kömmt, ſo muß ein ſenkrechter Kegel entſtehen.

§. 186.

Wird eine Pyramide durch eine Ebene parallel mit der Grundfläche durchſchnitten, ſo entſteht eine Figur, die der Grundfläche ähnlich iſt. Denn es ſey in der dreyeckigen Pyramide ADNQ (Fig. 94. Tab. 10.) der Schnitt BCM parallel mit der Grundfläche DNQ, ſo muß auch CM mit NQ, ferner BC mit DN, und BM mit DQ parallel ſeyn. Folglich

$$\left.\begin{array}{l} AC:AN = CM:NQ \\ AC:AN = BC:DN \end{array}\right\} \text{(§. 146.)}$$

Folglich $CM:NQ = BC:DN$ (§. 11. Ar.)

und altern. $CM:BC = NQ:DN$ (§. 100. Ar.)

Ferner

$$\left.\begin{array}{l} AB:AD = BC:DN \\ AB:AD = BM:DQ \end{array}\right\} \text{(§. 146.)}$$

Alſo $BC:DN = BM:DQ$ (§. 11. Ar.)

und altern. $BC:BM = DN:DQ$ (§. 100. Ar.)

Weil alſo die Seiten des Triangels BCM ſich eben ſo verhalten, wie die Seiten des Triangels DNQ, ſo iſt klar, daß der erſtere, durch den parallelen Schnitt entſtandene Triangel dem andern Triangel DNQ, d. i. der Grundfläche der Pyramide ähnlich iſt (§. 148.). Was jetzt von dreyeckigen Pyramiden erwieſen wor=

den iſt, gilt auch von den vieleckigten, weil ſich dieſelben in dreyeckige Pyramiden zergliedern laſſen.

§. 187.

Wenn man alſo einen Kegel nach einer ebenen Fläche parallel mit der Grundfläche durchſchneidet, ſo muß durch den Schnitt, z. B. DNE (Fig. 95. Tab. 11.), ein Cirkel entſtehen, welcher deſto größer ſeyn wird, je näher der Schnitt der Grundfläche des Kegels iſt. Wäre alſo die Entfernung des Schnitts von der Grundfläche unendlich klein, ſo müßte der Cirkel, welcher dadurch entſtünde, von der Grundfläche unendlich wenig, d. i. gar nicht unterſchieden ſeyn. Man kann ſich daher einen Kegel als eine Summe von ungleichen Cylindern vorſtellen, deren Höhe undenklich iſt.

§. 188.

Aus der Erklärung einer Pyramide und eines Kegels wird man leicht einſehen, daß die Größe dieſer Körper ebenfalls durch die Größe ihrer Grundflächen und Höhen beſtimmt wird. Es müſſen alſo alle Pyramiden, und daher auch alle Kegel, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, einander gleich ſeyn.

§. 189.

Wenn ſich (Fig. 93. Tab. 10.) ein halber Cirkel um den Diameter bewegt, bis er wieder in die erſte Lage kömmt, ohne daß der Diameter ſeine Lage verändert, ſo entſteht eine Kugel. Die krumme Fläche, welche die Kugel begränzt, heißt ihre Oberfläche; der Mittelpunct C des halben Cirkels, durch

deſſen Bewegung ſie erzeugt wird, und welcher überall gleichweit von der Oberfläche der Kugel abſteht, heißt auch der Mittelpunct der Kugel; jede gerade Linie, die von einem Puncte der Oberfläche in den entgegengeſetzten durch den Mittelpunct der Kugel gezogen werden kann, z. B. AB, der Diameter oder Durchmeſſer, und die Hälfte davon, d. i. eine gerade Linie von der Oberfläche in den Mittelpunct, z. B. AC oder BC der Radius oder Halbmeſſer der Kugel.

§. 190.

Aus der Erklärung einer Kugel erhellt alſo, daß alle Halbmeſſer, und folglich auch alle Durchmeſſer von einer oder von zwey gleichen Kugeln einerley Größe haben.

§. 191.

Wenn ein Körper durch lauter reguläre und gleiche Flächen begränzt iſt, und die körperlichen Winkel, welche durch die ebenen Winkel dieſer Flächen entſtehen, einander gleich ſind, ſo wird derſelbe ein regulärer oder ordentlicher Körper genannt. Alle übrigen, wo nur eins von dieſen Stücken fehlet, heißen irregulär oder unordentlich. Von den priſmatiſchen Körpern iſt daher nur der Würfel, und von den pyramidaliſchen nur das Tetraëdrum regulär. Außer dieſen beyden aber, welche ſchon oben erklärt worden ſind, gibt es noch drey reguläre Körper, nämlich das Octaëdrum, Icoſaëdrum und das Dodekaëdrum. Das Octaëdrum (Fig. 97. Tab. 11.) iſt in acht gleichſeitige Triangel, das Icoſaëdrum (Fig. 100.) in zwanzig gleichſeitige Triangel,

und das Dodekaëdrum (Fig. 99.) in zwölf reguläre Fünfecke eingeſchloſſen.

§. 192.

Zum Ausmeſſen der Körper nimmt man in der Geometrie Würfel an, weil man ſich durch dieſelben die unmittelbare Ausmeſſung am leichteſten vorſtellen kann, und benennt dieſelben von der Länge ihrer Seiten. So iſt z. B. eine Cubikruthe nichts anders, als ein Würfel, deſſen Länge, Breite und Dicke eine Ruthe beträgt; ein Cubikſchuh, ein Würfel, deſſen jede Seite einen Schuh; ein Cubikzoll, ein Würfel, deſſen Seite einen Zoll, und eine Cubiklinie, ein Würfel, deſſen Seite eine Linie lang iſt. Hieraus wird man auch leicht einſehen, was eine Cubikmeile, eine Cubikelle u. ſ. w. bedeutet. Man bezeichnet aber dieſe Maaße wie die Längenmaaße, nur daß man zum Unterſchiede entweder einen kleinen Würfel, oder den Buchſtaben c rechter Hand oben an die Zahl ſetzet. So bedeuten z. B folgende Zahlen 37^{co}, $432^{c'}$, $89^{c''}$, $6^{c'''}$, ſo viel als 37 Cubikruthen, 432 Cubikſchuhe, 89 Cubikzolle und 6 Cubiklinien. Im gemeinen Leben aber pflegt man nicht allemal den körperlichen Raum durch Würfel auszumeſſen; denn ſo iſt bekannt, daß man z. B. das Getraide und das Getränke nicht durch Cubikſchuhe, u. ſ. f. ſondern durch Scheffel, Metzen und Kannen, welches cylindriſche Gefäße ſind, ausmißt.

§. 193.

Aufgabe. Ein ſenkrechtes Parallelepipedum auszumeſſen, deſſen Grundfläche ein Rectangulum iſt.

Auflöſung.

Es ſey das ſenkrechte Parallelepipedum CNAGRQD (Fig. 104. Tab. 12) auszumeſſen, und DS ſey die Seite desjenigen Würfels, welcher das Maas ſeyn ſoll. Man meſſe alſo nicht nur ein Paar an einander liegende Seiten der rechtwinklichten Grundfläche, z. B. NA und NC, ſondern auch die Höhe ND durch die Seite DS des angenommenen Würfels; ſo muß das Product aus dieſen drey Linien NA, NC und ND, d. i. weil NA = 3, NC = 4 und ND = 6 iſt, in dieſem Falle 3 × 4 × 6 = 72 diejenige Zahl ſeyn, aus welcher man ſehen kann, wie vielmal das Parallelepipedum den zum Maaße angenommenen Würfel, deſſen Seite DS iſt, enthalte; Hätte z. B. DS die Länge eines Zolls, ſo würde das ausgemeſſene Parallelepipedum 72 Cubikzolle enthalten.

Beweis.

Weil DS in NA dreymal, und in NC viermal enthalten iſt, ſo ſieht ein jeder leicht ein, daß man den angenommenen Würfel über die Grundfläche des Parallelepipedums 3 × 4mal wird ſtellen können, und weil die Höhe ND ſechsmal ſo groß iſt, als die Seite des Würfels DS, ſo iſt ferner klar, daß die Schicht von 3 × 4 Würfeln 6mal in dem ganzen Körper Raum haben, und folglich der Inhalt deſſelben 3 × 4 × 6 oder 72 ſolcher Würfel ſeyn müſſe, wie derjenige, deſſen Seite DS iſt.

§. 194.

Weil NA × NC den Inhalt der Grundfläche ausdrückt, indem dieſelbe vermöge der Vorausſetzung,

ein Rechteck iſt (§. 131.); ſo iſt klar, daß in dergleichen Fällen das Product aus der Grundfläche in die Höhe den körperlichen Inhalt anzeigt.

§. 195.

Da ein Würfel nichts anders iſt, als ein ſenkrechtes Parallelepipedum, deſſen Grundflächen und Seitenflächen Quadrate ſind (§. 178.); ſo muß der Inhalt deſſelben, d. i. ein Product aus ſeiner Grundfläche in die Höhe der Cubikzahl ſeiner Seite gleich ſeyn. Denn iſt (Fig. 103. Tab. 12.) das Parallelepipedum QBADSMP ein Würfel, und daher BA = BQ = BP, ſo iſt das Product, welches den Inhalt deſſelben ausdrückt, nämlich $BA \times BQ \times BP = BA \times BA \times BA$, d. i. BA^3. Man mißt daher einen gegebenen Würfel aus, wenn man unterſucht, wie oft die Seite desjenigen Würfels, den man zum Maasſtabe angenommen hat, in der Seite des auszumeſſenden Würfels enthalten iſt, und die Zahl, welche dieſes anzeigt, zur dritten Dignität erhebet. Wäre z. B. PR die Seite desjenigen Würfels, wodurch der größere Würfel QBADSMP ausgemeſſen werden ſollte, und wäre PR in PM viermal enthalten, ſo würde der größere Würfel den zum Maaß angenommenen kleinern Würfel $4 \times 4 \times 4$, d. i. 64 mal in ſich faſſen. Findet man nun den Inhalt eines Würfels, wenn man die Seite deſſelben mißt und zur Cubikzahl erhebet, ſo iſt klar, daß man umgewendet aus dem gegebenen Inhalte eines Würfels die Seite deſſelben finden muß, wenn man aus dem Inhalte die Cubikwurzel ziehet. Z. B. die Seite eines Würfels, der 8 Cubikſchuhe enthielte, müßte $\sqrt[3]{8}$ d. i. 2 Längenſchuhe betragen.

§. 196.

Hieraus wird man alſo leicht beurtheilen können, wie das vorhin angeführte körperliche Maas einzutheilen ſey. Denn da eine Längenruthe, nach der geometriſchen Eintheilung, 10 Längenſchuhe, ein Längenſchuh 10 Längenzolle u. ſ. w. enthält; ſo muß eine Cubikruthe $10 \times 10 \times 10$, d. i. 1000 Cubikſchuhe, und aus eben dem Grunde ein Cubikſchuh 1000 Cubikzolle, und ein Cubikzoll 1000 Cubiklinien enthalten. Wollte man aber in dem Längenmaaße die Rheinländiſche Eintheilung von 12 zu 12 annehmen, und alſo durch einen Schuh den 12ten Theil einer Ruthe u. ſ. f. verſtehen, ſo würde eine Cubikruthe 12^3 d. i. 1728 Cubikſchuhe, und ein Cubikſchuh 1728 Cubikzolle, u. ſ. w. ausmachen.

§. 197.

Auch die übrigen Parallelepipeda, die keine Rechtecke zu Grundflächen haben, werden ausgemeſſen, wenn man ihre Grundfläche ausrechnet, und in die Höhe multiplicirt; weil ein Parallelepipedum, deſſen Grundfläche ein ſchiefwinklichtes Parallelogram iſt, einem andern, deſſen Grundfläche ein Rechteck iſt, gleich ſeyn muß, wofern nur die Grundfläche des erſten ſo groß, als die Grundfläche des andern, und die Höhe in beyden einerley iſt (§. 182.).

§. 198.

Man theile ein Parallelepipedum, z. B. CBDMP (Fig. 105. Tab. 12.) durch eine ebene Fläche dergeſtalt, daß der Schnitt nach den Diagonallinien BG und QM der Grundflächen gehet, ſo muß daſſelbe dadurch in zwey gleiche, dreyeckige Prismata zerglie-

dert werden. Denn die beyden dreyeckigen Priſmata, welche durch dieſe Theilung entſtehen, haben einerley Höhe, und ihre Grundflächen, nämlich die Triangel CBG und BDG, ingleichen die Triangel PQM und PMR ſind einander gleich; weil ein Parallelogram durch die Diagonallinie in zwey gleiche Triangel getheilt wird (§. 92.). Folglich müſſen ſie auch ſelbſt von gleichem Inhalte (§. 182.), und daher jedes die Hälfte von dem Parallelepipedum ſeyn. Es ſey alſo die Höhe des Parallelepipedums $=10''$, ſeine Grundfläche CBDG $=48^{\square''}$, folglich die Grundfläche des dreyeckigen Priſma, nämlich der Triangel CBG, als die Hälfte von CBDG, $24^{\square''}$; ſo müßte der körperliche Inhalt des Parallelepipedums 48×10, d. i. $480^{c''}$, folglich der Inhalt des dreyeckigen Priſma $\frac{1}{2} \times 48 \times 10$ oder 24×10, d. i. $240^{c''}$ ſeyn; woraus alſo erhellt, daß auch der Inhalt eines dreyeckigen Priſmas gefunden wird, wenn man den Triangel, welcher die Grundfläche deſſelben iſt, ausrechnet, und hernach in die Höhe multipliciret.

§. 199.

Weil ſich alle vielſeitige Figuren durch Diagonallinien in Triangel zertheilen laſſen; ſo läßt ſich leicht einſehen, daß man ein vieleckiges Priſma in lauter dreyeckige von eben der Höhe zergliedern kann, deren Grundflächen zuſammengenommen die Grundfläche des vieleckigen ausmachen. Multiplicirt man nun die Summe der Grundflächen dieſer dreyeckigen Priſmata, aus welchen das vieleckige beſtehet, d. i. die Grundfläche des vieleckigen, in die Höhe deſſelben; ſo muß man nothwendig den Inhalt aller dieſer

dreyeckigen, und folglich des ganzen vieleckigen Priſmas erhalten. Es wird alſo ein jedes Priſma, es mag noch ſo viel Seiten haben, ausgemeſſen, wenn man ſeine Grundfläche in die Höhe multipliciret.

§. 200.

Weil die Cylinder prismatiſche Körper ſind, welche Cirkel zu Grundflächen haben (§. 179.), ſo wird auch der körperliche Inhalt eines Cylinders gefunden, wenn man die Grundfläche deſſelben in die Höhe multiplicirt.

§. 201.

Lehrſatz. Eine dreyeckige Pyramide iſt der dritte Theil von einem dreyeckigen Priſma, das eben die Grundfläche und Höhe hat.

Beweis.

Man zerſchneide ein dreyeckiges Priſma, z. B. ABFDC (Fig. 106. Tab. 12.) durch eine Ebene dergeſtalt, daß der Schnitt nach den Diagonallinien zweyer Seitenflächen, z. B. nach den Diagonalen AD und BD gehet, ſo iſt der Theil ABDN eine Pyramide, welche mit dem dreyeckigen Priſma einerley Grundfläche und Höhe hat. Hierauf zertheile man das andre Stück dieſes Priſma nach der Diagonallinie der dritten Seitenfläche AF, und der erſten AD, ſo entſtehen die beyden Pyramiden AFDC und ABFD. Die Pyramide AFDC hat ebenfalls einerley Grundfläche und Höhe mit dem Priſma, und alſo auch einerley Grundfläche und Höhe mit der vorigen Pyramide ABDN, woraus die Gleichheit dieſer beyden Pyra-

in dem folget (§. 288.). Nimmt man nun in der erſten Pyramide ABDN den Triangel NBD zur Grundfläche an, ſo iſt A die Spitze derſelben, welches auch die Spitze der dritten Pyramide ABFD iſt, wenn man den Triangel BDF als ihre Grundfläche betrachtet. Da nun dieſe beyden Pyramiden eine gemeinſchaftliche Spitze, und folglich einerley Höhe haben, auch ihre Grundflächen, nämlich die Triangel NBD und BDF einander gleich ſind (§. 92.), ſo muß auch die Pyramide ABDN ſo groß, als die Pyramide ABFD ſeyn (§. 188.). Sind nun alle drey Pyramiden, in welche das dreyeckige Priſma zerſchnitten worden iſt, gleich groß (§. 11. Ar.), ſo muß eine jede davon, und folglich auch ABDN, d. i. eine Pyramide, die mit dem Priſma einerley Grundfläche und Höhe hat, der dritte Theil dieſes Priſma ſeyn.

§. 202.

Der vorige Beweis iſt am leichteſten einzuſehen, wenn man ſich ein dreyeckiges Priſma von Holz oder von einer andern Materie machen, und auf die gehörige Art zerſchneiden läßt.

§. 203.

Man findet alſo den körperlichen Inhalt einer dreyeckigen Pyramide, wenn man den dritten Theil von dem Producte aus ihrer Grundfläche in ihre Höhe nimmt, oder wenn man den dritten Theil der Höhe in die ganze Grundfläche, oder den dritten Theil der Grundfläche in die ganze Höhe multiplicirt. Es ſey z. B. die Grundfläche einer Pyramide 90 Quadratzolle und ihre Höhe 18 Längenzoll; ſo würde ihr kör-

perlicher Inhalt $\frac{90 \times 18}{3}$ oder 30×18 oder 90×6 d. i. 540 Cubikzolle betragen.

§. 204.

Alle übrigen Pyramiden laſſen ſich, wie die vieleckigen Priſmata, in dreyeckige zergliedern. Es iſt daher auch der körperliche Inhalt der vieleckigen Pyramiden der dritte Theil des Products aus der Grundfläche in die Höhe.

§. 205.

Weil die Kegel Pyramiden ſind, die reguläre Unendlichecke, d. i. Cirkel zu Grundflächen haben; ſo läßt ſich auch der körperliche Inhalt eines Kegels finden, wenn man die Grundfläche in die Höhe multipliciret, und dieſes Product durch 3 dividirt.

§. 206.

Vergleicht man alſo einen Cylinder mit einem Kegel, welcher einerley Grundfläche und Höhe mit ihm hat; ſo iſt klar, daß der Kegel der dritte Theil von einem ſolchen Cylinder ſeyn muß.

§. 207.

Lehrſatz. Alle priſmatiſchen Körper verhalten ſich, wie die Höhen, wenn ſie gleiche Grundflächen haben, und wie die Grundflächen, wenn die Höhen einerley ſind.

Beweis.

Es heiße ein Priſma P, ſeine Grundfläche G,

und ſeine Höhe H; ein anderes Priſma p, und Grundfläche g, und ſeine Höhe h, ſo iſt

$$\left.\begin{array}{l} P = G \times H \\ p = g \times h \end{array}\right\} \text{(§. 199.)}$$

Folglich $P : p = G \times H : g \times h$ (§. 9. Ar.)

Nimmt man nun an, daß die Grundflächen in beyden gleich ſeyn ſollen, d. i. $G = g$, ſo kann man in der vorigen Proportion ſtatt g den Buchſtaben G ſezzen, und daher dieſe Proportion folgendergeſtalt ausdrücken:

$$P : p = G \times H : G \times h$$

$$P : p = \frac{G \times H}{G} : \frac{G \times h}{G} \quad \text{(§. 104. Ar.)}$$

d. i. $P : p = H : h$ (§. 19. Ar.)

Sind aber die Höhen in beyden gleich, d. i. $H = h$, ſo kann man in der vorigen Proportion ſtatt h den Buchſtaben H ſetzen. Folglich

$$P : p = G \times H : g \times H$$

$$P : p = \frac{G \times H}{H} : \frac{g \times H}{H} \quad \text{(§. 104. Ar.)}$$

d. i. $P : p = G : g$ (§. 19. Ar.)

§. 208.

Es müſſen ſich alſo auch die Cylinder, wie die Höhen verhalten, wenn ſie gleiche Grundflächen, und wie die Grundflächen, wenn ſie gleiche Höhen haben (§. 200.). Da nun die Grundflächen der Cylinder Cirkel ſind (§. 179.), und die Cirkel ſich wie die Quadrate ihrer Diameter oder ihrer Radien verhalten (§. 161. 162.), ſo iſt klar, daß ſich die Cylinder, die einerley Höhe haben, wie

die Quadrate der Diameter oder wie die Quadrate der Radien ihrer Grundflächen verhalten.

§. 209.

Weil ſich die Drittel wie die Ganzen verhalten (§. 193. Ar.), und der Inhalt der Pyramiden und Kegel der dritte Theil des Products aus der Grundfläche in die Höhe iſt (§. 204. 205.); ſo müſſen ſich auch die Pyramiden und Kegel von gleichen Höhen, wie die Grundflächen, und wenn die Grundflächen gleich ſind, wie die Höhen verhalten.

§. 210.

Da die Grundflächen der Kegel nichts anders, als Cirkel ſind (§. 185.), ſo gilt auch von den Kegeln, die einerley Höhen haben, dasjenige, was von den Cylindern von gleichen Höhen (§. 208.) geſagt worden iſt, daß ſie ſich nämlich eben ſo verhalten, wie die Quadrate der Durchmeſſer oder der Halbmeſſer ihrer Grundflächen.

§. 211.

Wenn eine Kugel durch eine Ebene geſchnitten wird, ſo entſtehet allemal ein Cirkel, und geht der Schnitt durch den Mittelpunct, ſo wird die Kugel dadurch in zwey gleiche Theile zergliedert. Der Cirkel, welcher auf dieſe Art entſteht, wird ein größter Cirkel der Kugel (Circulus Sphaerae maximus) genannt: weil er größer iſt, als alle übrigen, die man ſich auf der Kugelfläche vorſtellen kann, und die nicht einerley Mittelpunct mit der Kugel haben. Zerſchneidet man alſo die Halbkugel parallel mit der

Fläche des größten Cirkels, aber ſo, daß die Schnitte eine undenklich kleine Entfernung von einander haben; ſo müſſen die Theile der Halbkugel, welche durch dieſe Zergliederung entſtehen, für Cylinder von undenklich kleiner Höhe gehalten werden können.

§. 112.

3. Lehrſatz. Eine Halbkugel iſt $\frac{2}{3}$ eines Cylinders, deſſen Diameter dem Diameter der Halbkugel, und deſſen Höhe ihrem Halbmeſſer gleich iſt.

Beweis.

Es ſey (Fig. 107. Tab. 12.) BNCF ein Quadrat, BNF der vierte Theil eines Cirkels, und BNC ein rechtwinklichter Triangel. Nun ſtelle man ſich vor, daß ſich dieſe drey Figuren um die gemeinſchaftliche Seite BN ganz herum bewegen; ſo muß durch die Bewegung des Quadrats ein Cylinder, durch die Bewegung des Quadranten eine Halbkugel, und durch die Bewegung des rechtwinklichten Triangels ein Kegel entſtehen. Da alle dieſe drey Körper einerley Höhe haben; ſo iſt klar, daß man aus dem einen eben ſo viel Stücke wird ſchneiden können, als aus dem andern und dritten, wenn man denſelben einerley Dicke gibt. Wir wollen alſo ſetzen, daß ſowohl der Cylinder, als auch der Kegel und die Halbkugel parallel mit den Grundflächen durchſchnitten würden, und die Schnitte eine undenklich kleine Entfernung von einander hätten, ſo müßte nicht nur der Cylinder, ſondern auch der Kegel (§. 187.) und die Halbkugel (§. 211.) dadurch in lauter kleine Cylinder von einerley Höhen d. i. in cylindriſche Scheiben von gleicher Dicke, zergliedert werden. Denn was man im gemeinen Leben

die Dicke nennt, heißt hier in der geometriſchen Sprache die Höhe. Es ſey nun PS parallel mit BF, und folglich auch mit NC; ſo ſtellt PQ den Halbmeſſer eines Durchſchnitts im Kegel, PG den Halbmeſſer eines Durchſchnitts in der Halbkugel, und PS ſelbſt den Halbmeſſer eines Durchſchnitts im Cylinder vor. Vergleichen wir nun die Quadrate dieſer Linien mit einander; ſo erfahren wir dadurch, wie ſich die kleinen Cylinder verhalten, deren Halbmeſſer ſie vorſtellen (§. 208.). Es iſt aber

$PS = BF$ (§. 93.)
$BF = BG$ (§. 29.)

Folglich $PS = BG$ (§. 11. Ar.)

und daher auch $PS^{q} = BG^{q}$

Ferner, weil PQ parallel mit NC

ſo folgt, daß $BN : NC = BP : PQ$ (§. 146.)
$BN = NC$ als Seiten eines Quadrats

Folglich auch $BP = PQ$

und daher $BP^{q} = PQ^{q}$

Da nun BNC der Winkel eines Quadrats, und alſo ein rechter Winkel iſt; ſo muß auch BPG ein rechter Winkel ſeyn (§. 65.). Folglich in dem rechtwinklichten Triangel BGP

$BG^{q} = BP^{q} + PG^{q}$ (§. 103.)
$BG^{q} = PS^{q}$ und $BP^{q} = PQ^{q}$ wie vorhin erwieſen wurde.

Alſo $PS^{q} = PQ^{q} + PG^{q}$ (§. 9. Ar.)

Und weil ſich Cylinder von einerley Höhen, wie die Quadrate ihrer Halbmeſſer verhalten (§. 208.), ſo müſſen die beyden kleinen Cylinder, deren Halbmeſſer PQ und PG ſind, d. i. ein Theil des Kegels,

und ein Theil der Halbkugel zuſammengenommen, einem Theile des Cylinders, welcher eben die Dicke und zum Halbmeſſer PS hat, nothwendig gleich ſeyn. Dieſes gilt aber nicht nur von denjenigen Theilen dieſer Körper, welche ich jetzt mit einander verglichen habe; denn der Beweis würde immer derſelbe ſeyn, wenn man ſich dieſe Schnitte weiter von der Grundfläche oder näher bey derſelben vorſtellen wollte. Iſt alſo überall ein Theil des Kegels nebſt einem Theile der Halbkugel ſo groß, als ein Theil des Cylinders; ſo muß auch der ganze Kegel und die ganze Halbkugel zuſammengenommen dem ganzen Cylinder gleich ſeyn. Es iſt aber der Kegel, weil er einerley Grundfläche und Höhe mit dem Cylinder hat, der dritte Theil des Cylinders (§. 206.). Folglich muß die Halbkugel $\frac{2}{3}$ von dem Cylinder enthalten, deſſen Diameter MF dem Diameter der Halbkugel, und deſſen Höhe NB dem Halbmeſſer derſelben gleich iſt.

§. 213.

Es iſt alſo die ganze Kugel $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, deſſen Höhe noch einmal ſo groß iſt, als die Höhe des vorigen, d. h. deſſen Höhe und Diameter dem Diameter der Kugel gleich iſt.

Dieſer wichtige Satz iſt eine Erfindung des Archimedes, welcher daran einen ſo großen Wohlgefallen hatte, daß er einen Cylinder mit einer Kugel von eben dem Durchmeſſer auf ſein Grabmal zu ſetzen befahl.

§. 214.

Man könnte daher den körperlichen Inhalt einer Kugel finden, wenn man den körperlichen Inhalt ei-

nes Cylinders ſuchte, deſſen Höhe und Durchmeſſer dem Durchmeſſer der Kugel gleich wäre, und davon $\frac{2}{3}$ nähme. Wir wollen den Diameter einer Kugel und des Cylinders, wovon die Kugel $\frac{2}{3}$ seyn ſoll, d, die Peripherie der Kugel, und folglich auch der Grundfläche dieſes Cylinders p nennen; ſo ſtellt das Product $\frac{1}{4}$ pd den Inhalt der cylindriſchen Grundfläche (§. 136.), und weil die Höhe des Cylinders dem Diameter der Kugel gleich geſetzt wird, und alſo ebenfalls d iſt, das Product $\frac{1}{4}$ pdd oder $\frac{1}{4}$ pd² (§. 200.) den körperlichen Inhalt des Cylinders vor. Der dritte Theil von $\frac{1}{4}$ pd² iſt $\frac{1}{12}$ pd², und folglich zwey Drittel davon, nämlich $\frac{2}{12}$ pd² = $\frac{1}{6}$ pd², der Inhalt der Kugel (§. 213.). Hieraus ergibt ſich alſo die neue Regel: daß man den körperlichen Inhalt einer Kugel ausrechnen könne, wenn man das Quadrat ihres Diameters in die Peripherie multipliciret, und dieſes Product durch 6 dividiret. Es ſey z. B. d, d. i. der Diameter einer Kugel, 100 Zoll, ſo wäre p oder die Peripherie derſelben 314″ (§. 137.), und daher der körperliche Inhalt

$$\frac{314 \times 100^2}{6} = \frac{3140000}{6} = 523333\tfrac{1}{3}\,c''.$$

§. 215.

Wenn man ſich vorſtellt, daß die Oberfläche einer Kugel in undenklich kleine Theile, z. B. in lauter kleine Vierecke zergliedert ſey, ſo wird man dieſe kleinen Theile der Oberfläche für ebene Flächen, und, wenn man von den Ecken dieſer kleinen Vierecke ſich gerade Linien gegen den Mittelpunct der Kugel gedenkt, die ganze Kugel für eine Summe von Pyramiden halten können, deren Höhe der Halbmeſſer der

Kugel, und deren Grundflächen dieſe unendlich kleinen Vierecke, welche zuſammen genommen die ganze Oberfläche der Kugel ausmachen, ſeyn würden. Es heiße ein ſolcher undenklich kleiner Theil von der Oberfläche der Kugel g, die Anzahl derſelben n, und die Oberfläche der Kugel ſelbſt s, ſo iſt

$$g \times n = s$$

Der Halbmeſſer der Kugel, und alſo die Höhe der kleinen viereckigen Pyramiden, die zuſammen genommen die ganze Kugel ausmachen, heiße r, ſo iſt der körperliche Inhalt einer ſolchen Pyramide, weil g die Grundfläche bedeutet,

$$\tfrac{1}{3} r \times g \quad (\text{§. } 204.)$$

und weil n die Anzahl derſelben vorſtellt, die Summe aller dieſer Pyramiden, folglich der Inhalt der Kugel

$$\tfrac{1}{3} r \times g \times n = \tfrac{1}{3} r \times s$$

weil $g \times n = s$, vermöge der angenommenen Bedingung iſt. Hieraus iſt alſo klar, daß man auch den Inhalt der Kugel erhält, wenn man den dritten Theil des Halbmeſſers in die Oberfläche derſelben multipliciret. Weil nun der Halbmeſſer die Hälfte des Durchmeſſers, und folglich $\frac{1}{3}$ des Halbmeſſers $\frac{1}{6}$ des Durchmeſſers iſt, ſo pflegt man dieſen Satz auch ſo auszudrücken: Das Product aus der Oberfläche der Kugel in den 6ten Theil des Diameters, oder der 6te Theil des Products aus der Oberfläche in den Diameter der Kugel, iſt der körperliche Inhalt derſelben. Nennt man alſo den Diameter, wie vorhin, d, ſo iſt

$$\tfrac{1}{3} rs = \tfrac{1}{6} ds$$

§. 216.

Vergleicht man dieſen Satz mit dem vorhergehenden; ſo läßt ſich daraus ferner leicht einſehen, wie man die Oberfläche einer Kugel berechnen könne. Denn da nach §. 214 der Inhalt der Kugel durch das Product $\frac{1}{6}pd^2$, und nach §. 215 auch durch das Product $\frac{1}{6}ds$ ausgedrückt werden kann; ſo folgt hieraus, weil der Buchſtabe d in beyden Ausdrücken einerley Bedeutung hat, daß

$$\frac{1}{6}pd^2 = \frac{1}{6}ds \quad (\text{§. 9. Ar.})$$

$$6 \times \frac{1}{6}pd^2 = 6 \times \frac{1}{6}ds \quad (\text{§. 17. Ar.})$$

$$\text{d. i. } pd^2 = ds$$

$$\text{Es iſt aber } \frac{pd^2}{d} = \frac{ds}{d} \quad (\text{§. 18. Ar.})$$

$$\text{d. i. } pd = s \quad (\text{§. 19. Ar.})$$

d. h. weil d den Diameter, p die Peripherie, und s die Oberfläche der Kugel bedeutet, ein Product aus dem Diameter in die Peripherie gibt die Oberfläche der Kugel. Will man z. B. wiſſen, wie viel die Oberfläche unſrer Erde Quadratmeilen enthält, ſo darf man nur 5400 Meilen, als die Peripherie der Erde, in 1720 Meilen, als den Durchmeſſer derſelben, multipliciren. Das Product aus dieſen beyden Zahlen iſt 9288000. So viel Quadratmeilen beträgt alſo die Größe von der Oberfläche unſrer Erde.

§. 217.

Weil der größte Cirkel einer Kugel mit ihr einerley Mittelpunct und Diameter (§. 211.), folglich auch einerley Peripherie hat; ſo können die Buchſtaben d und p auch den Diameter und die Peripherie

des größten Cirkels bedeuten. Das Product $\frac{1}{4}pd$ würde alſo die Fläche des größten Cirkels vorſtellen (§. 136.) Nun war die Oberfläche der Kugel pd (§. 216.). Da nun pd viermal mehr beträgt, als $\frac{1}{4}pd$; ſo iſt klar, daß die Oberfläche der Kugel viermal größer iſt, als die Fläche des größten Cirkels.

§. 218.

Die Oberfläche der Kugel und der körperliche Inhalt derſelben läßt ſich alſo leicht berechnen, wenn man nur den Diameter gemeſſen hat. Es ſey z. B. der Diameter einer Kugel 50 Schuh, ſo ſuche man erſtlich die Peripherie durch folgende Proportion:

$$100 : 314 = 50' : \text{Per.}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \hline 100)\ 15700\ (157' = \text{Per.} \end{array}$$

Iſt nun 157′ die Peripherie, ſo beträgt die Oberfläche der Kugel $157' \times 50'$ d. i. 7850 Quadratſchuhe (§. 216.). Dieſe Zahl $7850\square'$ multiplicire man durch den 6ten Theil von 50, oder durch 50, und dividire das Product mit 6 auf folgende Art:

$$\begin{array}{r} 7850\square' \\ 50' \\ \hline 392500 \\ \hline 6)\ 65416\frac{2}{3}c' \end{array}$$

ſo muß die Zahl $65416\frac{2}{3}$ die Menge von Cubikſchuhen anzeigen, welche eine Kugel enthält, deren Diameter 50 Schuh lang iſt (§. 214.).

§. 219.

Wenn man dem Diameter 100 Theile gibt, ſo iſt der körperliche Inhalt der Kugel $523333\frac{1}{3}$, wie ſchon oben (§. 214.) gezeigt worden iſt. Stellt man ſich nun einen Würfel vor, deſſen Seite ſo groß iſt, wie der Diameter der Kugel, und folglich ebenfalls 100 Theile enthält, ſo wird der körperliche Inhalt deſſelben $100 \times 100 \times 100$, d. i. 1000000 ſeyn (§. 195.). Nennt man nun die Kugel k, und den Diameter d, ſo verhält ſich alſo

$$k : d^3 = 523333\tfrac{1}{3} : 1000000$$

$$k : d^3 = 523333\tfrac{1}{3} \times 3 : 1000000 \times 3 \text{ (§.101. Ar.)}$$

$$\text{d. i. } k : d^3 = 1570000 : 3000000$$

$$k : d^3 = \frac{1570000}{10000} : \frac{3000000}{10000} \text{ (§. 104. Ar.)}$$

$$\text{d. i. } k : d^3 = 157 : 300$$

Nämlich es verhält ſich die Kugel zu dem Würfel des Diameters, oder, welches eben ſo viel ſagen will, der körperliche Inhalt der Kugel zu der Cubiczahl des Diameters, wie 157 zu 300. Da ſich aber dieſes Verhältniß auf das Verhältniß 100 : 314 gründet, welches nicht nach der größten Schärfe richtig iſt; ſo kann auch daſſelbe nicht für ganz vollkommen richtig gehalten werden. Doch kann man ſich deſſelben in der Ausübung mit Vortheil bedienen, weil der Fehler, welcher dabey begangen wird, in den meiſten Fällen ſehr unbeträchtlich iſt.

§. 220.

Durch Hülfe des vorigen Verhältniſſes läßt ſich der körperliche Inhalt einer Kugel noch auf eine an-

dere Art ausrechnen. Denn verhält ſich die Kugel zu dem Würfel des Diameters wie 157 zu 300, ſo muß ſich umgewendet 300 zu 157, wie die Cubikzahl des Diameters zu dem Inhalte der Kugel verhalten. Folglich kann man durch Hülfe der Regel Detri den körperlichen Inhalt einer Kugel finden, wenn man zu 300, 157 und der Cubikzahl des Diameters die vierte Proportionalzahl ſucht, d. h. wenn man die Cubikzahl des Diameters durch 157 multiplicirt, und dieſes Product hernach durch 300 dividirt. Z. B. es ſey der Diameter einer Kugel, deren Inhalt verlangt wird, wie §. 218 angenommen wurde, 50 Schuhe. Man ſuche alſo von dieſem Diameter die Cubikzahl

$$\begin{array}{r} 50' \\ 50 \\ \hline 2500 \\ 50 \\ \hline 125000^{c'} \end{array}$$

Nun ſchließe man

$$3\not{0}\not{0} : 157 = 1250\not{0}\not{0}^{c'} : \text{Inh. der Kugel}$$

$$\begin{array}{r} 1250 \\ \hline 7850 \\ 314 \\ 157 \\ \hline 196250 \\ \hline 3)\ \ 65416\tfrac{2}{3}^{c'} \end{array} = \text{Inh. der Kugel}$$

wie wir ihn auch oben (§. 218.) auf eine andere Art gefunden haben.

§. 221.

Das vorige Verhältniß dient auch dazu, aus dem gegebenen Inhalte einer Kugel ihren Durchmeſſer zu finden, welches ſich blos vermittelſt dieſes Verhältniſſes bewerkſtelligen läßt. Z. B. es ſey der Inhalt einer Kugel $523333\frac{1}{3}^{c'}$ Cubikſchuhe, ſo muß die vierte Proportionalzahl zu 157, 300 und $523333\frac{1}{3}^{c'}$ die Cubikzahl des Diameters (§. 219.), und daher die Cubikwurzel aus dieſer vierten Proportionalzahl der Diameter ſelbſt ſeyn (§. 195.). Hieraus iſt alſo klar daß man aus dem gegebenen Inhalte einer Kugel den Diameter findet, wenn man denſelben durch 300 multiplicirt, hierauf dieſes Product durch 157 dividiret, und aus dem Quotienten die Cubikwurzel ſuchet. Die Rechnung ſelbſt würde folgende ſeyn, wo d^3 die Cubikzahl des Diameters bedeutet.

$$157 : 300 = 523333\tfrac{1}{3} : d^3$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ \hline 156999900 \\ 100 = \tfrac{1}{3} \times 300 \\ \hline \end{array}$$

$$157)\ \left.\begin{array}{r} 157000000 \\ 157 \\ \hline 0000000 \end{array}\right\} 1000000 = d^3$$

Da nun nach dieſer Rechnung die Cubikzahl des Diameters der gegebenen Kugel 1000000 iſt, ſo muß die Cubikwurzel aus dieſer Zahl, nehmlich 100 der geſuchte Diameter ſeyn; und weil der Inhalt der Kugel in Cubikſchuhen gegeben wurde, ſo muß die gefundene Zahl 100 nothwendig Längenſchuhe anzeigen.

§. 222.

Es heiße eine Kugel K und ihr Diameter D, eine

andere Kugel k und ihr Diameter d, ſo kann man folgendergeſtalt ſchlieſſen:

$$\left.\begin{array}{l} K : D^3 = 157 : 300 \\ k : d^3 = 157 : 300 \end{array}\right\} \text{(§. 219.)}$$

Folgl. auch $K : D^3 = k : d^3$ (§. 11. Ar.)

und alt. $K : k = D^3 : d^3$ (§. 100 Ar.)

d. h. die Kugeln verhalten ſich wie die Würfel oder wie die Cubikzahlen ihrer Durchmeſſer. Iſt alſo der Diameter einer Kugel zweymal ſo groß, als der Diameter einer andern Kugel, ſo muß ſich die erſte Kugel zu der andern wie $2^3 : 1^3$ d. h. wie 8 zu 1 verhalten. Wäre der Diameter der erſten Kugel dreymal ſo groß, als der Diameter der andern Kugel, ſo müßte die erſte Kugel 27mal größer ſeyn, als die andre Kugel, weil in dieſem Falle $D^3 : d^3 = 3^3 : 1^3 = 27 : 1$ u. ſ. f.

§. 223.

Weil man im gemeinen Leben, wie ſchon oben (§. 192.) angemerkt worden iſt, den körperlichen Raum nicht allemal durch Würfel, ſondern in vielen Fällen durch Cylinder auszumeſſen pflegt; ſo ſoll noch kürzlich gezeigt werden, wie man ohne weitläuftige Rechnung, die Anzahl von Kannen finden könne, die in einem Faſſe Raum haben, indem dieſes derjenige Fall iſt, der am häufigſten vorkommt. Man nennt aber dergleichen Ausmeſſung eines Faſſes Viſiren, und daher denjenigen Maasſtab, deſſen man ſich zu dieſer Abſicht bedient, einen Viſirſtab, wovon ſonderlich zwey Arten bekannt ſind. Die eine Art wird der cylindriſche, und die andre Art der cubiſche Viſirſtab genannt.

§. 224.

Die Verfertigung eines cylindriſchen Viſirſtabes geſchiehet auf folgende Art. Man trägt erſtlich auf beyde Schenkel eines rechten Winkels z. B. des Winkels B (Fig. 101. Tab. 11.) den Diameter desjenigen Kannenmaaßes, welches an dem Orte eingeführt iſt; wo der Viſirſtab gebraucht werden ſoll, und macht alſo $BA = BC$ ſo groß als dieſen Diameter. Zieht man nun die Hypotenuſe AC, ſo hat man den Diameter eines zweykannigen Gefäßes von eben der Höhe; weil Cylinder, die gleiche Höhen haben, ſich wie die Quadrate ihrer Durchmeſſer verhalten (§. 208.), AC^2 aber ſo groß iſt, als $2BC^2$. Denn nach dem pythagoriſchen Lehrſatze iſt

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad (\text{§. } 103.)$$
$$AB^2 = BC^2 \text{ weil } AB = BC \text{ verm. d. Conſtr.}$$

Folgl. $AC^2 = BC^2 + BC^2 = 2BC^2$

Macht man alſo $BD = AC$, und zieht die Hypotenuſe AD, ſo erhält man den Diameter eines dreykannigen Gefäßes welches die Höhe eines einkannigen hat. Denn

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 \quad (\text{§. } 103.)$$
$$BD^2 = AC^2 \text{ weil } BD = AC$$

Alſo $AD^2 = AB^2 + AC^2$ (§. 9. Ar.)

$$AB^2 = BC^2 \text{ und } AC^2 = 2BC^2$$

Folglich $AD^2 = BC^2 + 2BC^2 = 3BC^2$ (§. 9. Ar.)

Weil nun das Quadrat von AD dreymal ſo groß iſt, als das Quadrat von BC, und Cylinder von einerley Höhe ſich wie die Quadrate ihrer Durchmeſſer verhalten (§. 208.), ſo muß AD der Diameter eines 3kannigen Gefäßes ſeyn, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat. Man mache daher ferner $BF = AD$. und ziehe AF, ſo hat man aus eben dem Grunde den

Diameter eines vierkannigen Gefäßes, von eben der Höhe. Wird nun wieder BG = AF gemacht und AG gezogen, ſo iſt AG der Diameter eines fünfkannigen Gefäßes, wie man leicht aus dem vorigen Beweiſe einſehen wird. Fährt man alſo auf dieſe Art fort, ſo erhält man die Durchmeſſer von einem ſechskannigen, ſiebenkannigen, achtkannigen u. ſ. w. Gefäße, in welchen allen einerley Höhe, nämlich die Höhe des Kannenmaaßes angenommen wird. Dieſe Durchmeſſer BC, BD, BF, BG u. ſ. f. trägt man auf die eine Seite eines priſmatiſchen Stabes, den man gemeiniglich von hartem Holze oder von Elfenbein machen läßt, und ſchreibt die in der Figur dabey ſtehenden Zahlen 1, 2, 3, 4 u. ſ. f. dazu, damit man ſehen könne, was für einen Diameter jede Linie bedeute. Auf die andre Seite des Stabes ſetzt man die Höhe des Kannengefäßes ſo vielmal hinter einander, als es die Länge des Stabes erlaubet; ſo iſt der ganze Viſirſtab fertig, deſſen Gebrauch ſich ſchon aus ſeiner Conſtruction erkennen läßt. Nämlich mit derjenigen Seite, auf welcher ſich die Durchmeſſer befinden, mißt man den Diameter von der Grundfläche des cylindriſchen Gefäßes, deſſen Inhalt man wiſſen will, damit man ſieht, wie viel Kannen auf der Grundfläche des Cylinders neben einander ſtehen können. Mit der andern Seite aber, welche die Höhen des Kannenmaaßes enthält, mißt man die Länge, oder die Höhe des auszumeſſenden Cylinders; ſo erfährt man dadurch, wie vielmal die Anzahl der Kannen, die auf der Grundfläche neben einander Raum haben, über einander ſtehen können. Man darf alſo nur dieſe beyden Zahlen in einander multipliciren, um den Inhalt des ganzen cylindriſchen Gefäßes zu wiſſen.

Betrüge z. B. der Durchmeſſer eines ſolchen Gefäßes 18 und die Länge oder Höhe deſſelben 8mal ſo viel, als die Höhe eines Kannengefäßes, ſo müßten in dem ganzen auszumeſſenden Gefäße 8mal 18 d. i. 144 Kannen Raum haben.

§. 225.

Die Fäſſer, zu deren Ausmeſſung eigentlich der Viſirſtab gebraucht wird, ſind zwar nicht vollkommene Cylinder, indem der Diameter des Bodens viel kleiner iſt, als der Diameter des Bauches. Allein man hat durch die Erfahrung gefunden, daß der Fehler ſehr unbeträchtlich iſt, wenn man ein gewöhnliches Faß einem Cylinder gleich ſchätzt, deſſen Höhe mit der Länge des Faſſes übereinkommt, und deſſen Diameter die mittlere arithmetiſche Proportionalzahl zwiſchen den beyden Diametern des Bodens und des Bauches, d. h. die halbe Summe dieſer beyden Diameter iſt. Sollte man alſo z. B. das Faß BCNSM (Fig. 102. Tab. 11.) viſiren, deſſen Inhalt weniger, als des Cylinders PAFR, und mehr, als des Cylinders BCSM betragen muß; ſo meſſe man erſtlich mit derjenigen Seite des Viſirſtabes, welcher die Durchmeſſer enthält, ſowohl den Diameter NB durch das Spundloch, als auch den Diameter CB am Boden, und mit der andern Seite, wo ſich die Höhen des Kannengefäßes befinden, die Länge des Faſſes CS; hierauf addire man die Durchmeſſer NB und CB zuſammen, und multiplicire die Hälfte dieſer Summe durch die Länge des Faſſes, ſo zeigt das Product die Menge der Kannen an, welche in dem Faſſe enthalten ſind. Es ſey z. B.

$$NB = 17$$
$$CB = 13$$
$$\text{Alſo } NB + CB = 30$$
$$\text{und daher } \tfrac{1}{2}(NB + CB) = 15$$
$$\text{die Länge des Faſſes } CS = 20$$
$$\text{Folglich der Inhalt des Faſſes} = 300 \text{ Kannen.}$$

§. 226.

Der cubiſche Viſirſtab, welcher von unſern Weinviſirern gebraucht wird, gründet ſich auf einen Satz, welcher ſich zwar nach der größten Schärfe erweiſen läßt, aber nicht bey allen Fäſſern Statt haben kann, weil nicht alle Fäſſer von einer ganz ähnlichen Figur gemacht werden. Dieſer Satz iſt folgender:

Alle ähnlichen Körper verhalten ſich wie die Cubikzahlen ihrer gleichnamigen Seiten, oder wie die Diagonalen, welche proportionirliche Theile und einerley Winkel umſpannen.

So iſt z. B. aus §. 195. klar, daß ſich alle Würfel, wie die Cubikzahlen ihrer Seiten verhalten. Beträgt die Seite eines Würfels zwey Zolle, und die Seite eines andern Würfels nur einen Zoll: ſo iſt der erſte Würfel acht Mal größer, als der andre. Wäre aber die Seite des erſten Würfels drey Mal größer, als die Seite des andern Würfels, ſo müßte der erſte Würfel ſelbſt 27 Mal größer ſeyn, als der andre Würfel u. ſ. f. Eben dieſes gilt auch von den Diagonalen, weil ſie mit den beyden Seiten der Würfel, die von ihnen umſpannt werden, ähnliche Triangel bilden, und in ähnlichen Triangeln die Seiten, welche einerley Winkeln gegenüberſtehen, auch einerley Verhältniß haben. Daß ſich die Kugeln wie die

Cubikzahlen ihrer Durchmeſſer verhalten, iſt bereits oben (§. 222.) erwieſen worden. Und was ich jetzt von den Würfeln und Kugeln angeführt habe, läßt ſich überhaupt von allen ähnlichen Körpern darthun, daß ſie ſich nämlich, wie die ähnlich liegenden Diagonalen verhalten; ich würde aber in zu große Weitläuftigkeit gerathen, wenn ich mich in einen allgemeinen Beweis dieſes Satzes einlaſſen wollte.

§. 227.

Vermittelſt des jetzt angeführten Satzes kann man alſo folgenden Viſirſtab verfertigen. Man läßt nämlich ein kleines Fäßchen machen, welches den größern Fäſſern, die man viſiren will, ähnlich iſt; und genau ein gewiſſes Maaß, z. B. eine hieſige Kanne enthält. Die gerade Linie von der Mitte des Spundlochs gegen die Ecke dieſes Fäßchens, z. B. NM (Fig. 102. Tab. 11.) nimmt man zur Einheit an, trägt dieſelbe auf den Viſirſtab, und ſchreibt daher an den Endpunct dieſer Linie 1. Um nun die Größe der Linie NM bey einem zweykannigen Fäßchen zu beſtimmen, theilt man dieſe Linie in eine beliebige Anzahl von gleichen Theilen, z. B. in 100. Iſt alſo NM = 100, ſo iſt die Cubikzahl von NM = 1000000, und daher dieſe Zahl zwey Mal genommen, nämlich 2000000, die Cubikzahl von NM bey einem zweykannigen Fäßchen. Zieht man nun hieraus die Cubikwurzel, ſo bekömmt man 125, d. i. die geſuchte Diagonale bey einem zweykannigen Fäßchen, die man alſo auf den Viſirſtab neben die Diagonale des einkannigen Fäßchens trägt. Nimmt man ferner die Cubikzahl von 100 drey Mal, und ſucht hieraus wieder die Cubikwurzel; ſo läßt ſich die Linie NM bey einem

dreykannigen Fäßchen, und alſo der dritte Punct auf dem Viſirſtabe beſtimmen. Hieraus wird ein jeder leicht einſehen, wie man auch die übrigen Diagonalen durch eine leichte Rechnung finden könne. Will man nun, vermittelſt eines ſolchen Viſirſtabes, den Inhalt eines Faſſes beſtimmen; ſo darf man nur den Viſirſtab durch das Spundloch gegen die Ecke des Faſſes ſtecken, damit er nämlich nach der Richtung NM (Fig. 102.) zu liegen komme, und hierauf Acht geben, wie weit der Viſirſtab naß geworden iſt. Die an dem Ende des naß gewordenen Theils befindliche Zahl zeigt die Menge der in dem viſirten Faſſe enthaltenen Kannen an, wenn nämlich das Faß ganz voll iſt.

§. 228.

Weil man alſo bey dieſer Art des Viſirens gar nicht zu rechnen braucht; ſo läßt ſich die Urſache leicht einſehen, warum man ſich gemeiniglich des cubiſchen und nicht des cylindriſchen Viſirſtabes zu bedienen pflegt; denn viele von denjenigen Perſonen, die zum Viſiren gebraucht werden müſſen, ſind im Rechnen ganz unerfahren. Allein es iſt gewiß, daß man, wegen der Unähnlichkeit der Fäſſer, den Inhalt derſelben durch Hülfe des cubiſchen Viſirſtabes nicht allemal genau beſtimmen könne. Der Gebrauch des cylindriſchen Viſirſtabes iſt viel ſicherer, obgleich der Satz, worauf ſich dieſe Art zu viſiren gründet, ſich nicht geometriſch erweiſen läßt. Unter den Erfahrungen, welche dieſes beſtätigen, verdient hier vorzüglich diejenige angemerkt zu werden, welche Herr Prof. Büſch in ſeinem Verſuche einer Mathematik zum Nutzen und Vergnügen des bürgerlichen Lebens S. 158. anführt

Es wurden nämlich zu Hamburg im Jahr 1761 auf öffentlichen Befehl und in Gegenwart einiger Deputirten acht bis zehn Fäſſer von verſchiednen Figuren, deren einige noch dazu, durch Fehler der Faßbinder, ganz unförmlich waren, mit Waſſer angefüllt, alsdenn nicht nur mit dem cylindriſchen, ſondern auch mit dem cubiſchen Viſirſtabe von geſchwornen Perſonen viſiret, und hierauf das in den Fäſſern befindliche Waſſer mit dem Maaße eines franzöſiſchen Viertels, wornach die Viſirſtäbe verfertiget waren, unmittelbar gemeſſen. Bey keinem Faſſe wich das durch den cylindriſchen Viſirſtab gefundene Maaß auch nur um ein halbes Viertel von dem wahren Maaße ab. Der cubiſche Viſirſtab aber traf nur bey gewiſſen franzöſiſchen ganzen und halben Brantweinſtückfäſſern zu, für welche er eigentlich eingerichtet war, und gab für die Fäſſer einer andern Figur bald mehr, bald weniger, als der eigentliche Inhalt betrug.

§. 229.

Bisweilen ſoll man den Inhalt ſolcher Körper beſtimmen, die unter keine der Klaſſen gehören, mit denen wir uns jetzt beſchäftiget haben. In dieſem Falle kann man ſich folgender Methode bedienen, wenn der Körper nicht allzu groß iſt. Man legt ihn nämlich in ein priſmatiſches oder cylindriſches Gefäß, und füllt daſſelbe mit Waſſer, oder wenn der Körper das Waſſer nicht vertragen kann, mit Sande ganz an. Hierauf nimmt man ihn wieder heraus und berechnet denjenigen Theil des priſmatiſchen oder cylindriſchen Gefäßes, der nunmehr von Waſſer, oder Sande leer iſt; ſo erfährt man dadurch die Größe desjenigen Raums,

welchen der Körper einnimmt. Soll der hohle Raum eines irregulären Gefäßes, welches ſich leicht mit Waſſer füllen läßt, ausgemeſſen werden, ſo kann dieſes dadurch geſchehen, wenn man die Schwere der Menge desjenigen Waſſers, welches in dem Gefäße Raum hat, und hernach die Schwere eines Cubikzolls oder Cubikſchuhs Waſſer beſtimmt. Betrüge z. B. die Schwere des ganzen in dem Gefäße befindlichen Waſſers 640 Pfund und die Schwere eines Cubikſchuhs Waſſers 64 Pfund, ſo könnte man folgendergeſtalt ſchließen:

$$64 \text{ Pf.} : 640 \text{ Pf.} = 1^{c'} : x$$

$$x = \frac{640 \times 1^{c'}}{64} = 10 \text{ Cub. Schuh.}$$

Die ebene Trigonometrie.

Erſtes Kapitel.

Von den Erklärungen und allgemeinen Gründen der Trigonometrie.

§. 1.

Durch das Wort Trigonometrie, welches einige durch Dreyeckmeſſung überſetzen, verſteht man nicht überhaupt die Wiſſenſchaft von der Ausmeſſung der Triangel, wie man aus der Etymologie vermuthen könnte, ſondern diejenige Wiſſenſchaft, welche aus einigen bekannten Theilen eines Triangels die übrigen durch Rechnung finden lehret. Sie unterſcheidet ſich alſo blos in Anſehung der Methode von demjenigen Theile der Geometrie, der ſich mit Betrachtung der Triangel beſchäftiget, indem man, wie wir bisher geſehen haben, in der Geometrie das Unbekannte eines Triangels aus dem Bekannten nicht durch Rechnung, ſondern durch Verzeichnung eines gleichen oder eines ähnlichen Triangels und durch unmittelbare Meſſung des geſuchten Theils findet.

§. 2.

Man pflegt die Trigonometrie gemeiniglich in die ebene und ſphäriſche einzutheilen. Die ebene Tri=

gonometrie (trigonometria plana), womit wir uns jetzt allein beſchäftigen werden, handelt von der Ausrechnung geradliniger Triangel. In der ſphäriſchen Trigonometrie aber lehret man ſolche Triangel ausrechnen, deren Seiten Bogen größter Cirkel auf der Oberfläche einer Kugel ſind, und die man deswegen ſphäriſche Triangel nennt, welche man auch mit einigen Schriftſtellern Kugeldreyecke nennen kann.

§. 3.

Wenn man überlegt, daß man nach der geometriſchen Methode ſowohl bey der Verzeichnung eines Triangels, als auch bey der Abmeſſung desjenigen Theils, den man eigentlich ſucht, wegen der Unvollkommenheit der Inſtrumente und unſrer Sinne nothwendig Fehler begehen muß, ſo wird man an dem Nutzen und Nothwendigkeit der Trigonometrie nicht zweifeln können, indem man bey der trigonometriſchen Methode die Verzeichnung der Triangel und das wirkliche Abmeſſen des Unbekannten entbehren kann, und überhaupt alle Größen durch Rechnen viel genauer, als durch unmittelbares Abmeſſen gefunden werden; weil man durch den Verſtand die kleinſten Theile, die ſich durch Hülfe der Sinne nicht mehr bemerken laſſen, ſehr leicht unterſcheiden kann. Ein Beyſpiel wird Anfänger von der Wahrheit dieſer Sache vielleicht noch mehr überzeugen. Wir wollen ſetzen, man ſollte durch Hülfe der Geometrie eine Weite finden, die viele Meilen betrüge; in welchem Falle man genöthiget ſeyn würde, um einen ähnlichen Triangel auf das Papier zu verzeichnen, eine Linie von einem Zoll Länge in dem verjüngten Maaßſtabe einige tauſend Ruthen bedeuten zu laſſen. Wir wollen alſo z. B. annehmen, ein

Zoll bedeute 20000 Ruthen, und man fehlte im Abmeſſen der gefundenen Linie, welche die Weite vorſtellt, nur um den 100ten Theil eines Zolls, welcher Fehler bey ungeübten ſehr häufig vorkommt, ſo hätte man bey der zu ſuchenden Weite ſchon um 200 Ruthen gefehlt, geſetzt auch, daß bey dem Abmeſſen der Winkel und Linien, die zur Conſtruction des ähnlichen Triangels nöthig ſind, und bey der Conſtruction des Triangels ſelbſt, nicht der geringſte Fehler wäre begangen worden. Ueberdieſes kann man zwar die Winkel durch gute Inſtrumente bis auf Minuten und Theile der Minuten meſſen, aber nicht eben ſo genau auf das Papier tragen, weil die Inſtrumente, durch welche eine ſolche Genauigkeit möglich iſt, nothwendig eine anſehnliche Größe haben müſſen, und deswegen auf dem Papiere nicht gebraucht werden können; daher bey Verzeichnung der Triangel auch in Anſehung dieſes Umſtandes die Fehler nicht zu vermeiden ſind. Am Himmel ſind oft Linien zu meſſen, die viel Tauſend Millionen Meilen betragen. Wollte man dieſe Meſſung durch Verzeichnung eines ähnlichen Triangels nach der geometriſchen Methode vornehmen, ſo müßte man in dem verjüngten Maaßſtabe eine Linie, die etwa einen Zoll lang wäre, 1000 und mehr Millionen Meilen bedeuten laſſen. Hier würde man, wenn man bey der Abmeſſung der gefundenen Linie nach dem verjüngten Maaßſtabe nur um den 1000ten Theil eines Zolls fehlte, ſchon einen Fehler von einer Million Meilen begehen, wobey doch wieder vorausgeſetzt wird, daß man die Winkel nach der größten Schärfe verzeichnet hätte, welches ſich aber nicht thun läßt. Aus dieſen Betrachtungen wird auch der Ungeübteſte leicht einſehen, daß man, ohne die

nometrie, in ſehr vielen Fällen ſich gar keine große Genauigkeit verſprechen könnte.

§. 4.

In einem geradlinigen Triangel ſteht zwar allemal dem größern Winkel die größere Seite gegenüber. Iſt z. B. in dem Triangel ANQ, (Fig. 115. Tab. 12.) der Winkel ANQ größer als der Winkel AQN, ſo muß auch nothwendig die Seite AQ größer ſeyn, als die Seite AN. Denn wenn man den kleinern Winkel AQN in den größern ANQ ſetzt, und alſo den Winkel RNQ = RQN macht, ſo iſt

	$RN = RQ$	(§. 76. Geom.)
Alſo auch	$AR + RN = AR + RQ$	(§. 18. Ar.)
Nun iſt	$AR + RQ = AQ$	(§. 10. Ar.)
Alſo	$AR + RN = AQ$	(§. 11. Ar.)
Es iſt aber	$AR + RN > AN$	(§. 32. Geom.)
Folglich auch	$AQ > AN$	(§. 9. Ar.)

Allein man würde ſich ſehr irren, wenn man daraus ſchließen wollte, daß die Winkel ſich eben ſo verhalten müßten, wie die gegenüberſtehenden Seiten. Denn man betrachte nur einen rechtwinklichten Triangel, in welchem ſich zwey gleiche Seiten befinden, z. B. den Triangel ACB (Fig. 101. Tab. 11.) wo AB = BC, folglich auch der Winkel ACB dem Winkel CAB gleich iſt (§. 74. Geomet.) Da B ein rechter Winkel iſt, und alle drey Winkel ſo viel als zwey rechte Winkel betragen (§. 68. Geom.), ſo müſſen die beyden Winkel ACB und CAB zuſammengenommen auch einen rechten Winkel, und daher jeder einzeln genommen einen halben rechten Winkel, oder 45 Grad ausmachen. Die Winkel B und ACB ver-

halten ſich alſo wie 90 zu 45 d. i. 2 zu 1. Daß ſich aber die gegenüberſtehenden Seiten AC und AB nicht eben ſo verhalten, läßt ſich leicht aus dem pythagoriſchen Lehrſatze einſehen. Es ſey z. B. BC, und alſo auch BA = 5,

ſo iſt $AC^2 = BA^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2$ (§. 103. Geom.)

d. i. $AC^2 = 25 + 25 = 50$

Folgl. $AC = \sqrt{50}$

Sucht man nun die Quadratwurzel aus 50, ſo findet man die Zahl 7 und einen Bruch, der ungefehr $\frac{7}{100}$ beträgt. Es verhalten ſich alſo die Seiten AC und AB wie $7\frac{7}{100}$ zu 5, folglich gar nicht wie 2 zu 1, d. i. gar nicht, wie die gegenüberſtehenden Winkel. Da ſich nun die Cirkelbogen, die man in der Geometrie zum Maaße der Winkel annimmt, wie die Winkel ſelbſt, und folglich auch nicht wie die gegenüberſtehenden Seiten eines Triangels verhalten; ſo läßt ſich leicht einſehen, daß man die Regel Detri zur Berechnung der Winkel und Seiten eines Triangels aus gegebenen Winkeln und Seiten nicht würde gebrauchen können, wenn man auch ſtatt des Verhältniſſes der Winkel, das Verhältniß der Bogen, durch welche ſie gemeſſen werden, nehmen wollte. Man iſt daher genöthiget geweſen, in der Trigonometrie gewiſſe gerade Linien ausfindig zu machen, welche ſich ſtatt der Winkel und Bogen gebrauchen laſſen, und welche mit den Seiten der Triangel in einem geometriſchen Verhältniſſe ſtehen. Dieſe Linien nun müſſen vor allen Dingen erklärt werden.

§. 5.

Die ſenkrechte Linie aus dem Endpuncte eines Bogens auf den Halbmeſſer, welcher ſich aus dem

andern Endpuncte deſſelben ziehen läßt, heißt der Sinus dieſes Bogens, und auch desjenigen Winkels, der durch dieſen Bogen gemeſſen wird. So iſt z. B. die ſenkrechte Linie NP (Fig. 109. Tab. 12.) der Sinus des Bogens NA, und des Winkels o. Das Zeichen, womit man die Sinus anzeigt, iſt der erſte Buchſtabe, oder die drey erſten Buchſtaben dieſes Worts. Das jetzt angeführte Beyſpiel würde man daher alſo ſchreiben:

$$NP = S.\ o = S.\ NA$$

oder $NP = Sin.\ o = Sin.\ NA$

§. 6.

Verlängert man den Sinus NP bis an den entgegengeſetzten Punct der Peripherie F, ſo iſt NF eine Chorde oder Sehne, und NP die Hälfte davon, ſo wie NA die Hälfte des Bogens NAF ſeyn muß (§. 111. Geom.) Der Sinus eines Bogens iſt alſo die Hälfte einer Chorde, die zu einem noch einmal ſo großen Bogen gehört, und man hätte daher die Sinus der Bogen oder Winkel im Deutſchen auf eine recht ſchickliche Art Halbſehnen nennen können.

§. 7.

Weil die Chorde NF nicht nur zu dem Bogen NAF, ſondern auch zu dem Bogen NRF gehöret, ſo iſt NP nicht nur der Sinus des Bogens NA oder des Winkels o, ſondern auch des Bogens NR und des Winkels u. Zwey Bogen alſo, die zuſammen eine halbe Peripherie ausmachen, oder zwey Winkel, die zuſammengenommen 180 Grad betragen, haben einerley Sinum.

§. 8.

Es ſey (Fig. 110) der Bogen TN ein Quadrant,

und folglich der Winkel TCN = 90°, ſo iſt die ſenkrechte Linie NC der Sinus dieſes Bogens und Winkels; NC aber iſt ein Radius. Folglich iſt klar, daß der Sinus eines rechten Winkels, oder eines Bogens von 90 Graden dem Halbmeſſer des Cirkels gleich iſt. Und weil der Radius die größte halbe Chorde iſt, und daher auch der Sinus eines Bogens von 90 Graden der größte Sinus ſeyn muß, ſo hat man denſelben zum Maaßſtabe der übrigen angenommen, und den Sinus Totus genannt. Man zeigt denſelben entweder durch den Buchſta- R, oder durch die Abbreviatur Sin. Tot. an.

§. 9.

Wenn man, wie vorhin, aus den Endpuncten eines Bogens, z. B. des Bogens AN (Fig. 109.) Halbmeſſer ziehet; an das Ende des einen Halbmeſſers AC eine ſenkrechte Linie errichtet, und den andern Halbmeſſer NC verlängert, bis er dieſelbe ſchneidet, ſo wird die dadurch beſtimmte ſenkrechte Linie TA die Tangente, und der verlängerte Radius TC, welcher die Tangente ſchneidet, die Secante des Bogens NA oder des Winkels o genannt. Das Zeichen der Tangenten iſt T. oder Tang. und der Secanten Sec. Derjenige Theil des Halbmeſſers, der zwiſchen dem Tangenten und Sinus enthalten iſt, nämlich AP, heißt der Querſinus (ſinus verſus) von eben dieſem Bogen und Winkel.

§. 10.

Wollte man alſo die Tangente und Secante eines Bogens von 90° z. B. des Bogens TN (Fig. 110.) beſchreiben, ſo müßte man, vermöge der vorigen De-

finition, aus dem Puncte T eine ſenkrechte Linie ziehen und den Halbmeſſer NC verlängern, bis dieſe ſenkrechte Linie dadurch geſchnitten würde. Weil aber der Winkel TCN in dieſem Falle, indem er durch den Bogen TN gemeſſen wird, ein rechter Winkel iſt, und folglich NC auf TC ſenkrecht ſtehet, ſo müſſen die Linien PT und NC unter ſich parallel ſeyn (§. 63. Geom.). Es läßt ſich alſo für einen Bogen oder Winkel von 90 Graden weder eine Tangente noch eine Secante beſtimmen, oder in der Sprache der Mathematiker zu reden, die Tangente und Secante eines Bogens von 90 Graden oder eines rechten Winkels iſt unendlich groß.

§. 11.

Denjenigen Theil, welchen man zu einem Bogen, der noch nicht 90 Grad beträgt, hinzuſetzen muß, damit 90 Grad voll werden, nennt man das Complement oder die Ergänzung deſſelben Bogens, und auf eben die Art heißt ein ſpitziger Winkel, den man zu einem andern ſpitzigen Winkel ſetzen muß, um einen rechten Winkel zu erhalten, der Complements- oder Ergänzungs-Winkel von dieſem (angulus complementi). Wenn alſo NC (Fig. 110.) ſenkrecht auf TC ſtehet, ſo iſt der Bogen QN das Complement von dem Bogen TQ, und umgewendet TQ, das Complement von QN; ingleichen e der Complements-Winkel von o, und o wieder der Complements-Winkel von e. Will man alſo den Complements-Winkel von einem gegebenen Winkel haben, ſo darf man ihn nur von 90 Grad abziehen. Wäre z. B. von einem Winkel von 40° die Rede, ſo würde ſein Complements-Winkel 90° — 40° d. i. 50 Grad ſeyn. In

einem rechtwinklichten Triangel ſind daher die beyden ſpitzigen Winkel, weil ſie zuſammen 90 ausmachen, Complements-Winkel von einander.

§. 12.

Der Sinus eines Complements-Winkels und alſo auch der Sinus eines Complements-Bogens wird der Kürze halber Coſinus; die Tangente eines Complements-Winkels oder Bogens Cotangente, und die Secante eines Complements-Winkels oder Bogens Coſecante genannt. Die Coſinus deutet man durch coſ. die Cotangenten durch cot. die Coſecanten durch coſec. an.

§. 13.

Wenn o (Fig. 110.) der Complements-Winkel von e iſt; ſo muß der Sinus des Winkels o, nämlich QS, der Coſinus von e, und der Sinus des Winkels e, nämlich QR, der Coſinus des Winkels o ſeyn. Weil aber die vierſeitige Figur CRQS, vermöge der Conſtruction, ein rechtwinklichtes Parallelogram iſt, folglich

$$\left.\begin{aligned} QS &= CR \\ \text{und } QR &= SC \end{aligned}\right\} \quad (\text{§. 63. Geom.})$$

ſo kann man auch RC für den Sinum des Winkels o, oder für den Coſinum des Winkels e, und SC für den Sinum des Winkels e, oder für den Coſinum des Winkels o halten. Hieraus läßt ſich alſo folgender Satz einſehen: Der Coſinus iſt derjenige Theil des Halbmeſſers, der ſich zwiſchen dem Sinus und dem Mittelpuncte befindet.

§. 14.

Lehrſatz. Die Sinus, ingleichen die Tangenten und Secanten ähnlicher, d. i. ſolcher Bogen, die aus der Spitze eines Winkels innerhalb ſeiner Schenkel beſchrieben werden, haben gegen die Halbmeſſer dieſer Bogen einerley Verhältniß.

Es ſey (Fig. 111. Tab. 12.) aus der Spitze des Winkels ARB innerhalb der Schenkel deſſelben der Bogen SD mit dem Halbmeſſer DR = SR und der Bogen CB mit dem Halbmeſſer BR = CR beſchrieben; ſo verhält ſich

$$\text{Sin. } SD : SR = \text{Sin. } CB : CR$$

Ferner $\text{Tang. } SD : DR = \text{Tang. } CB : BR$

und $\text{Sec. } SD : DR = \text{Sec. } CB : BR$

Beweis.

Man ziehe aus dem Puncte S die gerade Linie SQ ſenkrecht auf den Halbmeſſer DR, und aus dem Puncte C die Linie CD ſenkrecht auf den Halbmeſſer BR; ſo iſt

$$\left.\begin{array}{l} SQ = \text{Sin. } SD \\ CD = \text{Sin. } CB \end{array}\right\} (\S.\ 5.)$$

Weil nun alſo, vermöge der Conſtruction, ſowohl der Winkel SQR, als auch der Winkel CDR, ein rechter Winkel, und der Winkel bey R den beyden Triangeln SQR und CDR gemein iſt; ſo müſſen die beyden Triangel einander ähnlich ſeyn. Folglich

$$SQ : SR = CD : CR \quad (\S.\ 145.\ \text{Geom.})$$

$$\underline{SQ = \text{Sin. } SD \text{ und } CD = \text{Sin. } CB}$$

Folgl. $\text{Sin. } SD : SR = \text{Sin. } CB : CR$ (§. 9. Ar.)

Auf eben die Art läßt ſich auch beweiſen, daß die Tangenten, ingleichen die Secanten dieſer Bogen gegen ihre Halbmeſſer einerley Verhältniß haben. Denn man ziehe CD ſenkrecht auf den Endpunct des Halbmeſſers DR und AB ſenkrecht auf den Endpunct des Halbmeſſers BR, ſo iſt nach den obigen Erklärungen (§. 9.)

CD = Tang. SD
AB = Tang. CB
CR = Sec. SD
AR = Sec. CB

Weil nun in den Triangeln CDR und ABR ebenfalls zwey Winkel von einerley Größe vorkommen; ſo müſſen auch dieſe beyden Triangel einander ähnlich ſeyn, und daher erſtlich ſich verhalten

CD : DR = AB : BR (§. 145. Geom.)
CD = Tang. SD und AB = Tang. CB

Folgl. Tang. SD : DR = Tang. CB : BR

ingleichen

CR : DR = AR : AR (§. 145. Geom.)
CR = Sec. SD und AR = Sec. CB

Sec. SD : DR = Sec. CB : BR (§. 9. Ar.)

§. 15.

Wenn man alſo einen jeden Halbmeſſer, er mag groß oder klein ſeyn, in gleich viel Theile theilet; ſo müſſen auch die Sinus, ingleichen die Secanten und Tangenten, die zu einerley Winkel gehören, man mag ſich nun dieſelben im Kleinen oder im Großen vorſtellen, eine gleiche Anzahl von dieſen Theilen erhalten. Man hat daher den Halbmeſſer in den gewöhnlichen Tafeln in 10000000, und in den größern

in 1000000000 eingetheilt, und durch mühſame Rechnungen unterſuchet, wie viel ſolcher Theile auf die Sinus, Tangenten und Secanten der ſpitzigen Winkel gehen; weil die ſtumpfen Winkel eben die Sinus, Tangenten und Secanten haben, als die ſpiz-zigen, die mit ihnen 180 Grad ausmachen. Damit auch Anfänger die Möglichkeit einſehen, wie dergleichen Tafeln haben berechnet werden können, ſo will ich erſt noch folgende Betrachtungen anſtellen, ehe ich zu den eigentlichen Sätzen der Trigonometrie fortgehe.

§. 16.

Es ſey (Fig. 112. Tab. 12.) die Linie BF die Seite eines regulären Sechsecks, und folglich ſo groß, als der Radius BN (§. 116. Geom.), ſo muß der Bogen BDF, wovon BF eine Sehne iſt, den ſechsten Theil der Peripherie, d. i. 60 Grad betragen. Man ziehe aus dem Mittelpuncte N die ſenkrechte Linie ND, ſo iſt

$BC = \frac{1}{2} BF$

Bog. $BD = \frac{1}{2}$ Bog. BDF (§. 111. Geom.)

Da nun BC der Sinus des Bogens BD (§. 5.) d. h. eines Bogens von 30 Grad iſt; ſo läßt ſich derſelbe finden, wenn man den Halbmeſſer halbirt. Gäbe man alſo dem Halbmeſſer 100 Theile, ſo würde der Sinus eines Bogens oder Winkels von 30 Graden 50 Theile haben. Weil nun in den gewöhnlichen kleinen Tafeln der Halbmeſſer 10000000 Theile enthält, ſo wird der Sinus eines Bogens von 30 Graden durch die Zahl 5000000 ausgedrückt. Iſt der Sinus eines Winkel bekannt; ſo läßt ſich ſein Co-

ſinus finden, wenn man das Quadrat des Si-nus von dem Quadrate des Halbmeſſers ſub-trahiret und aus dem Ueberreſte die Quadrat-wurzel ziehet. Denn in dem rechtwinklichten Tri-angel BNC iſt die Hypotenuſe BN der Halbmeſſer, der Cathetus BC der Sinus, und der Cathetus NC der Coſinus des Bogens BD (§. 13.); folglich

$BN^2 = NC^2 + BC^2$ (§. 103. Geom.)

$BN^2 - BC^2 = NC^2$ (§. 14. Ar.)

Alſo $\sqrt{(BN^2 - BC^2)} = NC$

Hat man nun den Coſinus eines Winkels von 30 Grad berechnet, ſo hat man zugleich den Sinus ei-nes Winkels von 60 Grad gefunden (§. 11. 12.).

§. 17.

Wenn man CN (Fig. 112.) von ND wegnimmt, ſo bleibt CD übrig. CD aber iſt der Querſinus des Bogens BD (§. 9.), NC ſein Coſinus, wie ſchon vorhin bemerkt worden iſt, und ND der Halbmeſſer oder Sinus totus. Man erhält alſo den Querſinus eines Bogens oder Winkels, wenn man deſſelben Coſinus von dem Halbmeſſer ſubtrahirt.

§. 18.

Aus dem Sinus und Querſinus eines Win-kels läßt ſich der Sinus eines andern Winkels finden, der halb ſo groß iſt, wenn man das Quadrat des Sinus zu dem Quadrate des Quer-ſinus addirt, aus dieſer Summe die Quadrat-wurzel ziehet und davon die Hälfte nimmt. Denn man ziehe (Fig. 112.) die Sehne BD, ſo muß die Hälfte davon der Sinus von der Hälfte des Bo-

gens BD ſeyn (§. 6.). Es iſt aber nach dem pythagoriſchen Lehrſatze

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 \quad \text{(§. 103. Geom.)}$$

$$\text{Alſo } BD = \sqrt{(BC^2 + CD^2)}$$

$$\text{und } \tfrac{1}{2}BD = \tfrac{1}{2}\sqrt{(BC^2 + CD^2)}$$

Hieraus erhellet alſo, wie man den Sinus eines Winkels von 15 Grad berechnen könne, wenn man den Sinus eines Winkels von 30 Grad gefunden hat, und wie ferner aus dem Sinus eines Winkels von 15 Grad der Sinus eines Winkels von $7\tfrac{1}{2}$ Grad u. ſ. f. zu finden ſey.

§. 19.

Es ſey (Fig. 112.) der Halbmeſſer BN ſenkrecht auf dem Halbmeſſer SN, und alſo BS die Seite eines Quadrats, das ſich in dem Cirkel, in welchem BN und SN Halbmeſſer ſind, beſchreiben läßt; ſo iſt, wenn aus dem Mittelpuncte N die Linie NA ſenkrecht auf BS gezogen wird,

$$\left.\begin{aligned} BG &= \tfrac{1}{2}\, BS \\ \text{Bog. } BA &= \tfrac{1}{2}\, \text{Bog. } BAS \end{aligned}\right\} \quad \text{(§. 111. Geom.)}$$

Da nun der ganze Bogen BAS den vierten Theil von der Peripherie oder 90° beträgt; ſo muß der halbe Bogen BA, deſſen Sinus BG iſt, 45° ausmachen. Nun iſt

$$\begin{aligned} BS^2 &= BN^2 + SN^2 \quad \text{(§. 103. Geom.)} \\ & \quad\; BN^2 = SN^2 \\ BS^2 &= 2BN^2 \\ BS &= \sqrt{2BN^2} \\ \tfrac{1}{2}BS &= \tfrac{1}{2}\sqrt{2BN^2} \\ \tfrac{1}{2}BS &= BG \quad \text{(§. 111. Geom.)} \\ BG &= \tfrac{1}{2}\sqrt{2PN^2} \\ BG &= \text{Sin. } 45^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Folglich Sin. } 45^\circ = \tfrac{1}{2}\sqrt{2BN^2}$$

d. h. weil BN der Radius des Cirkels iſt: man findet den Sinus eines Winkels von 45 Grad, wenn man das Quadrat des Halbmeſſers durch 2 multipliciret, aus dieſem Producte die Quadratwurzel ziehet, und davon die Hälfte nimmt. Aus dem Sinus eines Winkels von 45 Graden findet man ferner den Sinus eines Winkels von 22°, 30′, und aus dieſem wieder den Sinus eines Winkels von 11°, 15′ u. ſ. f. wenn man nach der vorhin (§. 18.) erklärten Regel verfährt.

§. 20.

Dieſe Betrachtungen werden hinlänglich ſeyn, Anfängern einigermaßen die Möglichkeit begreiflich zu machen, wie die Sinus der Winkel haben ausgerechnet werden können. Setzt man nun die Berechnung der Sinus und Coſinus voraus, so iſt leicht einzuſehen, wie ſich auch die Tangenten und Secanten berechnen laſſen. Denn es ſey (Fig. 109. Tab. 12.)

$$NP = \text{Sin. } o$$
$$PC = \text{Coſ. } o$$
$$AC = NC = \text{Sin. Tot.}$$
$$TA = \text{Tang. } o$$
$$TC = \text{Sec. } o$$

ſo müſſen die beyden Triangel NPC und TAC, welche durch dieſe trigonometriſchen Linien gebildet werden, wegen des gemeinſchaftlichen Winkels o und der rechten Winkel bey P und A, einander ähnlich ſeyn. Folglich

$$PC : NP = AC : TA \text{ (§.145.Geom.)}$$

d. i. $\text{Coſ. } o : \text{Sin. } o = \text{Sin. Tot.} : \text{Tang. } o$

Folglich $\text{Tang. } o = \dfrac{\text{Sin. } o \times \text{Sin. Tot.}}{\text{Coſ. } o}$ (§. 112. Ar.)

Ferner

$$NP : NC = TA : TC \quad (\text{§. 145. Geom.})$$

d. i. $\text{Sin. o} : \text{Sin. Tot.} = \text{Tang. o} : \text{Sec. o}$

Folglich $\text{Sec. o} = \dfrac{\text{Tang. o} \times \text{Sin. Tot.}}{\text{Sin. o}}$ (§. 112. Ar.)

Man findet alſo die Tangente eines Winkels, wenn man ſeinen Sinus durch den Sinus Totus, d. h. durch den Halbmeſſer multipliciret, und dieſes Product durch ſeinen Coſinus dividiret. Hat man die Tangente berechnet, ſo findet man die Secante, wenn man die Tangente durch den Sinus Totus, d. i. durch den Halbmeſſer multipliciret, und das Product durch den Sinus eben deſſelben Winkels dividiret.

§. 21.

Wenn man ſich nun der gewöhnlichen Tafeln, in welchen nicht nur die Sinus, Tangenten und Secanten, ſondern auch ihre Logarithmen enthalten ſind, bedienen will; ſo muß man noch folgendes merken. Es ſind allemal 2 Winkel, die zuſammen 90 Grad ausmachen, in einer Reihe einander gegenüber geſetzt worden. Verlangt man nun den Coſinus, Cotangenten oder Coſecanten eines Winkels, ſo ſuche man dieſen Winkel auf, und nehme den Sinus, Tangenten oder Secanten des andern Winkels, der mit dieſem ſich in einer Reihe befindet. Z. B. wollte man den Coſinus von 24°, 30′ aus den Vlacqſchen Tabellen haben; ſo dürfte man nur dieſen Winkel aufſuchen, und den Sinus des Winkels auf der andern Seite in eben der Zeile nehmen, wo 65°, 30′, d. i. der Complements-Winkel von 24°, 30′ ſtehet. Weil

ferner die ſtumpfen Winkel einerley Sinus, Tangenten und Secanten mit dem ſpitzigen haben, die mit ihnen zuſammen 180 Grad ausmachen; ſo hat man die ſtumpfen Winkel weggelaſſen. Verlangt man alſo den Sinus eines ſolchen Winkels, ſo ſubtrahire man denſelben von 180°, und ſuche von dem Ueberreſte den Sinus. So würde alſo der Sinus von 120° eben ſoviel betragen, als der Sinus von 60°, weil 180° — 120° = 60° (§. 7.). Auf eben die Art erhält man auch die Tangenten und Secanten der ſtumpfen Winkel. Was die verſchiednen Ausgaben der Sinustabellen betrifft, ſo brauche ich hier, um nicht einerley Sache zweymal anzuführen, nur dieſes zu erinnern, daß man ſolche Tabellen faſt in allen bekannten Ausgaben der logarithmiſchen Tafeln antrifft, wovon ſchon in der Arithmetik (§. 131.) die brauchbarſten genannt worden ſind. Es iſt aber in den größern Tabellen, wie ſchon oben bemerkt worden iſt, der Sinus Totus oder Halbmeſſer = 10000000000 angenommen worden, daher ſein Logarithmus = 10. 0000000000. In den kleinern Tafeln aber hat man den Halbmeſſer, und daher auch alle übrigen trigonometriſchen Linien um 3 Ziffern verkürzt, aber die Logarithmen behalten; daher es kömmt, daß alle Kennziffern der Logarithmen, die zu den Sinus und Tangenten gehören, um 3 Einheiten zu groß ſind, weil ſie eigentlich die Logarithmen ſolcher Zahlen ſind, die 3 Ziffern mehr enthalten. Dieſer Umſtand aber verurſacht nicht den geringſten Fehler im Rechnen; weil man ſich der Zahlen ſelbſt, welche die Sinus und Tangenten ausdrücken, gar nicht bedient, wenn man einmal mit den Logarithmen rechnet.

§. 22.

Lehrſatz. In einem rechtwinklichten Triangel verhält ſich die Seite, welche dem rechten Winkel gegenüber ſteht, zu einer anliegenden, Seite, wie der Sinus Totus zu dem Sinus des gegenüberſtehenden, oder zu dem Coſinus des anliegenden Winkels.

Es ſey ADB (Fig. 114. Tab. 12.) ein rechtwinklichter Triangel, ſo verhält ſich

AB : AD = Sin. Tot. : Sin. B
oder AB : AD = Sin. Tot. : Coſ. A

Ferner

AB : DB = Sin. Tot. : Sin. A
oder AB : DB = Sin. Tot. : Coſ. B

Beweis.

Man beſchreibe mit der Seite AB, welche dem rechten Winkel gegenüber ſteht, einen Cirkel oder nur einen Cirkelbogen, ſo iſt, vermöge der Conſtruction und der angenommenen Bedingung, daß ADB ein rechter Winkel ſeyn ſoll,

AB = Sin. Tot. (§. 8.)
AD = Sin. B = Coſ. A (§. 5. 11. 12.)

Folglich AB : AD = Sin. Tot. : Sin. B
oder AB : AD = Sin. Tot. : Coſ. A } (§. 9. Ar.)

Auf eben dieſe Art iſt auch klar, daß

AB : DB = Sin. Tot. : Sin. A
oder AB : DB = Sin. Tot. : Coſ. B

weil DB als der Coſinus von B, auch der Sinus von A ſeyn muß (§. 13).

§. 23.

Da in dem vorigen Triangel, wenn BA der Halbmeſſer oder Sinus Totus iſt,

$$\begin{array}{ll} DB = \text{Coſ. } B & (\S.\ 13.) \\ AD = \text{Sin. } B & \\ \hline \end{array}$$

ſo verhält ſich DB : AD = Coſ. B : Sin. B (§. 9. Ar.)

d. h. in einem rechtwinklichten Triangel verhält ſich der eine Cathete zu dem andern, wie der Coſinus des ſpitzigen Winkels, welcher an dem erſten Catheten liegt, zu dem Sinus deſſelben Winkels.

§. 24.

Lehrſatz. In einem rechtwinklichten Triangel verhält ſich der Sinus Totus zu der Tangente eines ſpitzigen Winkels, wie der Cathete, der an dieſem Winkel lieget, zu dem gegenüberſtehenden Catheten.

Es ſey in dem Triangel ADB (Fig. 114.) bey D ein rechter Winkel, ſo verhält ſich

$$\text{Sin. Tot.} : \text{Tang. } B = DB : AD$$

Beweis.

Man beſchreibe mit dem Catheten DB, an welchem der Winkel B lieget, einen Bogen; ſo iſt, weil DB alsdenn den Halbmeſſer vorſtellt,

$$\begin{array}{ll} \text{Sin. Tot.} = DB & (\S.\ 8.) \\ \text{Tang. } B = AD & (\S.\ 9.) \\ \hline \end{array}$$

Folglich Sin. Tot. : Tang. B = DB : AD

§. 25.

Weil B der Complements-Winkel von A iſt (§. 11.), ſo iſt auch

$$\text{Tang. B} = \text{Cot. A} \quad (\S.\ 12.)$$

Folglich $\text{Sin. Tot.} : \text{Cot. A} = \text{DB} : \text{AD}$ (§ 9. Nr.)

d. h. in einem rechtwinklichten Triangel verhält ſich auch der Sinus Totus zu dem Cotangenten eines ſpitzigen Winkels, wie der dieſem Winkel gegenüberſtehende Cathete zu dem anliegenden.

§. 26.

Lehrſatz. In einem jeden geradlinigen Triangel verhalten ſich die Seiten, wie die Sinus der gegenüberſtehenden Winkel.

Vergleicht man z. B. in dem Triangel AMP (Fig. 113. Tab. 12.) die Seiten AM und PM mit einander, ſo verhält ſich

$$\text{AM} : \text{MP} = \text{Sin. P} : \text{Sin. A}$$

Beweis.

Weil ſich durch jede drey Puncte, die nicht in einer geraden Linie liegen, ein Cirkel beſchreiben läßt (§. 90. Geom.), ſo iſt klar, daß man um jeden geradlinigen Triangel einen Cirkel beſchreiben kann. Stellt man ſich nun einen Cirkel vor, deſſen Peripherie durch alle drey Ecken des Triangels AMP gehet, ſo müſſen die Seiten deſſelben Sehnen des Cirkels, und die Winkel Peripherie-Winkel werden. Zieht man ferner aus dem Mittelpuncte C die ſenkrechten

Linien CD und CR, wodurch nicht nur die Sehnen, ſondern auch die dazu gehörigen Bogen in zwey gleiche Theile getheilt werden (§. 111. Geom.), ſo iſt

$$AB = \tfrac{1}{2} AM$$
$$AD = \tfrac{1}{2} ADM$$
$$MG = \tfrac{1}{2} MP$$
$$MR = \tfrac{1}{2} MRP$$

Weil nun die Winkel P und A Peripheriewinkel ſind, und daher eben ſo viel Grade enthalten müſſen, als die Hälften der Bogen, auf welchen ſie ſtehen, (§. 83. Geom.) ſo iſt

$$P = \tfrac{1}{2} ADM = AD$$
$$A = \tfrac{1}{2} MRP = MR$$

woraus ferner erhellet, daß der Sinus des Winkels P dem Sinus des Bogens AD, und der Sinus des Winkels A, dem Sinus des Bogens MR gleich ſeyn muß. Nun verhält ſich aber

$AM : MP = \tfrac{1}{2} AM : \tfrac{1}{2} MP$ (§. 103. Ar.)
$AB = \tfrac{1}{2} AM$ und $MG = \tfrac{1}{2} MP$

$AM : MP = AB : MG$ (§. 9. Ar.)
$AB = \text{Sin. } AD$ und $MG = \text{Sin. } MR$ (§. 6.)

Alſo $AM : MP = \text{Sin. } AD : \text{Sin. } MR$
$\text{Sin. } AD = \text{Sin. } P$ und $\text{Sin. } MR = \text{Sin. } A$

Folglich $AM : MP = \text{Sin. } P : \text{Sin. } A$

Auf eben die Art läßt ſich auch beweiſen, daß die Seite AM zu der Seite AP ſich verhält, wie der Sinus des Winkels P zu dem Sinus des Winkels M, und MP zu AP wie der Sinus des Winkels A zu dem Sinus des Winkels M.

§. 27.

Man kann den vorigen Satz auch ſo ausdrücken: Es verhält ſich eine Seite zu dem Sinus des gegenüberſtehenden Winkels, wie jede andere Seite zu dem Sinus des gegenüberſtehenden Winkels. Denn aus der Proportion

$$AM : MP = \text{Sin. } P : \text{Sin. } A$$

folgt alternando dieſe:

$$AM : \text{Sin. } P = MP : \text{Sin. } A$$ (§. 100. Ar.)

§. 28.

Lehrſatz. In einem jeden geradlinigen Triangel verhält ſich die Summe zweyer Seiten zu ihrem Unterſchiede, wie die Tangente von der halben Summe der beyden Winkel, welche dieſen Seiten gegenüber ſtehen, zu der Tangente von dem halben Unterſchiede eben dieſer Winkel.

Es ſey z. B. ANQ (Fig. 115. Tab. 12.) ein geradliniger Triangel, ſo verhält ſich

$$AQ + AN : AQ - AN = \text{T.} \tfrac{1}{2}(ANQ + AQN) : \text{T.} \tfrac{1}{2}(ANQ - AQN)$$

Beweis.

Man trage die kleinſte von den beyden Seiten, von welchen die Rede iſt, nämlich AN auf die andere Seite AQ, mache alſo AR = AN, und verlängere AQ über A, bis BA ebenfalls ſo groß, als AN wird; ſo iſt, vermöge der Conſtruction,

$$BQ = AQ + AB = AQ + AN$$
$$RQ = AQ - AR = AQ - AN$$

Die Puncte N und R verbinde man durch eine gerade Linie; aus dem Puncte Q ziehe man die Linie CQ parallel mit der Linie NR, und durch die Puncte B und N ziehe man eine andre gerade Linie bis an die Parallellinie CQ; ſo muß der Winkel BNR, und folglich auch C, ein rechter Winkel ſeyn. Denn vermöge der Conſtruction iſt BA = AN = AR; man könnte alſo mit dem Halbmeſſer BA aus dem Puncte A einen Cirkel beſchreiben, welcher durch die Puncte B, N und R ginge. Alsdenn würde BR der Diameter des Cirkels, und BNR ein Winkel an der Peripherie werden, der auf dem Endpuncte eines Diameters ſtünde; folglich müßte er ein rechter Winkel ſeyn (§. 84. Geom.). Und weil CQ parallel mit NR gezogen worden, ſo muß C ſo groß als der Winkel BNR, folglich auch ein rechter Winkel (§. 65. Geom.), und daher die Triangel BCQ und NCQ rechtwinklichte Triangel ſeyn. Weil nun ferner, vermöge der Conſtruction, AN = AR, ſo ſind die Winkel ANR und ARN einander gleich (§. 74. Geom.), und daher ANR + ARN = 2 ARN. Es iſt aber

$$\underline{ANR + ARN = 180° - NAR} \quad \text{§. 70. Geom.}$$

Alſo $2\,ARN = 180° - NAR$ (§. 11. Ar.)

Aber auch $\underline{ANQ + AQN = 180 - NAR}$ § 70. Geom.

Folglich $\underline{2\,ARN = ANQ + AQN}$ (§. 11. Ar.)

und daher $\frac{2\,ARN}{2} = \frac{ANQ + AQN}{2}$ (§. 18. Ar.)

d. i. $ARN = \frac{1}{2}(ANQ + AQN)$
$BQC = ARN$ (§. 66. Geom.)

Folglich $BQC = \frac{1}{2}(ANQ + AQN)$ (§. 11. Ar.)
oder $BQC = \frac{1}{2} ANQ + \frac{1}{2} AQN$
$AQN = AQN$

$BQC - AQN = \frac{1}{2} ANQ + \frac{1}{2} AQN - AQN$ (§. 14. Ar.

d. i. $BQC - AQN = \frac{1}{2} ANQ - \frac{1}{2} AQN$ (§. 30. Ar.)
oder $BQC - AQN = \frac{1}{2}(ANQ - AQN)$
$BQC - AQN = NQC$

Folglich $NQC = \frac{1}{2}(ANQ - AQN)$ (§. 11. Ar.).

Weil alſo der Winkel BQC ſo groß iſt, als $\frac{1}{2}(ANQ + AQN)$, ſo iſt auch die Tangente von BQC ſo groß, als die Tangente von $\frac{1}{2}(ANQ + AQN)$ und weil $NQC = \frac{1}{2}(ANQ - AQN)$ ſo muß auch die Tangente von NQC der Tangente von $\frac{1}{2}(ANQ - AQN)$ gleich ſeyn. Nun verhält ſich in dem rechtwinklichten Triangel BCQ

CQ : BC = Sin. Tot. : Tang. BQC (§. 24.)

oder alt. CQ : Sin. Tot. = BC : Tang. BQC (§. 100. Ar.)

und in dem rechtwinklichten Triangel NCQ

CQ : NC = Sin. Tot. : Tang. NQC (§. 24.)

alt. CQ : Sin. Tot. = NC : Tang. NQC (§. 100. Ar.)

Wird nun dieſe Proportion mit der vorigen:

CQ : Sin. Tot. = BC : Tang. BQC

verglichen, ſo läßt ſich daraus folgende Proportion herleiten:

$$BC : \text{Tang.}\,BQC = NC : \text{Tang.}\,NQC$$ (§. 11. Ar.)

$$BC : NC = \text{Tang.}\,BQC : \text{Tang.}\,NQC$$ (§. 100. Ar.)

$$BQ : RQ = BC : NC$$ (§ 143. Geom.)

$$BQ : RQ = \text{Tang.}\,BQC : \text{Tang.}\,NQC$$ (§. 11. Ar.)

$$T.\tfrac{1}{2}(ANQ + AQN) = T.\,BQC$$

$$T.\tfrac{1}{2}(ANQ - AQN) = T.\,NQC$$

Folglich $BQ : RQ = T.\tfrac{1}{2}(ANQ + AQN) : T.\tfrac{1}{2}(ANQ - AQN)$ (§. 9. Ar.)

$BQ = AQ + AN$ und $RQ = AQ - AN$

Alſo $AQ + AN : AQ - AN = T.\tfrac{1}{2}(ANQ + AQN) : T.\tfrac{1}{2}(ANQ - AQN)$ (§. 9. Ar.)

§. 29.

Lehrſatz. Wenn man in einem ungleichſeitigen Triangel mit der kleinſten Seite aus der Spitze desjenigen Winkels, welcher der größten Seite gegenüber ſtehet, einen Cirkel beſchreibet, ſo verhält ſich die größte Seite zu der Summe der übrigen beyden Seiten, wie der Unterſchied dieſer beyden Seiten zu demjenigen Theile der größten Seite, welcher ſich außerhalb des Cirkels befindet.

Es ſey mit der kleinſten Seite CP des Triangels QCP (Fig. 116. Tab. 12.) aus der Spitze C, welche der größten Seite QP gegenüber ſtehet, ein Cirkel beſchrieben, ſo verhält ſich

$$QP : QC + CP = QC - CP : QS$$

Beweis.

Man verlängere die Seite QC bis an die Peripherie, ſo iſt, weil $CP = CN = CD$ (§. 29. Geom.)

$$QN = QC + CN = QC + CP$$
$$QD = QC - CD = QC - CP$$

Es verhält ſich aber

$$QP : QN = QD : QS \text{ (§.156. Geom.)}$$

Folglich auch $QP : QC + CP = QC - CP : QS$
(§. 9. Ar.)

Zweytes Kapitel.

Von der Ausrechnung der Triangel.

§. 30.

Bey der Berechnung der Triangel, mit welcher wir uns jetzt beſchäftigen wollen, kömmt alles darauf an, daß man ſich aus den jetzt erklärten Lehrſätzen denjenigen erwählt, durch welchen man aus den bekannt gemachten Theilen eines Triangels eine Proportion mit drey bekannten Gliedern erhält, damit man alsdenn die unbekannte Größe, die ſich allemal durch Verſetzung der Glieder zum vierten Gliede machen läßt, durch Hülfe der Regel Detri oder der Logarithmen finden könne. Es verſteht ſich aber von ſelbſt, daß man zu dergleichen Rechnungen allemal ſo viel von einem Triangel wiſſen muß, als zu der Beſtimmung deſſelben nöthig iſt; nämlich entweder eine Seite und zwey Winkel, oder zwey Seiten und einen Winkel, oder alle Seiten. Aus den gegebenen drey Winkeln eines Triangels läßt ſich nicht die Größe, ſondern nur das Verhältniß der Seiten berechnen; weil eine unendliche Menge Triangel von verſchiedner Größe möglich ſind, die eben dieſelben

Winkel haben. Auch in demjenigen Falle, wenn zwey Seiten und ein anliegender Winkel gegeben ſind, iſt die Aufgabe nur alsdenn völlig beſtimmt, wenn der gegebene Winkel der größern von den beyden gegebenen Seiten gegenüber ſteht. Um die Weitläuftigkeit zu vermeiden, und meine jungen Leſer mit den Logarithmen deſto bekannter zu machen, will ich alles durch Hülfe der Logarithmen berechnen.

Berechnung der rechtwinklichten Triangel.

§. 31.

Aufgabe. Es wird in einem rechtwinklichten Triangel ein Cathete und der anliegende ſpitzige Winkel gegeben, man ſoll daraus das übrige finden.

Auflöſung.

Es ſey z. B. in dem rechtwinklichten Triangel ADB (Fig. 114. Tab. 12.) die Seite DB und der Winkel B gegeben, ſo findet man erſtlich den Winkel A, wenn man B von 90 Grad ſubtrahirt (§. 11.), und die Seite AB, wenn man alſo ſchließt:

$$\text{Coſ. B} : \text{Sin. Tot.} = \text{DB} : \text{AB} \quad (\text{§. 22.})$$

Folglich $\text{AB} = \dfrac{\text{Sin. Tot.} \times \text{DB}}{\text{Coſ. B}}$ (§. 112. Ar.)

und $\log.\text{AB} = \log.\text{Sin.Tot.} + \log.\text{DB} - \log\text{Coſ.B}$ (§. 125. Ar.)

Die Seite AD wird gefunden, wenn man entweder ſchließt:

Coſ. B : Sin. B = DB : AD (§. 23.)

Alſo $AD = \frac{\text{Sin. B} \times DB}{\text{Coſ. B}}$ (§. 112. Ar.)

und log. AD = log. Sin. B + log. DB — log. Coſ. B oder (§. 125. Ar.)

Sin. Tot. : Tang. B = DB : AD (§ 24.)

Folglich $AD = \frac{\text{Tang. B} \times DB}{\text{Sin. Tot.}}$

u. log. AD = log. Tang. B. + log. BD -- log. Sin. Tot.

Exempel.

Es ſey die Seite DB = 25 Ruthen
und der Winkel B = 50° 20′

ſo iſt der Winkel A = 90° — 50°, 20′ = 39°, 40
log. AB = log. Sin. Tot. + log. 25 — log. Coſ. 50°, 20′

Es iſt aber vermöge der Tabellen

log. Sin. Tot. =	10. 0000000 *)	
log. 25 =	1. 3979400	add.
	11. 3979400	
log. Coſ. 50°, 20′ =	9. 8050385	ſubtr.
log. AB =	1. 5929015	

Sucht man nun dieſen Logarithm unter den Logarithmen der gewöhnlichen Zahlen auf, ſo findet man ihn nicht völlig, ſondern nur ein Paar andere, zwiſchen welche er fällt. Nämlich der nächſt kleinere iſt

*) Man erinnere ſich, daß der Sinus Totus der Sinus eines Winkels von 90 Graden iſt. In den Tabellen findet man ihn, wenn man den Sinus von 89 Gr. 60 Minuten ſucht.

1.5910646 = log. 39

und der nächſt größere

1.6020600 = log. 40

Der gefundene Logarithmus 1.5929015 muß alſo zu einer Zahl gehören, die größer als 39 und kleiner als 40 iſt, und daher muß die Seite AB außer 39 Ruthen noch einige Schuh oder Zolle enthalten. Wollte man alſo dieſe noch wiſſen, ſo dürfte man nur den gefundenen Logarithmus, weil ſeine Kennziffer nur 1 iſt, unter einer größern, z. B. unter der Kennziffer 3 aufſuchen. Es iſt aber der nächſt kleinere unter dieſer Kennziffer.

3.5928427 = log. 3916

und der nächſt größere

3.5929536 = log. 3917

Wenn man nun aus der Kennziffer dieſer beyden Logarithmen 2 Einheiten wegnimmt, um ſie dem gefundenen gleicher zu machen, ſo müſſen bey den darzu gehörigen Zahlen 2 Ziffern rechter Hand Decimalbrüche werden. (§. 133. Ar.) Folglich

1.5928427 = log. 39,16
1.5929536 = log. 39,17

Weil nun der gefundene Logarithmus zwiſchen dieſe beyde Logarithmen fällt, ſo muß auch die dazu gehörige Zahl zwiſchen die Zahlen 39,16 und 39,17 fallen, d. h. die Seite AB muß größer ſeyn, als $39\frac{16}{100}$ Ruthen, d. i. 39 Ruthen, 1 Schuh und 6 Zoll, aber kleiner als $39\frac{17}{100}$ Ruthen, d. i. kleiner als 39 Ruthen, 1 Schuh und 7 Zoll. Wollte man nun auch damit noch nicht zufrieden ſeyn, daß man die Schuh

und Zolle gefunden, welche die Seite AB außer den 39 Ruthen enthält, ſo müßte man, weil ſich der Logarithmus in den kleinen Tabellen, die wir hier nur voraus ſetzen können, unter keiner größern Kennziffer mehr aufſuchen läßt, den Satz anwenden, daß ſich der Unterſchied der Zahlen beynahe wie der Unterſchied der Logarithmen verhält (§. 134. Ar.). Dieſes könnte hier auf folgende Art geſchehen.

$$1.5929536 = \log. 39^\circ, 1', 7''$$
$$1.5928427 = \log. 39^\circ, 1', 6''$$

Unterſchied = 1109   Unterſchied $1'' = 10'''$

$$1.5929015 = \log. AB$$
$$1.5928427 = \log. 39^\circ, 1', 6''$$

Unterſchied = 588   Unterſchied = x

Folglich $1109 : 588 = 10''' : x$ (§. 134. Ar.)

$$\begin{array}{r|l} & 10 \\ 1109) & 5880 \\ & 5545 \\ \hline & 335 \end{array} \quad 5''' + \tfrac{335}{1109}''' = x$$

Setzt man dieſen Unterſchied zu 39°, 1′, 6″, ſo erhält man die eigentliche Größe der Seite AB, welche nämlich 39 Ruthen, 1 Schuh, 6 Zolle und $5\tfrac{335}{1109}$ Linien beträgt. Dieſe große Genauigkeit aber wird ſelten verlangt, indem man ſich gemeiniglich an Schuhen und Zollen begnügen läßt. Anfänger ſollen nur aus dieſem Beyſpiele ſehen, wie man ſich der bisher erklärten Sätze in den Fällen bedienen könne, wo man auch die kleinſten Theile angeben ſoll.

Nun haben wir noch AD zu berechnen. Es war aber nach der erſten Proportion

log. AD = log. Sin. B + log. DB — log. Coſ. B

d. i. = log. Sin. 50°, 20′ + log. 25 — log. Coſ. 50°, 20

Vermöge der Tabellen iſt

$$
\begin{array}{rl}
\log. Sin. 50^\circ, 20' & = 9.8863616 \\
\log. 25 & = 1.3979400 \text{ add.} \\
\hline
 & 11.2843016 \\
\log. Coſ. 50^\circ, 20' & = 9.8050385 \text{ ſubtr.} \\
\hline
\log. AD & = 1.4792631
\end{array}
$$

Dieſem itzt gefundnen Logar. kömmt der Logarithmus der Zahl 30 am nächſten. Sucht man ihn wieder unter der Kennziffer 3, ſo findet man folgenden, welcher ihm in Anſehung der Decimalbrüche noch näher kömmt:

$$
\begin{array}{rl}
 & 3.4791432 = \log. 3014 \\
\hline
\text{Folglich} & 1.4791432 = \log. 30,14 \quad (\text{§. 133. Nr.})
\end{array}
$$

Hieraus erhellt alſo, daß die Seite AD 30 Ruthen, 1 Schuh und 4 Zolle beträgt. Eben dieſe Zahl würde man erhalten, wenn man ſich der andern Proportion bediente, nämlich:

$$
\begin{array}{l}
\text{Sin. Tot.} : \text{Tang. B} = \text{DB} : \text{AD} \quad (\text{§. 24.}) \\
\hline
\log. AD = \log. \text{Tang. B} + \log. DB - \log. \text{Sin. Tot.} \\
\log. \text{Tang. B} = \log. T. 50^\circ, 20' = 10.0813231 \\
\log. DB \quad = \log. \quad 25 \quad = \quad 1.3979400 \\
\hline
\qquad\qquad 11.4792631 \\
\log. \text{Sin. Tot.} = 10.0000000 \\
\hline
\log. AD = 1.4792631
\end{array}
$$

welcher Logarithmus mit dem vorigen völlig einerley iſt, und daher ebenfalls die Zahl giebt, die durch die erſte Proportion gefunden worden iſt.

§. 32.

Wäre außer der Seite DB nicht, wie in der vorigen Aufgabe, der anliegende Winkel B, ſondern der

gegenüberſtehende A gegeben, ſo würden die Proportionen, die man zu der Rechnung nöthig hätte, folgende ſeyn:

Sin. A : Sin. Tot. = DB : AB (§. 22.)
Sin. A : Coſ. A = DB : AD (§. 23.)

Oder

Sin. Tot. : Cot. A. = DB : AD (§. 25.)

Dieſe Proportionen aber ſind von den vorigen nicht verſchieden, weil die Winkel A und B Complements-Winkel ſind, und alſo

Sin. A = Coſ. B
Sin. B = Coſ. A
Cot. A = Tang. B

§. 33.

Eine Höhe alſo, wie AM (Fig. 84. Tab. 9.) mit welcher man ſich auf einerley Ebene befindet, und zu deren unterſten Endpuncte man in gerader Linie gehen kann, läßt ſich trigonometriſch finden, wenn man die Standlinie CM nebſt dem Winkel C mißt, und entweder alſo ſchließt

Coſ. C : Sin. C = MC : AM

oder

Sin. Tot. : Tang. C = MC : AM

§. 34.

Aufgabe. Es wird die Hypotenuſe und ein ſpitziger Winkel gegeben, man ſoll das übrige finden.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 114. Tab. 12.)

die Seite AB = 3916″

der Winkel A = 39°, 40′

ſo iſt der Winkel B, als der Complements-Winkel von A = 90° — 39°, 40′, d. i. 50°, 20′

Sin. Tot. : Sin. A = AB : DB (§. 22.)

d. i. Sin. Tot. : Sin. 39°, 40′ = 3916″ : DB

log. DB = log. Sin. 39°, 40′ + log. 3916″ — log. Sin. T.

log. Sin. 39°, 40′ = 9.8050385

log. 3916 = 3.5928427 add.

13.3978812

log. Sin. Tot. = 10.0000000 ſubtr.

log. DB = 3.3978812

Dieſem Logarithmus kömmt in den Tabellen der Logarithmus der Zahl 2500 am nächſten, daher die geſuchte Seite DB 2500 Zolle oder 25 Ruthen enthalten muß. Daß aber die Zahl 2500 hier Zolle bedeutet, erkennt man aus der vorigen Proportion, in welcher AB durch Zoll ausgedrückt wird, daher auch die Zahl, welche man für DB findet, nichts anders als Zolle bedeuten kann.

Auf eine ähnliche Art wird der andere Cathete AD gefunden. Denn

Sin. Tot. : Coſ. A = AB : AD (§. 22.)

d. i. Sin. Tot. : Coſ. 39°, 40′ = 3916″ : AD

log. AD = log. Coſ. 39°, 40′ + log. 3916″ — log. Sin. T.

log. Coſ. 39°, 40′ = 9.8863616

log. 3916 = 3.5928427

13.4792043

log. Sin. Tot. = 10.0000000

log. AD = 3.4792043

Dieſem Logarithmus, kömmt in den Tabellen der Logarithmus von 3014 ziemlich nahe. Folglich beträgt die Seite AD ſo viel als 3014 Zoll, d. i. 30 Ruthen, 1 Schuh, 4 Zoll.

§. 35.

Aufgabe. Es wird die Hypotenuſe und ein Cathete gegeben, man ſoll daraus die beyden ſpitzigen Winkel und die dritte Seite finden.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 114.) $AB = 3916''$
$AD = 3014''$

ſo läßt ſich der Winkel B folgendergeſtalt finden:

$$AB : AD = \text{Sin. Tot.} : \text{Sin. B} \quad (\S. 22.)$$

d. i. $3916'' : 3014'' = \text{Sin. Tot.} : \text{Sin. B}$

$$\text{log. Sin. B} = \text{log.} 3014 + \text{log. Sin. Tot.} - \text{log.} 3916$$

$$\text{log.} 3014 = 3.4791432$$
$$\text{log. Sin. T.} = 10.0000000$$
$$13.4791432$$
$$\text{log.} 3916 = 3.5928427$$
$$\text{log. Sin. B} = 9.8863005$$

Sucht man nun dieſen Logarithmus unter den Logarithmen der Sinus, ſo findet man einen, der ihm ziemlich nahe kömmt, nämlich log. Sin. $50^\circ\ 20' = 9.8863616$, woraus alſo erhellt, daß der geſuchte Winkel B $50^\circ\ 20'$, und folglich der Winkel A 39°, $40'$ beträgt. Wäre nicht von einem rechtwinklichten Triangel die Rede, ſo würde dieſer Schluß: der ge-

fundene Sinus von dem Winkel *B* iſt der Sinus eines Winkels von 50°, 20′; folglich iſt *B* ſelbſt ein Winkel von 50°, 20′, nicht richtig ſeyn; weil ein ſtumpfer Winkel von 129°, 40′ eben denſelben Sinus hat (§. 7.). Man muß daher in dergleichen Fällen eigentlich ſo ſchließen: entweder der ſpitzige Winkel ſelbſt, der bey dem gefundnen Sinus ſtehet, oder ein ſtumpfer Winkel, der mit ihm 180 ausmacht, iſt der geſuchte. Welches von beyden nun wahr ſey, müſſen die Umſtände lehren. In einem rechtwinklichten Triangel aber iſt kein ſtumpfer Winkel möglich; daher man hier ſchlechterdings den ſpitzigen nehmen muß, der bey dem gefundnen Sinus in den Tafeln ſtehet.

Durch Hülfe des Winkels B läßt ſich nunmehr auch die Setie DB beſtimmen.

$$\text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. B} = \text{AB} : \text{DB} \quad (\S.\ 22.)$$

d. i. $\text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } 50^\circ, 20' = 3916'' : \text{DB}$

$$\log.\text{DB} = \log.\text{Coſ.}50^\circ,20' + \log.3916 - \log.\text{Sin.T.}$$

$$\begin{array}{lr} \log.\text{Coſ.}50^\circ,29' = & 9.8050385 \\ \log.3916 = & 3.5928427 \\ \hline & 13.3978812 \\ \log.\text{Sin. Tot.} = & 10.0000000 \\ \hline \log.\text{DB} = & 3.3978812 \end{array}$$

welchem der Logarithmus von 2500 nahe kömmt, woraus alſo erhellt, daß die geſuchte Seite DB = 2500″ = 25° ſeyn muß.

Durch Hülfe des Pythagoriſchen Lehrſatzes könnte man auch DB finden, ohne erſt den Winkel B zu ſu-

chen, und ohne trigonometriſche Tabellen zu gebrauchen. Denn

$$AB^2 = AD^2 + DB^2 \quad (\S.\ 103.\ \text{Geom.})$$

$$AB^2 - AD^2 = DB^2 \quad (\S.\ 14.\ \text{Ar.})$$

$$\sqrt{(AB^2 - AD^2)} = DB$$

d. h. die Seite DB wird gefunden, wenn man das Quadrat der Seite AD von dem Quadrate der Hypotenuſe AB ſubtrahiret, und aus dem Ueberreſte die Quadratwurzel ziehet.

§. 36.

Aufgabe. Aus den beyden gegebenen Seiten, welche den rechten Winkel einſchließen, die beyden ſpitzigen Winkel und die Hypotenuſe zu finden.

Aufloſung.

Es ſey (Fig. 114.) die Seite AD = 3014''
die Seite DB = 2500''

ſo braucht man zur Berechnung des Winkels B folgende Proportion:

$$DB : AD = \text{Sin. Tot.} : \text{Tang. } B \quad (\S.\ 24.)$$

d. i. $2500 : 3014 = \text{Sin. Tot.} : \text{Tang. } B$

$$\text{log. Tang. } B = \text{log. } 3014 + \text{log. Sin. Tot.} - \text{log. } 2500$$

$$\text{log. } 3014 = 3.4791432$$

$$\text{log. Sin. Tot.} = 10.0000000$$

$$13.4791432$$

$$\text{log. } 2500 = 3.3979400$$

$$\text{log. Tang. } B = 10.0812032$$

Sucht man nun dieſen Logarithmus unter den Logarithmen der Tangenten, ſo findet man folgenden, der ihm ſehr nahe kömmt.

$$\log. \text{Tang. } 50^\circ, 20' = 10{,}0813231$$

man kann alſo hieraus ſchließen, daß der Winkel $B = 50^\circ, 20'$; weil ein ſtumpfer Winkel hier unmöglich iſt.

Der andre Winkel A alſo iſt $= 90^\circ - 50^\circ, 20'$
d. i. $39^\circ, 40'$,

Die Hypotenuſe AB läßt ſich nunmehr finden, wenn man ſchließt:

$$\text{Sin B} : \text{Sin. Tot.} = AD : AB \quad (\S. 22.)$$

$$\text{d. i. Sin. } 50^\circ, 20' : \text{Sin. Tot.} = 3014 : AB$$

$$\log. AB = \log. \text{Sin. T.} + \log. 3014 - \log. \text{Sin. } 50^\circ, 20'$$

$$\log. \text{Sin. Tot.} = 10.0000000$$

$$\log. 3014 = 3.4791432$$

$$13.4791432$$

$$\log. \text{Sin. } 50^\circ, 20' = 9.8863616$$

$$\log. AB = 3.5927816$$

welchem der Logarithmus der Zahl 3916 ſehr nahe kömmt; daher die Hypotenuſe $= 3916'' = 39^\circ, 1', 6''$.

Durch den Pythagoriſchen Lehrſatz würde man die Hypotenuſe ebenfalls finden können, ohne erſt einen Winkel ſuchen zu dürfen. Denn

$$AD^2 + DB^2 = AB^2 \quad (\S. 103. \text{ Geom.})$$

$$\sqrt{(AD^2 + DB^2)} = AB$$

D. h. man addiret die Quadrate der beyden gegebenen Seiten zuſammen, und zieht aus der Summe die Quadratwurzel.

Berechnung der ſchiefwinkligen Triangel.

§. 37.

Aufgabe. Aus zwey gegebenen Winkeln und einer Seite das übrige zu finden.

Auflöſung.

Es ſey in dem Triangel QCP (Fig. 116.)
der Winkel $Q = 32^\circ$
der Winkel $P = 43^\circ$
die Seite $QP = 156$ Ruthen;

ſo findet man erſtlich den dritten Winkel QCP, wenn man die Summe der beyden gegebenen von 180 Grad abziehet (§. 70. Geom.). Folglich

$$QCP = 180^\circ - (32^\circ + 43^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

Die Seite QC erhält man durch folgende Proportion:

$$\text{Sin.}\,QCP : QP = \text{Sin.}\,P : QC \qquad (\S. 26. 27.)$$

$$\log.QC = \log.QP + \log.\text{Sin.}P - \log.\text{Sin.}QCP$$

d. i. $\log.QC = \log.156 + \log.\text{Sin.}43^\circ - \log.\text{Sin.}105^\circ$

$$\log.\ 156 = 2.1931246$$
$$\log.\ \text{Sin.}\ 43^\circ = 9.8337833$$
$$12.0269079$$
$$\log.\text{Sin.}105^\circ = \log.\text{Sin.}75^\circ = 9.9849438 \quad (\S.7.21.)$$
$$\log.QC = 2.0419641$$

welchem der Logarithmus von 110 am nächſten kömmt. Unter der Kennziffer 3 iſt der Logarithmus von 1101 der nächſte. Nimmt man nun dieſen letztern, ſo beträgt Q ſo viel als 110,1 Ruthen, d. i. 110 Ruthen, 1 Schuh.

Auf eben die Art wird auch die dritte Seite CP berechnet. Denn

$$\text{Sin. }QCP : QP = \text{Sin. }Q : CP \quad (\text{§. } 27.)$$

d. i. $\text{Sin. }105^\circ : 156 = \text{Sin. }32^\circ : CP$

$$\log. CP = \log. 156 + \log. \text{Sin. }32^\circ - \log. \text{Sin. }105^\circ$$

$$\log. 156 = 2.1931246$$
$$\log. \text{Sin. }32^\circ = 9.7242097$$
$$11.9173343$$
$$\log. \text{Sin. }105^\circ = \log. \text{Sin. }75^\circ = 9.9849438$$
$$\log. CP = 1.9323905$$

Dieſer Logarithmus iſt größer, als der Logarithmus der Zahl 85, und kleiner als der Logarithmus der Zahl 86. Unter der Kennziffer 3 kömmt ihm der Logarithmus von 8558, nämlich 3.9323723 ſehr nahe; nimmt man nun 2 Einheiten von der Kennziffer 3 weg, ſo werden in der Zahl 8558 zwey Ziffern Decimalbrüche (§. 133. Ar.); folglich enthält die Seite CP 85, 58 Ruthen, d. i. 85 Ruthen, 5 Schuh, 8 Zoll.

§. 38.

Durch Hülfe dieſer Aufgabe läßt ſich alſo die Entfernung zweyer Oerter, zu deren einem man nur kommen kann, trigonometriſch finden. Denn es ſtelle die Linie AB (Fig. 81. Tab. 7.) eine ſolche Entfernung vor; ſo findet man dieſelbe, wenn man

die Standlinie AN nebſt den Winkeln x und A mißt, die Summe dieſer beyden Winkel von 180° ſubtrahirt, wodurch man den Winkel B erhält, und hierauf alſo ſchließt:

$$\text{Sin. B : AN} = \text{Sin. x : AB}$$

§. 39.

Aufgabe. Aus zwey gegebenen Seiten und dem Winkel, welcher der größten Seite gegenüber ſteht, die übrigen beyden Winkel und die dritte Seite zu finden.

Auflöſung.

Es ſey in dem Triangel QCP (Fig. 116. Tab. 12.)
die Seite CP = 1711′
die Seite CQ = 2202′
der Winkel P = 43°

ſo ſuche man erſtlich den Winkel Q durch folgende Proportion:

$$\text{CQ : Sin. P} = \text{CP : Sin. Q} \quad (\S.\ 26.\ 27.)$$

$$\text{d. i. } 2202' : \text{Sin. } 43° = 1711' : \text{Sin. Q}$$

$$\text{log. Sin. Q} = \text{log. Sin. } 43° + \text{log. } 1711 - \text{log. } 2202$$

$$\text{log. Sin. } 43° = 8.9337833$$

$$\text{log. } 1711' = 3.2332500$$

$$13.0670333$$

$$\text{log. } 2202 = 3.3428173$$

$$\text{log. Sin. Q} = 9.7242160$$

Dieſem Logarithmus kömmt unter den Logarithmen der Sinus folgender ziemlich nahe

$$9.7242097 = \text{log. Sin. } 32°,\ 0'$$

Der Winkel Q muß alſo entweder 32 Grade, oder 180° — 32°, d. i. 148° Grade betragen. Wollte man nun 148° annehmen, ſo müßte einem größern Winkel die kleinere Seite, und dem kleinern Winkel die größere Seite gegenüber ſtehen können, welches eine Unmöglichkeit iſt (§. 4.). Es iſt alſo gewiß, daß Q ein Winkel von 32 Graden ſeyn muß, weil er der kleinern Seite CP gegenüber ſteht, welches man auch daraus erkennen kann, weil ſonſt, wenn man dem Winkel Q 148 Grade geben wollte, die Summe der beyden Winkel $Q + P = 148^\circ + 43^\circ = 191^\circ$, und folglich größer als 180°, d. i. als die Summe aller drey Winkel ſeyn müßte. (§. 68. Geom.)

Der dritte Winkel QCP iſt alſo

$$180 - (43^\circ + 32^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

(§. 70. Geom.)

Hieraus wird die Seite QP gefunden, wenn man ſchließt:

$$\text{Sin. } P : QC = \text{Sin. } QCP : QP \quad (\S. 26. 27.)$$

d. i. $\text{Sin. } 43^\circ : 2202' = \text{Sin. } 105^\circ : QP$

$$\log. QP = \log. 2202 + \log. \text{Sin. } 105^\circ - \log. \text{Sin. } 43^\circ$$

(§. 125. Ar.)

$$\log. 2202 = 3.3428173$$
$$\log. \text{Sin. } 105^\circ = \log. \text{Sin. } 75^\circ = 9.9849438$$
$$13.3277611$$
$$\log. \text{Sin. } 43^\circ = 9.8337833$$
$$\log. QP = 3.4939778$$

welchem der Logarithmus der Zahl 3118, nämlich 3.4938761 ſehr nahe kömmt. Die Seite QP beträgt alſo 3118 Schuhe, oder 311 Ruthen, 8 Schuhe.

§. 40.

Wenn zwey Seiten nebſt dem Winkel, welcher der kleinen Seite gegenüber ſteht, gegeben werden, ſo läßt ſich nicht allemal, wie vorhin, das übrige mit Gewißheit beſtimmen. Denn es ſey der Winkel, welcher der kleinern Seite CP gegenüber ſtehet, nämlich

$$Q = 32^\circ$$
$$CP = 1711$$
$$CQ = 2202$$

ſo würde man alſo ſchließen, um den Winkel P zu finden:

$$CP : \text{Sin. } Q = CQ : \text{Sin. } P$$
$$\text{d. i. } 1711 : \text{Sin. } 32^\circ = 2202 : \text{Sin. } P$$

$$\log.\text{Sin. } P = \log.\text{Sin. } 32^\circ + \log. 2202 - \log. 1711$$

$$\log.\text{Sin. } 32^\circ = 9.7242097$$
$$\log. 2202 = 3.3428173$$
$$13.0670270$$
$$\log. 1711 = 3.2332500$$
$$\log.\text{Sin. } P = 9.8337770$$

Dieſem Logarithmus kömmt in den Sinus-Tabellen der Logarithmus 9.8337833 ziemlich nahe, welcher zu dem Sinus eines Winkels von 43°, und folglich auch zu dem Sinus eines ſtumpfen Winkels von 180° — 43°, d. i. 137° gehöret (§. 7.). Der geſuchte Winkel P muß alſo entweder 43° oder 137° enthalten. Weil er nun der größern Seite gegenüber ſtehen ſoll, ſo muß er auch größer ſeyn, als der gegebene Winkel Q, d. i. größer als 32°. Es iſt aber nicht nur 137°, ſondern auch 43° größer als

32°; folglich wäre hier ſowohl ein ſpitziger als auch ein ſtumpfer Winkel möglich, welches man auch daraus ſehen kann, weil die Summe von $32° + 137°$ noch nicht $180°$ ausmacht. Hieraus iſt alſo klar, daß in dem Falle, wo zwey Seiten und ein anliegender Winkel gegeben werden, eine Zweydeutigkeit entſtehen kann, wofern der gegebene Winkel der kleinern Seite gegenüber ſtehet. Anfänger werden vielleicht einwenden, daß dieſe Zweydeutigkeit hier ſchon durch die Figur gehoben werde, weil ja der Augenſchein lehre, daß der Winkel P kein ſtumpfer Winkel ſeyn könne. Allein man muß erwägen, daß dergleichen Rechnungen gemeiniglich nicht bey ſchon gezeichneten Triangeln, ſondern bey ſolchen vorkommen, von denen man nur die zu ihrer Beſtimmung nöthigen Stüke abgemeſſen hat. Wollte man aus den gegebenen Stücken im gegenwärtigen Falle einen Triangel conſtruiren, ſo würde eben dieſe Zweydeutigkeit Statt finden.

§. 41.

Zu der folgenden Aufgabe brauchen wir einen arithmetiſchen Satz, welcher aber in der Arithmetik nicht erklärt worden iſt; daher er jetzt als ein Lehnſatz vorgetragen und bewieſen werden ſoll. Der Satz ſelbſt iſt dieſer:

Wenn man zu der halben Summe zweyer Größen ihren halben Unterſchied addirt, ſo erhält man die größere, und wenn man den halben Unterſchied von der halben Summe ſubtrahirt, ſo erhält man die kleinere von dieſen beyden Größen.

Denn es heiße die kleinere von zwey Größen k, der Unterſchied u, und die Summe s, ſo iſt die größere $= k + u$, folglich

$$k + k + u = s$$

d. i. $2k + u = s$

$$\frac{2k + u}{2} = \frac{s}{2} \quad (\S.\ 18.\ \text{Ar.})$$

d. i. $k + \frac{1}{2}u = \frac{1}{2}s$

Folglich $k = \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}u$ (§. 14. Ar.)

$k + u = \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}u + u$ (§. 13. Ar.)

d. i. $k + u = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2}u$

Weiß man alſo die Summe zweyer Winkel und ihren Unterſchied, ſo kann man durch Hülfe dieſes Satzes die Winkel ſelbſt finden. Es ſey z. B. die Summe zweyer Winkel $a + b = 120°$ und ihre Unterſchied $a - b = 30°$, ſo iſt der größere Winkel

$$a = \frac{a + b}{2} + \frac{a - b}{2} = 60° + 15° = 75°$$ der kleinere

$$b = \frac{a + b}{2} - \frac{a - b}{2} = 60° - 15° = 45°$$ wovon

man ſich auch durch die Probe überzeugen kann, denn $75° + 45° = 120°$.

§. 42.

Aufgabe. Aus zwey gegebenen Seiten nebſt dem Winkel, welchen dieſe Seiten einſchließen,

die übrigen beyden Winkel und die dritte Seite zu finden.

Auflöſung.

Es ſey (Fig. 115. Tab. 12.) in dem Triangel ANQ

die Seite AQ = 86′
die Seite AN = 39′
der Winkel NAQ = 64°

ſo ſuche man erſt die halbe Summe der übrigen beyden Winkel ANQ und AQN. Es iſt aber hier

$180° - 64° = 116° = ANQ + AQN$ (§. 70. Geom.)

Folglich $\frac{116°}{2} = 58° = \frac{1}{2}(ANQ + AQN)$
(§. 14. Ar.)

Da nun AQ = 86′
und AN = 39′

ſo iſt AQ + AN = 125′
und AQ — AN = 47′.

Es läßt ſich daher der halbe Unterſchied der beyden verlangten Winkel finden, wenn man nach dem oben (§. 28.) erwieſenen Lehrſatze folgendergeſtalt ſchließt:

$$AQ + AN : AQ - AN = T.\tfrac{1}{2}(ANQ + AQN) : T.\tfrac{1}{2}(ANQ - AQN)$$

d. i. $125' : 47' = \text{Tang.} 58^\circ : \text{Tang.} \tfrac{1}{2}(ANQ - AQN)$

$$\text{log. Tang.} \tfrac{1}{2}(ANQ - AQN) = \text{log. Tang.} 58^\circ + \text{log.} 47 - \text{log.} 125$$

$$\text{log. Tang.} 58^\circ, 0' = 10.2042108$$
$$\text{log.} 47 = 1.6720979$$
$$11.8763087$$
$$\text{log.} 125 = 2.0969100$$
$$\text{log. Tang.} \tfrac{1}{2}(ANQ - AQN) = 9.7793987$$

Dieſen Logarithmus ſuche man unter den Logarithmen der Tangenten, ſo muß der Winkel, welcher dazu gehöret, der halbe Unterſchied der beyden Winkel, ANQ und AQN ſeyn. Es kömmt ihm aber der Logar. Tang. 31°, 2′ nämlich 9.7793459 ſehr nahe; folglich iſt, weil der halbe Unterſchied zweyer Winkel eines geradlinigen Triangels kein ſtumpfer Winkel ſeyn kann,

$$\tfrac{1}{2}(ANQ - AQN) = 31^\circ, 2'$$
$$ANQ = 58^\circ, + 31^\circ, 2' = 89^\circ, 2'$$
$$AQN = 58^\circ - 31^\circ, 2' = 26^\circ, 58' \quad (\S. 41.)$$

Nunmehr läßt ſich die Seite NQ durch die gewöhnliche Proportion berechnen.

$$\text{Sin. ANQ} : \text{AQ} = \text{Sin. NAQ} : \text{NQ} \quad (\S.\ 27.)$$
d. i. $\text{Sin. } 89^\circ, 2' : 86' = \text{Sin. } 64^\circ : \text{NQ}$

$$\log. \text{NQ} = \log. \text{Sin. } 64^\circ + \log. 86 - \log. \text{Sin. } 89^\circ, 2'.$$

$$\log. \text{Sin. } 64^\circ = 9.9536602$$
$$\log. 86 = 1.9344984$$
$$11.8881586$$
$$\log. \text{Sin. } 89^\circ, 2' = 9.9999382$$
$$\log. \text{NQ} = 1.8882204$$

welchem der Logarithmus von 77, nämlich 1,8864907 nahe kömmt, daher die Seite NQ 77 Schuh beträgt. Unter der Kennziffer 3 findet man einen Logarithmus, der ihm in Anſehung der Decimalbrüche noch mehr gleicht, nämlich

$$\log. 7731 = 3.8882357$$
Folglich $\log. 77{,}31 = 1.8882357$

wodurch man außer den vorhin gefundenen 77 Schuhen noch $\frac{31}{100}$ Schuhe d. i. 3 Zolle und 1 Linie erhält (§. 134. Ar.).

§. 43.

Dieſer Aufgabe müßte man ſich alſo bedienen, wenn man die Entfernung zweyer Oerter, zu denen beyden man kommen kann, z. B. BG (Fig. 86. Tab. 7.) trigonometriſch finden wollte.

§. 44.

Aufgabe. Aus den gegebenen drey Seiten eines Triangels die Winkel zu finden.

Aufloͤſung.

Es ſey (Fig. 116.) in dem Triangel QCP,

die Seite $QP = 24'$
die Seite $CQ = 17'$
die Seite $CP = 11'$

Man ſtelle ſich eine ſenkrechte Linie CB aus der Spitze desjenigen Winkels vor, welcher der groͤßten Seite QP gegenuͤber ſteht; ſo wird der Triangel QCP in die beyden rechtwinklichten Triangel QCB und CBP zergliedert. Nun beſchreibe man mit der kleinſten Seite CP einen Cirkel, und ſuche zuerſt den Theil von QP, welcher ſich auſſerhalb der Peripherie befindet, nämlich QS, durch folgende Proportion:

$$QP : CQ + CP = CQ - CP : QS \text{ (§. 29.)}$$
d. i. $24' : 17' + 11' = 17' - 11' : QS$
oder $24' : 28' = 6' : QS$

Alſo $QS = \frac{28' \times 6'}{24'} = 7'$

Dieſe Linie QS dient dazu, die Chorde SP und ihre Haͤlfte BP zu finden. Denn

$$SP = QP - QS$$
d. i. $SP = 24' - 7' = 17'$

Folglich $BP = \frac{1}{2} SP = 8' 5''$ (§. 111. Geom.)

In dem rechtwinklichten Triangel CBP iſt alſo die Hypotenuſe CP und der Cathete PB bekannt; folglich läßt ſich der Winkel P finden, wenn man ſchließt:

$$CP : BP = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } P \quad (\text{§. } 22.)$$

$$\text{d. i. } 11' : 8'5'' = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } P$$

$$\text{oder } 110'' : 85'' = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } P$$

$$\log. \text{Coſ. } P = \log. 85 + \log. \text{Sin. Tot.} - \log. 110$$

$$\log. 85 = 1.9294189$$

$$\log. \text{Sin. Tot.} = 10.0000000$$

$$11.9294189$$

$$\log. 110 = 2.0413927$$

$$\log. \text{Coſ. } P = 9.8880262$$

welches der Logarithmus Sinus von 50°, 36' iſt, deſſen Complements-Winkel alſo, nämlich 39°, 24' der Winkel P ſeyn muß.

Auf eben die Art läßt ſich auch der Winkel Q berechnen, wenn man in dem andern rechtwinklichten Triangel QCB, wo die Hypotenuſe QC gegeben iſt, noch die Seite QB beſtimmt. Es iſt aber

$$QB = QS + SB = QS + \tfrac{1}{2} SP \quad (\text{§. } 111. \text{ Geom.})$$

$$\text{d. i. } QB = 7' + 8'5'' = 15', 5''$$

und es verhält ſich

$$QC : QB = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } Q \quad (\S.\ 22.)$$

d. i. $17' : 15', 5'' = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } Q$

oder $170'' : 155'' = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } Q$

Alſo $\log.\text{Coſ.}Q = \log.155 + \log.\text{Sin.Tot.} - \log.170$

$$\log.\ 155 = 2.1903317$$
$$\log.\ \text{Sin. Tot.} = 10.0000000$$
$$12.1903317$$
$$\log.\ 170 = 2.2304489$$
$$\log.\ \text{Coſ. } Q = 9.9598828$$

welchem der Logarithmus Sinus von $65°, 45'$ nämlich 9.9598815 ſehr nahe kömmt. Da nun $65°, 45'$ der Complements-Winkel von Q iſt, ſo muß Q ſelbſt ein Winkel von $24°, 15'$ ſeyn.

Hieraus iſt der dritte Winkel QCP leicht zu beſtimmen. Denn es war

$$P = 39°, 24'$$
$$Q = 24°, 15'$$

Folglich $P + Q = 63°, 39'$ (§. 13. Ar.)

Zieht man dieſe Summe der beyden Winkel P und Q von 180 Gr. ab, ſo zeigt der Ueberreſt, 116 Gr. 21 Min. die Größe des dritten Winkels QCP an (§. 70. Geom.).

§. 45.

Wenn nicht von einem ungleichſeitigen Triangel, wie in der vorigen Aufgabe, die Rede iſt, ſo laſſen ſich die Winkel geſchwinder finden. Von einem gleichſeitigen Triangel weis man die Winkel ohne Rechnung, indem jeder 60° beträgt (§. 75. Geom.), und in einem gleichſchenklichten könnte man die Winkel aus den gegebenen Seiten auf folgende Art berechnen. Es ſey z. B. (Fig. 41. Tab. 3.) in dem gleichſchenklichten Triangel CAD

$$AC = 36'$$
$$AD = 36'$$
$$CD = 28'$$

ſo iſt, wenn man AB ſenkrecht auf CD ziehet, CB = BD = ½ CD. Denn

AC = AD vermöge der angenommenen Bedingung.
AB = AB
e = o vermöge der Conſtruction.

alſo CB = BD (§. 106. Geom.)
und daher CB = ½ CD
d. i. CB = $\frac{28'}{2}$ = 14'

Nun verhält ſich

$$AC : CB = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } C \quad (\S.\ 22.)$$
$$\text{d. i. } 36' : 14' = \text{Sin. Tot.} : \text{Coſ. } C$$

Folgl. $\log.\text{Coſ.}C = \log.14 + \log.\text{Sin.Tot.} - \log.36$

$$\log.\ 14 = 1.1461280$$
$$\log.\ \text{Sin. Tot.} = 10.0000000$$
$$11.1461280$$
$$\log.\ 36 = 1.5563025$$
$$\log.\ \text{Coſ. } C = 9.5898255$$

zu welchem ein Winkel von 22°, 53′ gehöret, deſſen Complementswinkel alſo, nämlich 67°, 7′ der Winkel C ſeyn muß. Weil nun

$$C = 67°,\ 7'$$
$$\text{und } D = C \quad (\S.\ 74.\ \text{Geom.})$$
$$\text{ſo iſt auch } D = 67°,\ 7'$$

und folglich der dritte Winkel

$$CAD = 45°,\ 46' \quad (\S.\ 70.\ \text{Geom.})$$

§. 46.

Sollte man alſo auf dem Felde oder ſonſt einen Winkel meſſen, ohne daß man einen Winkel-

meſſer oder ein anderes Inſtrument bey der Hand hätte; ſo ließe ſich dieſes ſehr gut bewerkſtelligen, wenn man ſich auf den Schenkeln des gegebenen Winkels zwey gleiche Stücke erwählte, alsdenn ihre Größe und die Entfernung ihrer Endpuncte von einander durch Hülfe einer Kette oder Stange beſtimmte. Denn auf dieſe Art würde man die Seiten eines gleichſchenklichten Triangels erhalten, aus denen man den verlangten Winkel nach der vorhin erklärten Methode trigonometriſch berechnen könnte. Sonſt kann man ſich auch zu dieſer Abſicht eine Tabelle verfertigen, wie die folgende iſt, worin man die Sehnen der Winkel nach einem Halbmeſſer von 30 Schuh findet, welches ſich aber nur in den Fällen gebrauchen läßt, wo man nicht nöthig hat, die Winkel bis auf einzelne Minuten zu beſtimmen. Nämlich weil die Sinus nichts anders ſind, als die Hälften der Chorden, die zu einem doppelten Bogen gehören (§. 6.), ſo darf man nur die Sinus der Winkel aus den gewöhnlichen Tabellen nehmen, und mit 2 multipliciren, um die Sehnen noch einmal ſo großer Bogen zu erhalten. Z. B. der Sinus von 9°, 30′ iſt = 1650476 folglich iſt 1650476 × 2 d. i. 3300952 die Chorde von einem Bogen, der zwey Mal ſo viel beträgt, als 9°, 30′ d. h. von einem Bogen von 19°; wobey aber, wie man wohl merken muß, der Halbmeſſer 10000000 angenommen wird. Weil nun dieſe Eintheilung des Halbmeſſers und der Chorden durch die gewöhnlichen Meßketten und Schnuren nicht genau

ausgedrückt werden kann; ſo pflegt man die Chorden nach einem kleinern Halbmeſſer zu berechnen, welches durch Hülfe der Regel Detri leicht geſchehen kann, wenn man ſie nur erſt aus den Sinus-Tabellen nach dem größern Halbmeſſer beſtimmt hat. So würde man z. B. nachdem man auf die vorige Art die Chorde von 19° nach dem Halbmeſſer 10000000 gefunden hätte, eben dieſelbe nach einem Halbmeſſer von 30′ = 300″, welcher in der angehängten Tabelle zum Grunde gelegt wird, durch folgende Proportion finden können:

Wie ſich verhält der Halbmeſſer 10000000 zu dem Halbmeſſer 300, ſo verhält ſich die Sehne von 19° nach dem erſten Halbmeſſer, d. i. 3300952 zu der Sehne von 19° nach dem Halbmeſſer von 300

100000~~00~~ : 3~~00~~ = 3300952

3

100000) ~~99~~02856 ($99\frac{2856}{100000}$

Die Chorde eines Bogens von 19° enthält alſo $99\frac{2856}{100000}$ Zoll, wenn der Halbmeſſer 300 Zoll oder 30 Schuh beträgt. Den Bruch $\frac{2856}{100000}$, welcher ein ſehr kleiner Theil eines Zolls iſt, und daher mit der Kette oder Schnur nicht ausgedrückt werden kann, läßt man weg, und nimmt alſo nur 99 Zoll, d. i. 9 Schuh, 9 Zoll für die Chorde eines Winkels von 19 Grad an, wie man aus der angehängten Tabelle ſehen kann.

Will man nun alſo durch Hülfe dieſer Tabelle die Größe eines Winkels auf dem Felde erforſchen, ſo bemerke man durch ein Paar Stäbe auf den beyden Schenkeln des zu meſſenden Winkels diejenigen Puncte, die 30 Schuh von ſeiner Spitze abſtehen, meſſe alsdenn die Entfernung dieſer beyden Stäbe, und ſuche dieſe gemeſſene Linie unter den Chorden, ſo wird man dabey die Größe des Winkels angezeigt finden. Z. B. hätte man die Chorde 20 Schuh 9 Zoll gefunden, ſo würde der Winkel 40°, 46′ enthalten. Man kann auch die Winkel auf dem Papiere auf dieſe Art meſſen, wenn man mit dem Cirkel durch Hülfe des verjüngten Maasſtabes den Halbmeſſer auf die Schenkel eines Winkels trägt, und alsdenn auf vorige Art verfähret. Iſt ein verjüngter Maasſtab zu dieſer Abſicht beſonders verfertiget, die Größe der Bogen durch ihre Chorden zu finden, ſo wird er ein geradliniger Transporteur genannt; welcher auch, ſo wie die gegenwärtige Tabelle, dazu dienet, einen gegebenen Winkel, wenn nicht die größte Genauigkeit verlangt wird, auf das Papier oder auf das Feld zu tragen. Sollte man z. B. einen Winkel von 49°, 15′ beſchreiben; ſo nehme man die Chorde von 49°, 15′, welche nach einem Halbmeſſer von 30 Schuh, 25 Schuh beträgt; mache einen gleichſchenklichten Triangel aus zwey Seiten von 30 und einer Seite von 25, ſo

muß der Winkel, welcher der Seite von 25 Schuh gegenüber ſteht, 49°, 15′ enthalten. Auf dem Papier braucht man nur mit dem Halbmeſſer aus demjenigen Puncte, welcher die Spitze des Winkels ſeyn ſoll, einen Bogen zu beſchreiben, und die Chorde in dieſen Bogen zu tragen, ſo wird dadurch der verlangte Winkel beſtimmt.

Tafel
zur Meſſung der Bogen oder Winkel
durch Hülfe der Chorden,

wobey der Halbmeſſer von 30 Schuh, und die Eintheilung des Schuhs in 10 Zoll angenommen wird.

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
0	1	0	11	2	0	3	49
	2		23		1	4	1
	3		34		2		12
	4		46		3		23
	5		57		4		35
	6	1	9		5		47
	7		20		6		58
	8		31		7	5	9
	9		43		8		21
1	0		55		9		32
	1	2	6	3	0		43
	2		17		1		55
	3		29		2	6	7
	4		40		3		19
	5		52		4		30
	6	3	3		5		41
	7		15		6		53
	8		26		7	7	5
	9		38		8		16

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
3	9	7	27	6	9	13	12
4	0		39	7	0		24
	1		50		1		36
	2	8	2		2		47
	3		13		3		58
	4		25		4	14	10
	5		36		5		22
	6		47		6		33
	7		59		7		45
	8	9	10		8		56
	9		22		9	15	8
5.	0		34	8	0		20
	1		45		1		31
	2		56		2		42
	3	10	8		3		54
	4		20		4	16	6
	5		31		5		17
	6		42		6		29
	7		54		7		40
	8	11	6		8		52
	9		17		9	17	4
6	0		29	9	0		15
	1		40		1		26
	2		52		2		38
	3	12	3		3		50
	4		14		4	18	2
	5		26		5		14
	6		38		6		25
	7		49		7		36
	8	13	1		8		48

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
9	9	19	0	12	9	24	50
10	0		11	13	0	25	2
	1		23		1		14
	2		34		2		25
	3		46		3		37
	4		57		4		48
	5	20	9		5	26	0
	6		21		6		12
	7		33		7		24
	8		44		8		36
	9		56		9		47
11	0	21	8	14	0		59
	1		19		1	27	11
	2		31		2		23
	3		42		3		34
	4		54		4		46
	5	22	6		5		58
	6		18		6	28	10
	7		29		7		22
	8		41		8		34
	9		52		9		46
12	0	23	4	15	0		57
	1		16		1	29	9
	2		28		2		21
	3		40		3		33
	4		51		4		44
	5	24	3		5		56
	6		14		6	30	8
	7		26		7		20
	8		38		8		32

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
15	9	30	44	18	9	36	43
16	0		56	19	0		55
	1	31	8		1	37	7
	2		20		2		20
	3		32		3		32
	4		44		4		44
	5		56		5		56
	6	32	7		6	38	8
	7		19		7		20
	8		31		8		32
	9		43		9		44
17	0		55	20	0		56
	1	33	7		1	39	9
	2		19		2		21
	3		31		3		33
	4		43		4		45
	5		55		5		58
	6	34	7		6	40	10
	7		19		7		22
	8		31		8		34
	9		43		9		46
18	0		55	21	0		58
	1	35	7		1	41	10
	2		19		2		22
	3		31		3		35
	4		43		4		47
	5		55		5	42	0
	6	36	7		6		12
	7		19		7		24
	8		31		8		36

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
21	9	42	49	24	9	49	2
22	0	43	1	25	0		15
	1		14		1		28
	2		26		2		40
	3		38		3		53
	4		50		4	50	5
	5	44	3		5		18
	6		15		6		31
	7		27		7		43
	8		40		8		56
	9		52		9	51	9
23	0	45	5	26	0		22
	1		17		1		34
	2		30		2		47
	3		42		3	52	0
	4		55		4		12
	5	46	7		5		25
	6		19		6		38
	7		32		7		51
	8		45		8	53	4
	9		57		9		16
24	0	47	9	27	0		29
	1		22		1		42
	2		34		2		55
	3		47		3	54	8
	4		59		4		20
	5	48	12		5		33
	6		24		6		46
	7		37		7		59
	8		50		8	55	12

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
27	9	55	25	30	8	61	46
28	0		38		9	62	0
	1		51	31	0		13
	2	56	4		1		27
	3		17		2		40
	4		30		3		53
	5		43		4	63	6
	6		56		5		20
	7	57	9		6		34
	8		22		7		47
	9		35		8	64	0
29	0		48		9		14
	1	58	2	32	0		27
	2		15		1		41
	3		28		2		55
	4		41		3	65	8
	5		54		4		22
	6	59	7		5		36
	7		20		6		49
	8		33		7	66	3
	9		47		8		17
30	0	60	0		9		30
	1		13	33	0		44
	2		26		1		58
	3		40		2	67	11
	4		53		3		25
	5	61	6		4		39
	6		19		5		53
	7		33		6	68	6

Chorden.		Winkel		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
34	7	68	20	36	6	75	11
	8		34		7		26
	9		48		8		40
34	0	69	2		9		54
	1		16	37	0	76	9
	2		30		1		24
	3		44		2		38
	4		58		3		52
	5	70	12		4	77	7
	6		26		5		22
	7		40		6		37
	8		54		7		51
	9	71	8		8	78	6
35	0		22		9		21
	1		36	38	0		36
	2		50		1		50
	3	72	5		2	79	5
	4		19		8		20
	5		33		4		35
	6		47		5		50
	7	73	2		6	80	5
	8		16		7		20
	9		30		8		35
36	0		44		9		50
	1		58	39	0	81	5
	2	74	13		1		20
	3		27		2		35
	4		42		3		50
	5		56		4	82	5

Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
39	5	82	20
	6		36
	7		51
	8	83	6
	9		22
40	0		37
	1		52
	2	84	8
	3		24
	4		39
	5		55
	6	85	10
	7		26
	8		41
	9		57
41	0	86	13
	1		29
	2		44
	3	87	0
	4		16
	5		31
	6		47
	7	88	3
	8		19
	9		35
42	0		51
	1	89	8
	2		24
	3		40

Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
42	4	89	56
	5	90	12
	6		28
	7		44
	8	91	1
	9		17
43	0		34
	1		50
	2	92	6
	3		23
	4		40
	5		56
	6	93	13
	7		30
	8		46
	9	94	3
44	0		20
	1		37
	2		54
	3	95	11
	4		28
	5		45
	6	96	2
	7		19
	8		36
	9		53
45	0	97	11
	1		28
	2		46

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
45	3	98	3	48	2	106	54
	4		20		3	107	13
	5		38		4		32
	6		56		5		52
	7	99	14		6	108	12
	8		31		7		31
	9		49		8		51
46	0	100	6		9	109	10
	1		24	49	0		30
	2		42		1		50
	3	101	0		2	110	10
	4		18		3		30
	5		37		4		50
	6		55		5	111	10
	7	102	13		6		31
	8		31		7		51
	9		50		8	112	12
47	0	103	8		9		32
	1		26	50	0		53
	2		45		1	113	14
	3	104	4		2		35
	4		22		3		56
	5		41		4	114	17
	6	105	0		5		38
	7		19		6		59
	8		38		7	115	20
	9		57		8		42
48	0	106	16		9	106	4
	1		35	51	0		25

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
51	1	116	47	54	0	128	19
	2	117	9		1		46
	3		31		2	129	12
	4		53		3		39
	5	118	16		4	130	6
	6		38		5		33
	7	119	1		6	131	0
	8		23		7		28
	9		46		8		56
52	0	120	9		9	132	24
	1		32	55	0		53
	2		55		1	133	22
	3	121	18		2		51
	4		42		3	134	20
	5	122	6		4		50
	6		29		5	135	20
	7		53		6		50
	8	123	17		7	136	21
	9		41		8		52
53	0	124	6		9	137	24
	1		30	56	0		56
	2		55		1	138	28
	3	125	20		2	139	0
	4		45		3		33
	5	126	10		4	140	6
	6		36		5		40
	7	127	1		6	141	14
	8		27		7		49
	9		53		8	142	24

Chorden.		Winkel.		Chorden.		Winkel.	
Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.	Schuh.	Zoll.	Grad.	Min.
56	9	143	0	58	5	154	20
57	0		36		6	155	12
	1	144	13		7	156	6
	2		51		8	157	2
	3	145	30		9	158	1
	4	146	9	59	0	159	3
	5		48		1	160	8
	6	147	29		2	161	16
	7	148	10		3	162	29
	8		53		4	163	47
	9	149	36		5	165	12
58	0	150	20		6	166	46
	1	151	5		7	168	32
	2		52		8	170	38
	3	152	39		9	173	23
	4	153	28	60	0	180	0

Die Naturlehre.

Einleitung.

§. 1.

Die Phyſik oder Naturlehre im weitläuftigen Verſtande iſt eigentlich diejenige Wiſſenſchaft, welche ſich mit der Betrachtung aller natürlichen Körper beſchäftiget, und aus demjenigen, was wir durch Hülfe der Sinne von den körperlichen Dingen wahrnehmen, ihre Eigenſchaften und Wirkungen durch richtige Schlüſſe entdecken lehret. Ja die alten Philoſophen nahmen bisweilen das Wort Phyſik in einer noch weitläuftigern Bedeutung, und verſtanden dadurch die Wiſſenſchaft der ganzen Natur, worunter ſie nicht nur alle körperliche Subſtanzen, ſondern auch alle geiſtige Weſen und den Schöpfer ſelbſt rechneten. Weil aber ſchon die Anzahl der körperlichen Subſtanzen außerordentlich groß, und die Kenntniß derſelben durch die in ſpätern Zeiten gemachten Entdeckungen ſehr beträchtlich erweitert worden iſt; ſo hatten die neuen Philoſophen hinlängliche Urſache, diejenigen Materien, die man ſonſt zu einer einzigen Wiſſenſchaft rechnete, in verſchiedene Wiſſenſchaften zu vertheilen, und in der eigentlichen Naturlehre, die auch von einigen Naturkunde genannt wird, außer

den allgemeinen Eigenſchaften der Körper, nur die beſondern Eigenſchaften der ſogenannten elementariſchen Materien, nämlich des Lichts, des Feuers, der magnetiſchen und elektriſchen Materie, der Luft, des Waſſers und der Erde, nebſt der Beſchaffenheit des Weltgebäudes zu erklären. Will man die verſchiednen Gattungen der vermiſchten Körper, welche ſich auf dem Erdboden befinden, und ihre Eigenſchaften kennen lernen, ſo muß man in der Naturgeſchichte Belehrung ſuchen. Iſt man begierig, die Art und Weiſe einzuſehen, wie dieſe vermiſchten Körper in ihre Beſtandtheile aufgelöſt, und aus dieſen Theilen wiederum neue Arten von Körpern zuſammengeſetzt werden können, ſo muß man die Chemie ſtudiren. Verlangt man eine genaue Kenntniß von dem menſchlichen Körper, ſo muß man ſeine Zuflucht zu der Anatomie, und überhaupt zu den mediciniſchen Wiſſenſchaften nehmen, die eigentlich nichts anders ſind, als Theile der Naturlehre, welche man beſonders und ausführlich bearbeitet hat.

§. 2.

Man pflegt die Naturlehre gemeiniglich in die Experimental-Phyſik und in die dogmatiſche Phyſik einzutheilen, und bisweilen den einen Theil ohne den andern, bisweilen aber beyde Theile mit einander abzuhandeln. Die Experimental-Phyſik enthält diejenigen Eigenſchaften und Wirkungen der Körper, die ſich unmittelbar durch Hülfe der Sinne erkennen laſſen; in der dogmatiſchen Phyſik aber wird gezeigt, wie man aus den durch die Erfahrung erkannten Sätzen die Urſachen der Erſcheinungen in der Körperwelt erklären, und die übrigen Ei-

genſchaften der Körper, die ſich nicht unmittelbar durch Hülfe der Sinne wahrnehmen laſſen, entdecken könne. Aus dieſen Erklärungen erhellt alſo, daß die dogmatiſche Naturlehre ohne die Experimental-Phyſik, von welcher jene den nöthigen Stoff erhalten muß, nicht beſtehen, dieſe hingegen ohne jene von keinem großen Nutzen ſeyn würde. Die Erfahrungen aber, welche man in der Naturlehre nöthig hat, ſind von zweyerley Art. Denn einige Eigenſchaften und Wirkungen der Körper laſſen ſich ſchon bemerken, wenn wir nur bey unſerer Empfindung die gehörige Aufmerkſamkeit und Vorſicht gebrauchen, ohne daß wir genöthiget ſind, eine Zertheilung der Körper oder andre Veränderungen mit ihnen vorzunehmen. Viele andre Erfahrungen hingegen ſind nicht anders möglich, als wenn wir die Körper durch Hülfe der Kunſt und durch allerhand Veränderungen zu gewiſſen Wirkungen nöthigen, damit wir dieſelben genau wahrnehmen können. Erfahrungen von der erſten Art werden Obſervationen oder Beobachtungen, und Erfahrungen von der andern Art, Experimente oder Verſuche genannt. Zu letztern iſt ein phyſikaliſcher Apparat nöthig.

§. 3.

Daß die Naturlehre eine der vortreflichſten und nützlichſten Wiſſenſchaften ſey, wird wohl jedermann ohne einen weitläuftigen Beweis einräumen, wenn er ſich nur die Mühe nimmt, einen kleinen Theil derjenigen Wahrheiten, welche ſie enthält, gehörig zu überdenken, oder auch überhaupt nur ihren Inhalt genau zu erwägen. Außer der Offenbarung gibt es keine Wiſſenſchaft, welche ſo viel zur Er-

kenntniß der Allmacht, Weisheit und Güte des Schöpfers beytragen könnte, als die Naturlehre, ohne welche wir auch im gemeinen Leben tauſend Bequemlichkeiten und Annehmlichkeiten würden entbehren müſſen. Ueberdieß iſt die Kenntniß der Naturlehre das beſte Mittel, uns gegen abergläubiſche Meinungen und die daraus entſtehende unnöthige Furcht zu verwahren. Wer ſich mit der Naturlehre bekannt gemacht hat, wird ſich gewiß nicht durch Irrlichter, Kometen und andre Erſcheinungen in der Natur, welche dem Unwiſſenden ein Schrecken einjagen, in Furcht ſetzen laſſen. Um alſo meine jungen Leſer dieſer und andrer wichtigen Vortheile, die ich jetzt zur Vermeidung der Weitläuftigkeit übergehen muß, einigermaßen theilhaftig zu machen, will ich mich nunmehr bemühen, ihnen von den vornehmſten Theilen der Naturlehre einen Vorſchmack zu geben.

Erſtes Kapitel.

Von den allgemeinen Eigenſchaften der Körper.

§. 4.

Man pflegt allen Subſtanzen, denen die Fähigkeit zu denken mangelt, in der Philoſophie und Naturlehre den Namen Materie zu geben, und die materiellen Subſtanzen alſo den geiſtigen entgegen zu ſetzen. Die erſtern, nämlich die materiellen Subſtanzen ſind entweder theilbar oder untheilbar. Die theilbaren materiellen Subſtanzen heißen Körper,

die untheilbaren aber, d. i. diejenigen, die nicht aus trennbaren, Theilen zuſammengeſetzt ſind, werden Elemente oder Atomen genannt. Doch wird das Wort Element in der Naturlehre auch noch in einer etwas andern Bedeutung genommen, und dadurch diejenigen Körper verſtanden, die nicht Theile von verſchiedner Art enthalten. In dieſer Bedeutung pflegt man die reine Erde, die Luft, das Feuer und das Waſſer Elemente oder elementariſche Körper zu nennen. Die Menge der materiellen Theile, aus denen ein Körper zuſammengeſetzt iſt, wird die Maſſe deſſelben genannt.

§. 5.

Die Eigenſchaften der körperlichen Dinge werden entweder bey allen, ohne Ausnahme, oder nur bey einigen Körpern angetroffen. Man pflegt daher die Eigenſchaften der Körper in allgemeine, die nämlich jedem Körper zukommen, und in beſondre, die nur gewiſſen Körpern eigen ſind, einzutheilen.

§. 6.

Die allgemeinen Eigenſchaften der Körper ſind die Ausdehnung, die Undurchdringlichkeit, die Trägheit, die Theilbarkeit, die Bewegbarkeit, die Poroſität und die Attraction oder Anziehungskraft, welche auch unter dem Namen der allgemeinen Schwere bekannt iſt. Die erſten fünf Eigenſchaften ſind den körperlichen Subſtanzen weſentlich. Von der Poroſität und Anziehungskraft aber kann man dieſes nicht behaupten, weil ſich auch Körper ohne Poroſität und ohne Anziehungskraft gedenken laſſen. Sie werden beyde nur deswegen unter die

allgemeinen Eigenſchaften gerechnet, weil man ſie bey allen Körpern antrift, von welchen wir einige Kenntniß haben.

§. 7.

Die Ausdehnung iſt diejenige Eigenſchaft, nach welcher ein jeder Körper einen gewiſſen Raum in die Länge, Breite und Dicke einnimmt. Es iſt aber unmöglich, in denjenigen Raum, worin ſich ſchon ein Körper befindet, noch einen andern Körper zu bringen, ohne den erſtern aus ſeiner Stelle zu vertreiben. Dieſe Eigenſchaft, vermöge welcher ein jeder Körper ſeinen eigenen Raum einnimmt, ſo daß kein anderer Körper zugleich in demſelben Raume ſeyn kann, wird die **Undurchdringlichkeit** genannt. Wenn man im gemeinen Leben ſagt, daß ein Körper von einem andern, z. B. ein Schwamm vom Waſſer durchdrungen ſey, ſo iſt dieſes nicht ſo zu verſtehen, als wenn die Theile des Waſſers nunmehr eben denſelben Raum einnähmen, in welchem ſich die Theile des Schwammes befinden, welches eine unmögliche Sache iſt; ſondern es heißt nur ſo viel, daß die Theile des Waſſers ſich zwiſchen die Theile des Schwammes begeben hätten, welches deswegen leicht geſchehen kann, weil der Schwamm eine Menge Zwiſchenräume enthält, die von der Materie des Schwammes ganz leer ſind. Weil nun alle Körper undurchdringlich ſind; ſo widerſteht einer dem andern, wenn er in eben denſelben Raum, den dieſer erfüllt, eindringen will. Dieſer Widerſtand, welchen ein Körper äußert, wenn er von einem andern genöthiget wird, ſeinen Raum zu verändern, heißt die Trägheit (inertia) oder die Kraft der Träg-

heit. Doch nehmen einige Schriftſteller dieſes Wort auch in einer etwas andern Bedeutung und verſtehen dadurch die Neigung eines Körpers, in ſeinem Zuſtande zu verbleiben, oder die Gleichgültigkeit körperlicher Subſtanzen gegen Ruhe und Bewegung.

§. 8.

Das Wort Theilbarkeit bedeutet hier nicht, wie in der Geometrie und Arithmetik, die bloße Möglichkeit, ſich verſchiedne Theile bey einem Körper vorzuſtellen, ſondern man will dadurch diejenige Eigenſchaft anzeigen, vermöge welcher die Theile, aus denen ein Körper beſteht, von einander wirklich abgeſondert, und in einen andern Raum gebracht werden können. Die meiſten Körper laſſen ſich bis zu einer erſtaunenden und beynahe unglaublichen Subtilität theilen. Die Theilung iſt entweder phyſiſch oder chemiſch. Von den vielen Beyſpielen, welche man davon in den Schriften der Naturforſcher antrift, will ich nur einige anführen. Ein Gran Gold, welches ein ſo kleines Stückchen iſt, daß es nur etwa den achten Theil einer Cubiklinie ausmacht, läßt ſich, wenn es geſchlagen wird, ſo ſtark ausdehnen, daß es einen Raum von 50 Quadratzoll einnimmt. Nun enthält, wie aus der Geometrie bekannt iſt, ein Quadratzoll 100 Quadratlinien, und eine Quadratlinie 100 Quadratſcrupel, folglich ein Quadratzoll 10000 Quadratſcrupel, und 50 Quadratzolle 500000 Quadratſcrupel, welches noch ſehr anſehnliche Theile ſind, die man auch mit blöden Augen ſehr wohl unterſcheiden kann. Weil alſo eine Cubiklinie Gold, wie ſchon bemerkt worden iſt, 8 Gran wieget, ſo iſt klar, daß ſich eine Cubiklinie Gold in 8mal 500000, d. i.

in 4000000 Quadratſcrupel ausdehnen läßt. Betrachtete man dieſe Theile durch ein Vergrößerungsglas, das nur 10000mal vergrößerte, ſo würde man dadurch 10000mal mehr Theile erblicken. Es iſt alſo gewiß, daß in einer einzigen Cubiklinie Gold 10000mal 4000000, d. i. 40000 Millionen Theile anzutreffen ſind, die noch eine ſehr merkliche Zuſammenſetzung haben.

Mit einem Gran Weihrauch läßt ſich, wenn er angezündet wird, ein Zimmer erfüllen, deſſen Länge und Breite 20, die Höhe aber 15 Schuh beträgt. Da nun die gewöhnlichen Stuben als Parallelepipeda betrachtet werden können; ſo muß der körperliche Raum einer Stube von der jetzt angeführten Länge, Breite und Höhe $20 \times 20 \times 15$, d. i. 6000 Cubikſchuh, (§. 193. Geom.) und folglich 6000000000000 d. i. ſechs Billionen Cubikſcrupel enthalten. In ſo viel Theile muß alſo ein Gran Weihrauch durch das Feuer aufgelöſet werden, weil man in jedem Puncte des Zimmers den Geruch davon empfindet.

Löwenhoek hat in Waſſer, worein er Pfeffer gethan, und welches er an die freye Luft geſetzt hatte, durch Hülfe eines zuſammengeſetzten Vergrößerungsglaſes kleine Thierchen bemerkt, deren Diameter tauſendmal kleiner war, als der Diameter eines Sandkörnchens. Da ſich nun die kugelförmigen Körper wie die Cubikzahlen ihrer Durchmeſſer verhalten, (§. 222. Geom.) ſo verhält ſich die Größe eines ſolchen Thierchens zu der Größe eines Sandkörnchens, wie 1^3 zu 1000^3, d. i. wie 1 zu 1000000000. In einem Raume alſo, der nicht größer iſt, als die Ausdehnung eines Sandkörnchens, können ſich tauſend

Millionen körperliche Theile, die noch merklich zuſammengeſetzt ſind, wirklich aufhalten. Nun überlege man einmal, wie klein und ſubtil die Gliedmaßen ſolcher Thierchen, deren Bewegungen vom Löwenhoek ſehr deutlich bemerkt werden konnten, geweſen ſeyn müſſen!

§. 9.

Ungeachtet man es aber ſchon ſehr weit in der Theilung der Körper gebracht hat, ſo iſt man doch noch nicht im Stande, die Körper bis auf die ganz einfachen und untheilbaren Beſtandtheile, aus denen ſie zuſammengeſetzt ſind, zu zergliedern. Die allerkleinſten Theile, in welche wir die Körper durch die Kunſt auflöſen können, ſind noch immer ſehr zuſammengeſetzt, wie man ſich davon durch gute Vergrößerungsgläſer leicht überzeugen kann. Die Unvollkommenheit unſrer Sinne und der Werkzeuge, wodurch wir unſern Sinnen zu Hülfe kommen können, läßt uns auch nicht hoffen, daß wir jemals zu einer Kenntniß dieſer urſprünglichen und ganz einfachen Theile der Körper gelangen werden.

§. 10.

Die ~~vierte~~ 5 von den allgemeinen Eigenſchaften der Körper war die Bewegbarkeit, nach welcher die Körper ihren Ort verändern können. Denn durch das Wort Bewegung wird ſowohl in der Naturlehre, als auch im gemeinen Leben nichts anders verſtanden, als die Veränderung des Orts oder des Raums. Der Ort aber iſt nach dem Sprachgebrauch zweyerley, der abſolute und der relative. Durch den abſoluten Ort verſteht man denjenigen Theil des Raums, den

ein Körper einnimmt, durch den relativen aber die Lage, die ein Körper in Anſehung andrer Körper hat, mit welchen wir ihn vergleichen. Z. B. derjenige Theil des Himmelsraums, worin ſich die Sonne wirklich befindet, iſt ihr abſoluter oder wahrer Ort; wenn man aber ſagt, daß die Sonne jetzt in dem Himmelszeichen des Stiers ſtehe, ſo will man nur ihren relativen oder ſcheinbaren Ort beſtimmen, und dadurch anzeigen, daß man jetzt die Sonne nach eben der Richtung ſehe, nach welcher das unter dem Namen Stier bekannte Himmelszeichen geſehen wird. Man theilt daher auch die Bewegung in die abſolute und relative ein. Eine abſolute oder wahre Bewegung ſchreibt man einem Körper zu, wenn er ſeinen abſoluten Ort, eine relative oder ſcheinbare Bewegung aber, wenn er nur ſeinen relativen Ort verändert. So iſt z. B. die Bewegung eines herabfallenden Körpers eine abſolute oder wahre, hingegen die Bewegung der Bäume und Häuſer, die wir empfinden, wenn wir in einem Schiffe oder Wagen geſchwind vorbey fahren, eine relative oder blos ſcheinbare Bewegung. Auf eben die Art wird auch die Ruhe eingetheilt, welche der Bewegung entgegengeſetzt wird, und folglich derjenige Zuſtand eines Körpers iſt, da er in ſeinem Orte bleibet. Sie iſt abſolut, wenn der abſolute Ort, und relativ, wenn der relative Ort unverändert bleibt. Bey der relativen Bewegung ruht alſo eigentlich der Körper, welchem man eine Bewegung zuſchreibt, und nur derjenige Körper, auf welchen man ihn bezieht, oder das Auge des Beobachters iſt eigentlich in Bewegung. Bey der relativen Ruhe hingegen können ſich beyde Körper, die man mit einander vergleicht, wirklich

bewegen, wofern ſie nur unter ſich einerley Lage behalten.

§. 11.

Bey einer wirklichen Bewegung unterſcheidet man die Kraft, oder dasjenige, welches die Bewegung verurſacht, die Maſſe, oder die Menge der Materie, welche bewegt wird, die Direction oder Richtung, d. i. die Beſtimmung des Puncts, gegen welchen eine Bewegung zugehet, und die Geſchwindigkeit, d. i. die Beſtimmung des Raums, durch welchen ein Körper binnen einer gewiſſen Zeit bewegt wird.

§. 12.

Entſteht die Bewegung von einer einzigen Kraft, die nach einerley Richtung wirket, ſo wird ſie einfach genannt; entſteht ſie aber durch mehrere Kräfte, die entweder nach entgegengeſetzten Richtungen, oder nach verſchiednen Linien wirken, ſo heißt die Bewegung zuſammengeſetzt. Im letztern Falle bewegt ſich ein Körper, wenn er von zwey Kräften getrieben wird, deren Richtungslinien einen Winkel mit einander machen, weder nach der Richtung der einen, noch nach der Richtung der andern Kraft, ſondern nach der Diagonale des Parallelogramms, das man aus den Richtungslinien dieſer Kräfte beſchreiben kann, wenn man ihre Längen den Geſchwindigkeiten proportional macht. Es ſtelle z. B. F (Tab. 1. Fig. 2.) einen Körper vor, auf welchen zwey Kräfte zu gleicher Zeit wirken, und zwar die eine Kraft nach der Richtung AB, die andere Kraft aber nach der Richtung CD. Es verhalte ſich ferner die Geſchwindig-

keit der erſten Kraft zu der Geſchwindigkeit der andern Kraft, wie die Linie FB zu der Linie FD; ſo wird, wenn man aus dieſen beyden Linien und dem Winkel, den die Richtungslinien der Kräfte mit einander machen, ein Parallelogramm beſchreibt, die Diagonallinie dieſes Parallelogramms, nämlich FE, nicht nur die Richtung, ſondern auch die Geſchwindigkeit des von beyden Kräften bewegten Körpers F anzeigen. Der berühmte Muſchenbroek ſucht dieſen Satz auf folgende Art ſeinen Leſern begreiflich zu machen. Man ſtelle ſich vor, ſagt er, daß eine Ameiſe oder ein anderes Thierchen ſich mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit von F nach D bewegte, und daß durch eine andre Kraft die Linie FD, unter welcher man ſich einen geradlinigen Stab vorſtellen kann, in eben der Zeit, in welcher die Ameiſe bis an den Punct D kömmt, nach der Richtung FB fortgerückt, und in die Lage BE gebracht würde; ſo müßte ſich nunmehr die Ameiſe in dem Puncte E befinden, und ſich durch die ganze Diagonale FE bewegt haben, weil hier voraus geſetzt wird, daß die Linie FD im Fortrücken ſich immer parallel geblieben iſt.

§. 13.

In Anſehung der Geſchwindigkeit theilt man die Bewegungen in gleichförmige und ungleichförmige ein. Bey der gleichförmigen Bewegung behält der Körper beſtändig einerley Geſchwindigkeit, bey der ungleichförmigen aber iſt dieſelbe verſchieden. Nimmt die Geſchwindigkeit zu, ſo wird die ungleichförmige Bewegung eine beſchleunigte, nimmt ſie aber ab, eine verzögerte Bewegung genannt.

§. 14.

Wenn ſich zwey Körper gleichförmig bewegen, ſo iſt es leicht, ihre Geſchwindigkeiten mit einander zu vergleichen. Denn bewegt ſich z. B. der eine Körper in einer Minute durch 2 Schuh, und der andre in eben der Zeit durch 1 Schuh, ſo erhellt aus dem Begriffe der Geſchwindigkeit, daß der erſte Körper ſich noch einmal ſo geſchwinde beweget, als der andre. Bewegte ſich der erſte durch einen dreymal größern Raum, als der andre Körper in eben der Zeit, ſo müßte auch die Geſchwindigkeit des erſten Körpers dreymal größer ſeyn, als die Geſchwindigkeit des andern Körpers. Sind alſo die Zeiten gleich, in welchen ſich zwey Körper bewegen, ſo verhalten ſich ihre Geſchwindigkeiten, wie die Räume, welche ſie durchlaufen.

§. 15.

Nun wollen wir ſetzen, es bewegten ſich zwey Körper durch verſchiedne Räume und in verſchiednen Zeiten; z. B. der erſte durchlaufe 24 Schuh in 4 Secunden, und der andre 15 Schuh in 5 Secunden, ſo iſt klar, daß man ihre Geſchwindigkeiten nach dem vorigen Satze würde beurtheilen können, wenn man ihre Bewegungen auf einerley Zeit, z. B. auf die Zeit von einer Secunde reducirte. Weil nun hier von einer gleichförmigen Bewegung die Rede iſt, ſo muß der erſte Körper, der ſich in 4 Secunden durch 24 Schuh bewegt, in einer Secunde durch $\frac{24}{4}$ d. i. 6 Schuh, und der andre Körper, der ſich in 5 Secunden durch 15 Schuh bewegt, in einer Secunde durch $\frac{15}{5}$ d. i. 3 Schuh bewegen. Es würde ſich alſo die

Geſchwindigkeit des erſten zu der Geſchwindigkeit des andern Körpers, wie 6 zu 3 verhalten. Die Zahl 6 aber entſtand, indem man den Raum des erſten Körpers, nämlich 24 Schuh, durch ſeine Zeit, nämlich 4 Secunden, und die Zahl 3, indem man den Raum des andern Körpers, nämlich 15 Schuh, durch ſeine Zeit, nämlich 5 Secunden, dividirte. Hieraus erhellt alſo, daß ſich die Geſchwindigkeiten überhaupt verhalten, wie die Quotienten, die man bekömmt, wenn die Räume, welche die bewegten Körper durchlaufen, durch die Zeiten, in welchen ſie dieſelben durchlaufen, dividirt werden.

§. 16.

Es heiße die Geſchwindigkeit eines bewegten Körpers G, der Raum, durch welchen er ſich bewegt, R, und die Zeit, welche er dazu nöthig hat, Z. Die Geſchwindigkeit eines andern Körpers heißt g, der Raum r, und die Zeit z, ſo verhält ſich, nach dem vorigen Satze,

$$G:g=\frac{R}{Z}:\frac{r}{z}$$

Multiplicirt man nun das erſte und dritte Glied dieſer Proportion mit Z, das zweyte und vierte Glied aber mit z, ſo erhält man, nach einem bekannten arithmetiſchen Satze (§. 101. Ar.), folgende Proportion:

$$G\times Z:g\times z=\frac{R}{Z}\times Z:\frac{r}{z}\times z$$

d. i. $G\times Z:g\times z=R:r$ (§. 20. Ar.)

welche Proportion ſich mit Worten folgendergeſtalt ausdrücken läßt:

Es verhalten ſich die Räume, welche die bewegten Körper durchlaufen, wie die Producte, welche entſtehen, wenn man die Geſchwindigkeiten durch die Zeiten multipliciret.

§. 17.

Bewegen ſich zwey Körper durch gleich große Räume in ungleichen Zeiten, ſo richtet ſich zwar das Verhältniß der Geſchwindigkeiten nach dem Verhältniſſe der Zeiten, aber in einer umgekehrten Ordnung. Denn ein Körper, der viel Zeit braucht, um ſich durch einen gewiſſen Raum zu bewegen, hat weniger Geſchwindigkeit, als ein andrer Körper, der eben dieſen Raum in einer kürzern Zeit durchläuft, oder durch die vorigen Zeichen ausgedrückt:

$$G:g=z:Z$$

welche Proportion ſich leicht aus der vorhergehenden (§. 16.) herleiten läßt. Denn wenn $R=r$ iſt, weil die Körper ſich durch gleich große Räume bewegen ſollen, ſo iſt auch $G\times Z=g\times z$. Und da die Factoren zwey gleicher Producte ſich in einem umgewendeten Verhältniſſe befinden (§. 97. b. Ar.), ſo folgt aus der Gleichheit der Producte $G\times Z$ und $g\times z$ folgende Proportion:

$$G:g=Z:z$$

§. 18.

Wenn man die Wirkung oder die Gewalt eines bewegten Körpers, welche man auch die Quantität

oder Größe der Bewegung zu nennen pflegt, ſchäzzen will; ſo muß man zweyerley in Erwägung ziehen, nämlich ſeine Maſſe und ſeine Geſchwindigkeit. Von zwey Körpern, die ſich mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, iſt, wie ſchon die Erfahrung lehret, die Gewalt desjenigen die größte, welcher die meiſte Maſſe hat. So kann man z. B. mit einer 12 pfündigen Kanonenkugel eine viel größere Wirkung hervorbringen, als mit einer 2 pfündigen, wenn gleich der 2 pfündigen eben die Geſchwindigkeit beygebracht wird, als der 12 pfündigen. Wenn ein Körper noch einmal ſo viel Maſſe hat, als ein andrer Körper, ſo muß er durch ſeine Bewegung, bey gleicher Geſchwindigkeit, auch noch einmal ſo viel ausrichten, als der andre Körper; weil bey dem erſten noch einmal ſo viel Theile, als bey dem andern Körper bewegt werden. Wäre die Maſſe des erſten drey Mal größer, als die Maſſe des andern Körpers; ſo würde auch die Gewalt des erſten drey Mal größer ſeyn, als die Gewalt des andern. Hieraus iſt alſo klar, daß, bey gleichen Geſchwindigkeiten, die Größen der Bewegung oder die Wirkungen der bewegten Körper ihren Maſſen völlig proportionirt ſind.

Bewegen ſich hingegen zwey Körper, die gleich viel Maſſe haben, mit verſchiedner Geſchwindigkeit; ſo muß demjenigen Körper, welcher die größte Geſchwindigkeit hat, auch die größte Quantität der Bewegung zukommen, weil mit einer größern Geſchwindigkeit mehr Wirkungen, als mit einer geringern Geſchwindigkeit, verbunden ſind. Z. B. eine Kugel, wenn ſie aus der Flinte geſchoſſen wird, übt eine viel

größere Gewalt aus, als wenn ſie mit der Hand geworſen wird; weil man ihr durch das Pulver eine viel größere Geſchwindigkeit, als durch die Bewegung der Hand beybringen kann; und zwar verurſacht eine doppelte Geſchwindigkeit eine doppelte Gewalt, eine dreyfache Geſchwindigkeit eine dreyfache Gewalt u. ſ. f. oder, welches eben ſo viel ſagen will, die Wirkungen der bewegten Körper verhalten ſich in dieſem Falle, wenn die Maſſen gleich ſind, wie die Geſchwindigkeiten.

Sind nun ſowohl die Maſſen, als auch die Geſchwindigkeiten zweyer Körper ungleich, ſo müſſen ſich die Wirkungen derſelben in einer zuſammengeſetzten Verhältniß ihrer Maſſen und Geſchwindigkeiten befinden, oder ſich wie die Producte aus der Maſſe in die Geſchwindigkeit verhalten. Man pflegt daher die Gewalt eines bewegten Körpers überhaupt durch ein Product aus ſeiner Maſſe in ſeine Geſchwindigkeit zu beſtimmen. Nennt man alſo die Geſchwindigkeit eines Körpers, wie oben, g, ſeine Maſſe m, die Quantität der Bewegung q, und die Geſchwindigkeit eines andern Körpers G, die Maſſe M und die Quantität der Bewegung Q, ſo kann man q durch das Product $m \times g$, und Q durch das Product $M \times G$, folglich den vorhergehenden Satz durch folgende Proportion ausdrücken:

$$q : Q = m \times g : M \times G$$

Es betrage z. B. die Maſſe des einen Körpers 2 Pfund, die Maſſe des andern Körpers aber 6 Pfund, und es bewege ſich der erſte in einer Secunde durch 1 Ruthe, der zweyte aber binnen eben dieſer Zeit durch 100 Ruthen, daß man alſo die Geſchwindigkeit des erſtern durch 1, und die Geſchwindigkeit des letztern

durch 100 ausdrücken könnte, ſo wird ſich die Gewalt des erſtern zu der Gewalt des letztern Körpers verhalten, wie 1×2 zu 6×100 d. i. wie 2 zu 600 oder wie 1 zu 300.

§. 19.

Aus den jetzt angeführten Sätzen läßt ſich vieles, was bey der Bewegung der Körper vermittelſt gewiſſer Maſchinen gelehrt wird, ſehr leicht einſehen. Ich will jetzt, um nicht weitläuftig zu werden, nur den Hauptſatz vom Hebel aus der Mechanik zu einem Beyſpiel anführen. Unter einen Hebel aber verſteht man eine ſteife Linie, (wofür man in der Anwendung einen langen feſten Körper, z. B. einen Stab oder eine Stange nimmt,) woran ſich drey verſchiedne Puncte gedenken laſſen, nämlich einen, auf welchem dieſe Linie aufliegt, und zwey andre, auf welche entgegengeſetzte Kräfte wirken. Man ſetze z. B. daß die Linie AB, (Phyſ. Tab. 1. Fig. 1.) wodurch man ſich eine hölzerne oder metallene Stange vorſtellen kann, die aber hier ohne Schwere angenommen wird, auf dem Puncte C ruhe, und ſich um denſelben bewegen laſſe; man ſetze ferner, daß an den Endpuncten A und B gewiſſe Kräfte, z. B. Gewichte, angebracht wären: ſo wird dieſe Linie AB als ein Hebel angeſehen werden können. Wenn nun dieſer Hebel um den Punct C dergeſtalt bewegt würde, daß er nunmehr in die Lage DCE käme; ſo würde ſich der Punct B durch den Bogen BE und der Punct A durch den Bogen AD bewegen. Wäre z. B. wie hier in der Figur, der Punct B dreymal weiter von dem Ruhepuncte C entfernt, als der Punct A; ſo müßte, wegen Gleichheit der Vertikalwinkel bey C, der Bogen BE auch dreymal größer ſeyn, als der

Bogen DA, weil die Bogen gleicher Winkel, wie aus der Geometrie bekannt iſt, ſich wie die Halbmeſſer verhalten, womit ſie beſchrieben werden. Da nun die Bewegung dieſer beyden Puncte in einerley Zeit geſchieht; ſo müſſen ſich ihre Geſchwindigkeiten wie die Bogen BE und DA verhalten, weil dieſe Bogen die Räume ſind, durch welche ſich die Puncte B und A bewegen (§. 14.). In dem angenommenen Falle würde alſo die Kraft B eine dreymal größere Geſchwindigkeit als die Kraft A, und folglich auch dreymal mehr Gewalt haben, wenn beyde Kräfte oder Gewichte einander gleich geſetzt werden (§. 18.). Wäre CB viermal größer, als CA; ſo würde auch der Bogen BE viermal größer, als der Bogen DA und folglich die Geſchwindigkeit des Puncts B viermal größer ſeyn, als die Geſchwindigkeit des Puncts A; woraus alſo erhellt, daß ſich die Geſchwindigkeiten der Kräfte B und A, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte C verhalten, und daß man daher mit einer Kraft deſto mehr ausrichten kann, je weiter man ſie von dem Ruhepuncte entfernt. Wir wollen die Entfernung der einen Kraft vom Ruhepuncte, deren Geſchwindigkeit vorhin durch den Buchſtaben g ausgedrückt wurde, e, und die Entfernung der andern Kraft E nennen, ſo wird ſich der jetzt erwieſene Satz folgendergeſtalt durch Buchſtaben ausdrücken laſſen:

$$g : G = e : E$$

Wir wollen nunmehr ſetzen, die Kräfte B und A wären ungleich, verhielten ſich aber umgekehrt, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte. Z. B. die Kraft A betrage 3 Pfund und ihre Entfernung vom Ruhepuncte, nämlich AC, 1 Zoll; die Kraft B aber betrage 1 Pfund, und ihre Entfernung vom Ruhepuncte,

nämlich CB, 3 Zoll; ſo würde die Kraft B, wenn ſich der Hebel bewegte, eine dreyfache, die Kraft A hingegen, in Anſehung jener, nur eine einfache Geſchwindigkeit haben. Es müßte ſich alſo die Gewalt der Kraft B zu der Gewalt der Kraft A, wie das Product 3 mal 1 zu dem Producte 1 mal 3 verhalten (§. 18.). Da nun dieſe Producte einander gleich ſind; ſo iſt offenbar, daß die Gewalt der Kraft B in dieſem Falle der Gewalt der Kraft A gleich ſeyn muß, und daß man alſo etwas unmögliches annehmen würde, wenn man behaupten wollte, daß die beyden Kräfte unter der vorausgeſetzten Bedingung einander bewegen könnten. Dieſe Gleichheit der Producte, welche die Gewalt der Kräfte ausdrücken, findet allemal Statt, wenn ſich die Kräfte umgekehrt wie die Entfernungen vom Ruhepuncte verhalten. Denn wir wollen die eine Kraft, oder die Maſſe des einen Gewichts, wie oben, m, ihre Entfernung vom Ruhepuncte wiederum e, die Maſſe des andern Gewichts M und die Entfernung vom Ruhepuncte E nennen, ſo würde hier, vermöge der angenommenen Bedingung, folgende Proportion ſtatt finden:

$$m : M = E : e$$

Folglich $m \times e = M \times E$ (§. 97. Ar.)

Hieraus erhellt alſo die Wahrheit des Lehrſatzes, auf welchem die ganze Mechanik beruhet, daß zwey Kräfte am Hebel einander das Gleichgewicht halten müſſen, wenn ſie ſich umgekehrt, wie ihre Entfernungen vom Ruhepuncte verhalten.

Anmerk. Der Punct C, wo der Hebel unterſtützt iſt, heißt der Schwerpunct der Gewichte. Jeder Körper muß einen Schwerpunct haben, und wenn dieſer unterſtützt iſt, ſo kann der Körper nicht fallen.

§. 20.

Die Poroſität wird diejenige Eigenſchaft eines Körpers genannt, vermöge welcher er Zwiſchenräume enthält, die von der eigentlichen Materie, woraus der Körper beſteht, leer ſind, und die in der lateiniſchen Sprache Pori heißen, woraus man im Deutſchen das Wort Poroſität gemacht hat. Diejenigen Pori, welche noch in die Sinne fallen, ſind nicht ganz leer, wenn ſie gleich nichts von derjenigen Materie enthalten, aus welcher der Körper zuſammengeſetzt iſt, ſondern gemeiniglich ſind ſie mit Luft oder mit einer andern flüſſigen Materie angefüllt. Allein ob es nicht unter den kleinen Zwiſchenräumen, die unſern Sinnen wegen ihrer Subtilität entgehen, und in welche die Theilchen der Luft und andrer flüſſigen Materien, weil ſie nicht fein genug ſind, nicht mehr dringen können, einige ganz leere Räume gibt, iſt eine Frage, über welche von den Naturforſchern und Philoſophen immer noch geſtritten wird. Daß nun alle Körper, die uns bekannt ſind, dergleichen Zwiſchenräume haben, läßt ſich leicht durch die Erfahrung beweiſen. Bey einigen Arten von Körpern, z. B. bey dem Schwamme, bey der Haut der Menſchen und Thiere, bey den Pflanzen, und bey vielen Steinen kann man ſich ſchon mit bloßen Augen, bey andern aber durch die Vergrößerungsgläſer, oder durch einige leichte Verſuche von ihrem Daſeyn überzeugen. Selbſt das Gold, welches doch nebſt der Platina der dichteſte unter allen bekannten Körpern iſt, enthält eine große Anzahl von ſolchen leeren Zwiſchenräumen, welches daraus klar iſt, weil ſich das Queckſilber, in welches man ein Stückchen Gold gelegt hat, den Augenblick hinein ziehet, und weil auch

das Gold von dem Goldſcheidewaſſer völlig aufgelöſet wird, welches ohne die Poroſität des Goldes unmöglich geſchehen könnte. Ueberhaupt iſt auch bekannt, daß alle feſte und flüſſige Körper nicht nur von dem Feuer, ſondern auch von der magnetiſchen und electriſchen Materie durchdrungen werden; welches wegen der Undurchdringlichkeit der Körper nicht möglich wäre, wenn ſie keine leeren Zwiſchenräume hätten, worein die feinen Theilchen des Feuers und der electriſchen und magnetiſchen Materie dringen könnten. Man kann alſo die Poroſität mit Recht unter die allgemeinen Eigenſchaften der Körper rechnen, ob man gleich nicht ſagen kann, daß ſie ihnen weſentlich ſey, weil auch Körper ohne leere Zwiſchenräume möglich wären. Die Urſache aber, warum der Schöpfer den Körpern dieſe Eigenſchaft beygelegt hat, iſt leicht einzuſehen, weil ſie nämlich ohne dieſelbe nicht auf ſo vielfache Art in einander wirken, und uns daher nicht ſo viele Veränderungen und Vortheile verſchaffen könnten. Daß übrigens der Grad der Dichtigkeit bey den verſchiednen Gattungen von Körpern ſehr verſchieden iſt, brauche ich wohl kaum zu erinnern.

§. 21.

Nunmehr iſt noch die Erklärung der letzten allgemeinen Eigenſchaft, nämlich der Attraction oder Anziehungskraft übrig, welche auch, wie bereits oben (§. 6.) bemerkt worden iſt, in den Schriften der neuern Naturforſcher unter dem Namen der allgemeinen Schwere vorkömmt. Denn das Wort Schwere pflegt man heut zu Tage bald in einer engern, bald in einer weitern Bedeutung zu gebrauchen. In einer engern Bedeutung, die ſonſt nur allein üblich war, verſteht man durch die Schwere blos diejenige

Eigenſchaft der Körper, vermöge welcher ſie ſich, wenn ſie von der Oberfläche der Erde entfernt, und von nichts aufgehalten werden, ſenkrecht gegen dieſelbe wieder herab bewegen. In der weitern Bedeutung aber, die ſeit Newtons Zeiten gebräuchlich iſt, welcher zuerſt bemerkte, daß die Schwere eine allgemeine Eigenſchaft der Materie ſey, zeigt dieſes Wort diejenige Kraft überhaupt an, vermöge welcher alle Theile der Materie in der Körperwelt bey einander zu ſeyn ſich beſtreben, oder vermöge welcher ein jedes Theilchen der Materie ein jedes andres Theilchen an ſich ziehet.

§. 22.

Was die eigentliche Urſache dieſer anziehenden Kraft ſey, und ob dieſelbe in den Körpern ſelbſt zu ſuchen ſey oder von dem äußern Druck einer unſichtbaren und flüſſigen Materie herrühre, iſt von den Naturforſchern noch nicht völlig ausgemacht worden. Ich kann mich auch jetzt in keine Unterſuchung dieſer Sache einlaſſen, weil ich dadurch in zu große Weitläuftigkeit gerathen würde, ſondern muß mich begnügen, nur dasjenige kürzlich anzuführen, was von dem Daſeyn und der Beſchaffenheit dieſer allgemeinen Eigenſchaft der Körper aus der Erfahrung bekannt iſt.

§. 23.

Eine Menge Beobachtungen und Verſuche haben gelehrt, daß die kleinſten Theile aller feſten Körper einander anziehen, vermittelſt dieſer Attraction zuſammenhängen und dadurch die größern Körper ausmachen. Es ziehen ferner auch die flüſſigen Materien einander an; denn zwey Tropfen Waſſer vereinigen ſich den Augenblick, ſobald ſie einander berühren. Eben ſo ziehen auch die flüſſigen Materien feſte Kör-

per, und die feſten Körper flüſſige Materien an, wie man unter andern ſehr deutlich an dem Aufſteigen des Waſſers in den engen gläſernen Röhrchen, die man Haarröhrchen nennt, erſehen kann. Was alſo einige Naturforſcher die Kraft der Cohäſion zu nennen pflegen, vermöge welcher die Theile eines Körpers zuſammenhängen, iſt eigentlich keine beſondre Kraft, ſondern die allen körperlichen Subſtanzen eigenthümliche Anziehungskraft. Es iſt aber dieſe anziehende Kraft bey einem Körper deſto größer, je mehr Maſſe derſelbe hat, und je näher die Körper, die ſich einander anziehen, an einander kommen; daher ſie am größten iſt, wenn ſie einander unmittelbar berühren. Daß alſo ein Stein, welcher in die Höhe geworfen worden iſt, nicht gegen die Wolken, ungeachtet dieſe ebenfalls aus materiellen Theilen beſtehen, ſondern wieder gegen die Erde zufällt, kömmt daher, weil die Erde weit mehr Maſſe hat, als die Wolken, und alſo den Stein auch vielmehr anziehet. Ein Cubikzoll Gold wiegt mehr, als ein Cubikzoll Eiſen, und ein Cubikzoll Eiſen mehr, als ein Cubikzoll Holz, weil ein Cubikzoll Gold mehr Maſſe als ein Cubikzoll Eiſen, und ein Cubikzoll Eiſen mehr Maſſe, als ein Cubikzoll Holz enthält; daher das Gold mehr als das Eiſen, und das Eiſen mehr als das Holz von der Erde angezogen wird. Die Sonne hat mehr Maſſe als die Planeten, welche ſich um dieſelbe bewegen; die Planeten werden daher von der Sonne weit ſtärker, als die Sonne von ihnen, angezogen; und dieſes iſt der Grund, warum ſie ſich niemals aus ihren Laufbahnen um die Sonne entfernen können. Aus eben der Urſache bewegt ſich auch der Mond um die Erde, und nicht die Erde um den Mond, weil

die Erde viel mehr Maſſe hat, als der Mond, und ihn daher vielmehr anzieht, als ſie von ihm angezogen wird. Daß aber auch der Mond eine anziehende Kraft gegen die Erde habe, ſieht man unter andern aus dem periodiſchen Aufſchwellen und Niederſinken des Waſſers im großen Weltmeere, welches Ebbe und Fluth genannt wird, und ſich genau nach dem Stande des Mondes richtet. Zwey Körper, deren Oberflächen uneben ſind, hängen nicht zuſammen, wenn man ſie gleich an einander drücket, weil ſie wegen ihrer unebenen Oberflächen einander nur in wenig Puncten berühren, und daher einander nicht ſo ſehr anziehen können, als ſie von der Erde angezogen werden. Hingegen findet man, daß zwey Stück Marmor oder Metall ſtark zuſammenhängen, wenn ihre Oberflächen vollkommen eben und glatt gemacht ſind, weil ſie alsdenn einander in vielen Puncten berühren, und daher einander ſtärker anziehen, als ſie von der Erde angezogen werden.

§. 24.

Was nun insbeſondre die anziehende Kraft der Erde betrift, welche allemal durch das Wort Schwere verſtanden wird, wenn man es ohne Beywort gebraucht, ſo iſt davon folgendes aus der Erfahrung bekannt. Ein jeder Körper, den man an einem Faden aufhängt, dehnt denſelben in eine gerade Linie aus, welche verlängert auf einem vollkommen ebenen Theile der Oberfläche der Erde, z. B. auf der Oberfläche eines ſtillſtehenden Waſſers, ſenkrecht ſtehet. Wird der Faden zerſchnitten, ſo fällt der Körper nach einer ſolchen ſenkrechten Linie herab. Aus dieſer Urſache wird die Schwere von den neuern Naturforſchern

durch eine Kraft erklärt, welche die Körper in ſenkrechten Linien gegen die Oberfläche der Erde zu treiben ſucht. Dieſe ſenkrechten Linien, nach welchen die ſchweren Körper, wenn ſie von nichts aufgehalten werden, gegen die Erde zu fallen, oder zu fallen ſich beſtreben, werden Verticallinien genannt. Eine jede ebene Fläche, worauf eine Verticallinie ſenkrecht ſteht, heißt eine Horizontalfläche, und jede gerade Linie auf einer Horizontalfläche eine Horizontallinie. Alle gerade Linien, welche auf der Oberfläche einer Kugel ſenkrecht ſtehen, müſſen, wenn ſie verlängert werden, in dem Mittelpuncte der Kugel zuſammenkommen. Wäre alſo die Erde eine vollkommne Kugel; ſo würden alle Verticallinien gegen ihren Mittelpunct zu gehen, und man würde die Schwere mit Recht eine Kraft, welche die Körper gegen den Mittelpunct der Erde zutreibt, nennen können. Allein da nach den neuſten und genauſten Unterſuchungen der größten Mathematiker, die Erde keine vollkommne Kugel iſt, obgleich ihre Figur nicht viel von der wahren Kugelgeſtalt abweicht; ſo iſt offenbar, daß die letzte Erklärung der Schwere, deren ſich meiſtentheils die ältern Naturforſcher zu bedienen pflegen, nicht nach der größten Schärfe richtig iſt.

§. 25.

Wenn man gleichgroße Körper von verſchiedner Dichtigkeit in freyer Luft von gleichen Höhen herabfallen läßt; ſo findet man, daß ſie ſich nicht mit einerley Geſchwindigkeit bewegen. Der dichteſte fällt allemal in freyer Luft am geſchwindeſten. Im luftleeren Raume hingegen fallen alle Körper, wenn der Unterſchied ihrer Dichtigkeit auch noch ſo groß iſt, z. B.

eine Flaumfeder und ein Ducaten, mit einerley Geſchwindigkeit herab. Hieraus iſt alſo klar, daß der Unterſchied in der Geſchwindigkeit der in freyer Luft herabfallenden Körper von verſchiedner Dichtigkeit, nicht von der innern Beſchaffenheit der Körper, ſondern blos von dem Widerſtande der Luft herrührt. Eine Kugel von Kork z. B. iſt acht und vierzig mal größer, als eine eben ſo ſchwere bleyerne Kugel. Die erſte kann daher in freyer Luft unmöglich eben ſo geſchwind, als die letzte Kugel, herabfallen, weil ſie wegen ihrer größern Ausdehnung viel mehr Luft, als die bleyerne, aus ihrer Stelle vertreiben, und daher auch einen größern Widerſtand der Luft, wodurch ihre Geſchwindigkeit vermindert wird, ausſtehen muß.

§. 26.

Die Bewegung eines fallenden Körpers aber iſt keine gleichförmige, ſondern eine beſchleunigte Bewegung; welches daher kömmt, weil die Kraft der Schwere in jedem Augenblicke auf ihn wirkt, und ihm beſtändig durch einen neuen Stoß einen neuen Grad von Geſchwindigkeit ertheilt, der zu der vorigen fortdauernden Geſchwindigkeit hinzukömmt. Die von einigen Naturforſchern mit vieler Genauigkeit angeſtellten Verſuche haben gelehrt, daß ein fallender Körper, wenn er nicht allzu weit von der Oberfläche der Erde entfernt iſt, in einem Raume, wo ſeiner Bewegung kein merklicher Widerſtand geſchieht, ſich in der erſten Secunde durch 15 Pariſer Schuh, 1 Zoll und 2 Linien, in der andern Secunde aber durch einen dreymal größern, in der dritten durch einen fünfmal und in der vierten Secunde durch einen ſiebenmal größern Raum u. ſ. f. bewegt, ſo daß,

wenn man den Raum, welchen ein fallender Körper in der erſten Secunde durchläuft, zur Einheit annimmt, die in natürlicher Ordnung auf einander folgenden ungeraden Zahlen die zurückgelegten Räume in den übrigen Secunden anzeigen. Man darf ſich alſo nicht darüber wundern, daß ein kleiner Stein, wenn er von einer anſehnlichen Höhe herab fällt, im Stande iſt, einen Menſchen oder ein Thier tödtlich zu verwunden; weil durch ſeine beſtändig wachſende Geſchwindigkeit auch nothwendig die Quantität ſeiner Bewegung oder die Größe ſeiner Gewalt vermehrt werden muß.

§. 27.

Die Schwere der Körper iſt nicht nur in ſolchen Gegenden verſchieden, die einen ungleichen Abſtand von dem Mittelpuncte der Erde haben, ſondern auch in ſolchen, die zwar von dem Mittelpuncte gleich weit entfernt ſind, aber nicht von den Polen oder dem Aequator gleich weit abſtehen. Auf dem Gipfel eines hohen Berges iſt die Schwere eines Körpers geringer, als am Fuß des Berges; welches daher kömmt, weil die anziehende Kraft der Erde deſto weniger beträgt, je weiter die Körper von der Erde entfernt ſind (§. 21.). Je näher man den Polen kömmt, deſto mehr nimmt die Schwere der Körper zu; jemehr man ſich aber dem Aequator nähert, deſtomehr nimmt dieſelbe ab*). Der Grund von dieſer letztern Verſchiedenheit der Schwere iſt in der Bewegung der Erde um ihre Axe zu ſuchen. Je näher ein Körper den Polen liegt, deſto kleiner iſt der Kreis, den er beym Um-

*) Am Aequator bewegt ſich das Pendel langſamer als in Gegenden die vom Aequator weiter entfernt ſind.

wälzen der Erde durchläuft, und je näher er dem Aequator kömmt, deſto größer muß derſelbe werden; wovon ſich ein jeder leicht dadurch überzeugen kann, wenn er eine kleine Kugel zwiſchen die Finger nimmt, und ſie einmal um ihre Axe drehet. Weil nun alſo die nahe bey den Polen befindlichen Körper ſich mit einer geringern Geſchwindigkeit bewegen, als diejenigen, welche dem Aequator näher liegen; ſo können auch die erſtern kein ſo großes Beſtreben haben, ſich von der Erde zu entfernen, und alſo keinen ſo großen Verluſt an ihrer Schwere leiden, als die übrigen, deren Abſtand von dem Aequator geringer iſt.

Zweytes Kapitel.

Von dem Unterſchiede der Körper.

§. 28.

Die natürlichen Körper ſind nicht nur in Anſehung der Beſchaffenheit ihrer Beſtandtheile, von denen uns aber noch eine genaue Kenntniß fehlet, ſondern auch in Anſehung der Menge und Lage der Theile, wie auch in Anſehung ihres Zuſammenhanges von einander ſehr unterſchieden, daher man ſie in Anſehung dieſer Unterſchiede, ſo weit uns dieſelben bekannt ſind, auf verſchiedene Art einzutheilen und zu benennen pflegt.

§. 29.

Einige Körper beſtehen beynahe aus lauter gleichartigen Theilen, andre hingegen ſind aus Theilen verſchiedner Art zuſammengeſetzt. Die erſten pflegt

man elementariſche oder einfache, die übrigen aber vermiſchte Körper zu nennen. So nennt man z. B. das reine deſtillirte Waſſer einen elementariſchen Körper, weil alle Waſſertheilchen von einerley Art ſind; das Waſſer aus einem Geſundbrunnen aber rechnet man unter die vermiſchten Körper, weil man darin außer den Waſſertheilchen, auch ſalzige, vitrioliſche, eiſenhaltige und andre Theilchen antrift.

§. 30.

Wenn man gleichgroße Stücke verſchiedner Körper mit einander vergleicht, ſo bemerkt man, daß ſie nicht allezeit aus gleich vielen materiellen Theilen beſtehen; in Anſehung dieſes Umſtandes theilt man daher die Körper in dichte und lockre Körper ein. Die dichten Körper enthalten mehr Maſſe oder Materie als die lockeren in eben demſelben Raume, und haben daher weniger, oder kleinere leere Zwiſchenräume. Vollkommen dichte Körper findet man nicht. Unter den bekannten ſind das Gold und die Platina die dichteſten. Weil nun die dichten Körper mehr Maſſe enthalten, als die lockern, ſo ſind jene auch ſchwerer als dieſe. Man pflegt daher die dichten Körper, in Anſehung dieſes Umſtandes, auch Körper von ſchwererer Art, und die lockern, Körper von leichterer Art zu nennen. Man muß alſo allemal gleichgroße Stücke mit einander vergleichen, wenn man die Dichtigkeit und die ſogenannte ſpecifiſche oder eigenthümliche Schwere der Körper beſtimmen will.

§. 31.

In Anſehung des Zuſammenhanges der Theile,

aus welchen die Körper beſtehen, theilt man dieſelben in flüſſige und feſte ein. Flüſſig wird ein Körper genannt, wenn der Zuſammenhang ſeiner Theile ſo gering iſt, daß man dieſelben durch die kleinſte Bewegung von einander trennen kann, und wenn ſeine kleinſten, noch ſinnlichen Theilchen einen eben ſo geringen Zuſammenhang haben, als man bey den größern Theilen wahrnimmt. Feſte hingegen heiſſen diejenigen Körper, deren Theile ſtärker zuſammenhängen, und deren kleinere Theilchen ſich nicht ſo leicht, als die größern, aufs neue zertheilen laſſen. Die flüſſigen Körper haben dieſes beſondre, daß ſie nicht nur, wie die feſten Körper, unterwärts, ſondern auch überdieß ſeitwärts und nach allen Gegenden zu drücken, und daß ſich ihr Druck nicht nach der Menge ihrer Theile, ſondern nach ihrer Höhe, und nach der Größe der Grundfläche richtet, welche ihrem Druck widerſtehet. Denn wenn zwey Röhren, wie z. B. AC und BD (Tab. 1. Fig. 3. 4. 5. 6.) dergeſtalt mit einander verbunden ſind, daß eine flüſſige Materie aus der einen in die andre kommen kann, und man gießt in die eine Waſſer, oder eine andre flüſſige Materie, ſo ſteigt dieſelbe in beyden Röhren gleich hoch, ſie mögen von einerley oder von verſchiedner Weite und einander parallel oder nicht parallel ſeyn, wofern nur der Durchmeſſer der kleinen Röhre etwas über $\frac{1}{8}$ Zoll beträgt, weil die anziehende Kraft der Wände ſolcher Röhren, deren Durchmeſſer geringer iſt, als $\frac{1}{8}$ Zoll, die leichte Waſſerſäule etwas höher hebt.

§. 32.

Die feſten Körper pflegt man aufs neue in har=

und weiche einzutheilen, weil die Kraft, womit die feſten Körper zuſammenhängen, ſehr verſchieden iſt; doch werden durch die Wörter hart und weich gemeiniglich nur relativiſche Begriffe bezeichnet, die alſo bloß von unſrer Vergleichung abhängen. Nämlich harte Körper heißen diejenigen, welche einen größern Grad von Feſtigkeit haben, als andre, mit denen man ſie vergleicht, und die man in Anſehung jener weiche Körper nennt. Vollkommen harte Körper, d. i. ſolche, deren Theile ſich durch keine endliche Kraft von einander trennen laſſen, findet man eben ſo wenig, als vollkommen dichte Körper. Denn ſelbſt der Diamant, welcher unter allen bekannten Körpern der härteſte iſt, hat keinen ſo großen Grad von Feſtigkeit, daß man ſeine Theile nicht von einander trennen und ihn zerſtöhren könnte, welches ſich nicht nur durch Schleifen, ſondern auch durch eine heftige Hitze bewerkſtelligen läßt.

§. 33.

Bey einigen feſten Körpern iſt der Zuſammenhang der Theile ſo beſchaffen, daß man dieſelben in eine andre Lage bringen, und die Figur der Körper durch einen äußern Druck verändern kann, ohne daß der Zuſammenhang der Theile aufhöret; bey andern hingegen iſt keine Veränderung der Figur durch einen äußern Druck möglich, wenn man ſie nicht zerbrechen will. Körper von der erſten Art, z. B. Gold, Bley, Zinn, Baumblätter, Haare und Papier, pflegt man biegſam, und Körper von der andern Art, dergleichen die Steine und Salze ſind, ſpröde zu nennen.

§. 34.

Unter den biegſamen Körpern gibt es einige, wel-

che die Kraft haben, ihre vorige Figur, die durch einen äußern Druck verändert worden iſt, von ſelbſt wieder anzunehmen, ſobald dieſer Druck aufhöret. Dieſe Eigenſchaft, welche man aber nicht blos bey vielen feſten Körpern, z. B. bey dem Stahl, bey dem Elfenbein, bey dem Fiſchbein und bey den Federn der Thiere, ſondern auch bey einigen flüſſigen Körpern, vorzüglich bey der Luft, in ſehr merklichem Grade antrift, wird die Elaſticität, Schnellkraft oder Federkraft und daher jeder damit begabte Körper elaſtiſch oder federhart genannt.

§. 35.

Endlich pflegt man noch die Körper in Anſehung der Lage ihrer Theile in durchſichtige und undurchſichtige einzutheilen. In den durchſichtigen Körpern, dergleichen z. B. das Glas iſt, liegen die Theile ſo neben und übereinander, daß die Wirkung der Lichtſtrahlen ungehindert durchgehen kann; in den undurchſichtigen aber, wozu das Holz, die Metalle, die Erde und viele andre Körper gehören, wird der Durchgang dieſer Wirkung der Lichtſtrahlen durch die Lage der Theile verhindert.

Von einigen andern wichtigen Unterſchieden der Körper werde ich in der Folge zu handeln Gelegenheit haben.

Drittes Kapitel.

Von den elementariſchen Körpern überhaupt und insbeſondre von der reinen Erde.

§. 36.

Da ich nunmehr die merkwürdigſten allgemeinen Eigenſchaften der Körper nebſt ihrem Unterſchiede meinen jungen Leſern bekannt gemacht habe; ſo will ich vor allen Dingen die beſondern Eigenſchaften der elementariſchen Materien kürzlich durchgehen und hierauf mit der Betrachtung des ganzen Weltgebäudes und insbeſondre unſrer Erde den Schluß machen: denn die vermiſchten Körper, die auf unſrer Erde angetroffen werden, ſind, wie bereits oben in der Einleitung (§. 1.) bemerkt worden iſt, ein Gegenſtand der Naturgeſchichte, von welcher in der folgenden Abtheilung beſonders gehandelt werden ſoll.

§. 37.

Man hat zwar lange Zeit, nach dem Beyſpiele einiger alten berühmten Philoſophen, unter welchen vorzüglich Ariſtoteles zu bemerken iſt, die Meinung behauptet, daß es nicht mehr und nicht weniger, als vier elementariſche Materien gebe, nämlich Erde, Feuer, Luft und Waſſer; allein dieſe Meinung iſt noch niemals durch hinlängliche Gründe unterſtützt worden, und daher darf man ſich nicht wundern, daß es ſowohl unter den ältern als auch unter den neuern Naturforſchern immer einige gegeben hat, welche die

Zahl der Elemente ganz anders beſtimmt haben. Von einigen alten Philoſophen und Naturforſchern wurde nur ein einziges Element angenommen. Thales Mileſius leitete den Urſprung aller Dinge aus dem Waſſer her, und Heraclitus ſoll das Feuer für das einzige Element gehalten haben. Viele Chemiſten nehmen drey elementariſche Materien an, nämlich Salz, Schwefel und Mercurius, wozu andre noch das Waſſer und die Erde ſetzen. Einige berühmte Männer unter den neuern Naturforſchern behaupten, daß es nur zwey verſchiedne Elemente gebe, nämlich Feuer und Erde. Das Waſſer hielten ſie für eine, durch das Feuer geſchmolzene, und mit demſelben genau vereinigte Erde, und die Luft für ein, im hohen Grade vom Feuer aufgelöſetes und mit demſelben genau vereinigtes Waſſer. Noch neuere Chemiſten nehmen auf 40 elementariſche Stoffe an. Ich will mich aber bey der Unterſuchung dieſer verſchiedenen Meinungen nicht aufhalten, da es faſt unmöglich ſcheint, die Anzahl der elementariſchen Materien genau zu beſtimmen; weil wir die Elemente nicht nur nirgends in ihrer vollkommenen Reinigkeit antreffen, ſondern ſie auch nicht einmal durch die Kunſt von aller fremden Miſchung vollkommen reinigen können. Indem ich alſo von der Erde, von dem Lichte, dem Feuer, der Luft, dem Waſſer, der magnetiſchen und electriſchen Materie in beſondern Kapiteln handle, ſo will ich dadurch gar nicht zu verſtehen geben, daß ich alle dieſe Dinge für beſondre Elemente halte. Doch bin ich auch noch nicht von der Meinung derer überzeugt, welche nicht nur das Licht und das Feuer, ſondern auch die Electricität und den Magnetismus für Wirkungen einer einzigen flüſſigen Materie ausgeben,

die von den neuern Schriftſtellern gemeiniglich unter dem Namen Aether oder Himmelsluft angeführt wird.

§. 38.

Ich mache alſo den Anfang mit derjenigen elementariſchen Materie, welche den Namen Erde führt und die Grundlage zu allen feſten Körpern abgibt. Dieſe reine Erde, welche von einigen auch Jungfererde genannt wird, findet man nicht unmittelbar durch Graben: denn alle ausgegrabene Erde iſt mit ſehr vielen fremden und ungleichartigen Materien, vornämlich mit den Theilen verfaulter Pflanzen und Thiere häufig vermiſcht; ſondern man erhält ſie blos durch chemiſche Auflöſung thieriſcher und vegetabiliſcher Körper, weil man nur durch das Feuer im Stande iſt, dieſelbe von den beygemiſchten Materien größtentheils zu reinigen*). Aus dem Waſſer, und zwar aus dem reinſten Waſſer, kann man ebenfalls, theils durch die Fäulniß, theils auch durch die Deſtillation und durch das Reiben in einem Mörſel Erde erhalten, die aber nach allen wiederholten Reinigungen immer noch mit einigen fremden Theilen vermiſcht zu ſeyn ſcheint, ſo daß wir dieſes feſte Element, eben ſo wenig, als die flüſſigen, in ſeiner vollkommenen Reinigkeit erblicken können.

§. 39.

Die vornehmſten Eigenſchaften einer ſolchen, durch die Kunſt der Chemiſten von fremden Materien ſo viel als möglich gereinigten Erde ſind folgende. Sie iſt

*) Die reine Thonerde bey Halle macht davon eine Ausnahme.

weiß, und undurchſichtig; ſie hat weder Geſchmack, noch Geruch, läßt ſich leicht zerreiben und vom Waſſer durchdringen, aber weder von dem Waſſer, noch von dem Feuer, noch von einem andern flüſſigen Körper weiter auflöſen. Sie beſteht aus ſo biegſamen Theilen, daß man aus ihr, vermittelſt des Waſſers, einen Teig machen, und ihr alle beliebige Geſtalten geben kann. Im ſtärkſten Feuer glühet ſie nur, ohne zu ſchmelzen; daher man ſich derſelben zur Verfertigung chemiſcher Gefäße bedient, die ein heftiges Feuer vertragen müſſen. Unter allen bekannten Materien ſcheint die reine Erde die geringſte Elaſticität zu haben; daher die daraus verfertigten Gefäße keinen Klang geben. Von den gemeinen Erdarten, die man unmittelbar durch Graben findet, kömmt ihr keine ſo nahe, als der reine Sand oder die ſogenannte Kieſelerde, welche weder vom Feuer, noch vom Waſſer, noch von einer andern flüſſigen Materie ſo merklich verändert wird, als die übrigen bekannten Erdarten.

Viertes Kapitel.

Von dem Lichte.

§. 40.

Das Licht iſt diejenige flüſſige Materie, welche die Körper ſichtbar machet; denn daß es nicht eine bloße Eigenſchaft oder etwas immaterielles, ſondern etwas körperliches ſey, erhellt daraus, weil man es auffangen, und ſeine Bewegung verhindern kann. Worin aber eigentlich das Weſen deſſelben beſtehe, iſt eine ſehr ſchwere Frage, die von den Naturfor-

ſchern noch nicht ſo beantwortet worden iſt, daß man ſich dabey völlig beruhigen könnte. Alles, was wir von dem Weſen des Lichtes wiſſen, iſt dieſes, daß es eine flüſſige, elaſtiſche, und überaus ſubtile Materie ſey, deren Theile ſich in einer ſchnellen Bewegung befinden, wenn uns die Gegenſtände dadurch ſichtbar gemacht werden. Daß die Sonne und andere leuchtende Körper das Licht verurſachen, iſt zwar eine Sache, woran niemand zweifeln kann; allein die Art und Weiſe, wie es durch dieſe Körper verurſacht wird, iſt nicht ſo leicht zu erklären. Einige halten das Licht mit dem großen Newton für einen Ausfluß aus der Sonne und andern leuchtenden Körpern; andre hingegen ſind mit dem berühmten Euler der Meinung, daß die Materie des Lichts, oder der ſogenannte Aether in der ganzen Welt ausgebreitet ſey, und daß die Sonne und andere leuchtende Körper das Licht blos dadurch verurſachen, indem ſie durch die Bewegung ihrer Oberfläche dieſen Aether in Bewegung ſetzen; welche Meinung auch einen ſehr großen Grad von Wahrſcheinlichkeit hat.

§. 41.

Die Fortpflanzung des Lichts geſchiehet allemal in geraden Linien, wenn ſich die Lichtſtrahlen durch einen Raum bewegen, der mit Materien von einerley Dichtigkeit angefüllt iſt, wie man am deutlichſten ſehen kann, wenn man einen ſolchen Strahl durch eine enge Oeffnung in ein verfinſtertes Zimmer fallen läßt. Es breitet ſich auch nach allen Gegenden gleich ſtark aus, wird aber in der Nähe ſtärker empfunden als in der Ferne; weil die Strahlen nach divergenten Linien fortgehen, und daher deſto weniger Strahlen auf eine

Fläche fallen, je weiter dieſelbe von dem leuchtenden Körper entfernt iſt. Kömmt ein Lichtſtrahl hingegen aus einer dichtern Materie in eine dünnere, oder aus einer dünnern in eine dichtere, unter einem ſchiefen Winkel, ſo weicht er von ſeinem vorigen Wege ab, und zwar ſo, daß er ſich in dem erſten Falle von der ſenkrechten Linie, die man aus dem Puncte ziehen kann, wo der Lichtſtrahl einfällt, entfernet, in dem andern Falle aber dieſer ſenkrechten Linie nähert; welches man die Refraction oder die Strahlenbrechung zu nennen pflegt. Es ſtelle z. B. ABDC (Tab. 2. Fig. 1.) ein Stück Glas und EF einen Lichtſtrahl in freyer Luft vor; ſo wird dieſer Strahl, ſo bald er in F das Glas berührt, von ſeinem vorigen Wege abweichen, und im Glaſe nach der Richtung FG fortgehen. In G aber, wo er aus dem Glaſe kömmt, ändert er wieder ſeine Richtung und nimmt den Weg GH. Dieſe Brechung der Lichtſtrahlen findet hingegen nicht Statt, wenn ſie mit der Oberfläche des Glaſes einen rechten Winkel machen. Läßt man einen Lichtſtrahl auf eine polirte undurchſichtige Fläche, z. B. auf die Fläche eines Spiegels unter einem ſchiefen Winkel fallen*), ſo prallt der Strahl auf der andern Seite wieder zurück, und zwar ſo, daß der einfallende und zurückprallende Strahl mit der Fläche des Spiegels einerley Winkel macht. Dieſes Zurückprallen heißt die Reflexion des Lichts. Man bemerkt auch, daß ein Lichtſtrahl ſeine Rich-

*) Dieſes Zurückprallen findet zwar auch bey ſenkrechten Strahlen Statt, kann aber alsdenn nicht bemerkt werden, weil der Strahl nach eben der Richtung wieder zurückkehrt.

tung verändert, wenn er nahe an der Fläche eines Körpers, ohne ſie zu berühren, vorbeyſtreichet, welches man die Inflexion oder Beugung des Lichts zu nennen pflegt.

§. 42.

Wäre das Licht wirklich ein Ausfluß aus den leuchtenden Körpern, ſo wäre die Feinheit der Strahlen und Lichttheilchen etwas erſtaunenswürdiges, wovon man ſich durch folgende Erfahrungen und Rechnungen leicht überzeugen kann. Ein brennendes gemeines Wachslicht, das auf einem Thurme oder auf einer andern Höhe ſtehet, kann rund herum wenigſtens eine halbe Meile weit geſehen werden. Es muß alſo in der Oberfläche einer Kugel, deren Halbmeſſer eine halbe Meile beträgt, nicht ein einziger Punct ſeyn, auf welchen nicht ein Strahl von dem Lichte fallen ſollte. Nun darf man nur die Oberfläche dieſer Kugel berechnen, um die Menge der Strahlen, welche aus der Flamme eines einzigen Lichts ausgehen, einigermaßen beurtheilen zu können. Ich will annehmen, daß auf einen Quadratſcrupel, ungeachtet auf denſelben ſchon viele Strahlen fallen müſſen, nur ein einziger Lichtſtrahl komme, und daher den Inhalt der Oberfläche einer Kugel, deren Durchmeſſer eine Meile, d. i. ungefehr 2000 Ruthen oder 20000 geometriſche Schuh beträgt, in Quadratſcrupeln beſtimmen. Weil nun die Peripherie einer Kugel $3\frac{14}{100}$ mal größer iſt, als der Durchmeſſer (§. 138. Geom.) ſo würde die Peripherie einer Kugel von 20000 Schuh im Durchmeſſer, 62800 Schuh, und daher ihre Oberfläche 62800 multiplicirt durch 20000 d. i.

1256000000 Quadratſchuh (§. 216. Geom.)
oder 125600000000 Quadratzoll (§. 128. Geom.)
oder 12560000000000 Quadratlinien
oder 1256000000000000 Quadratſcrupel

enthalten. Es kommen alſo aus der Flamme eines Lichts, deſſen Peripherie kaum 2 Zoll beträgt, wenigſtens 1256 Billionen Strahlen, wovon jeder eine halbe Meile oder 10000 Schuh d. i. 10000000 Scrupel lang iſt, und alſo aus mehr als 10 Millionen ſichtbaren und noch ſehr zuſammengeſetzten Theilen beſtehen muß; woraus ſich alſo die Feinheit der Lichtſtrahlen und der Lichttheilchen überhaupt einigermaßen beurtheilen läßt.

Man mache mit einer Nadel ein kleines Loch in ein Papier von der Größe, daß 20 Menſchenhaare darin Raum haben, ſo kann man dadurch, wenn man ſich auf den Rücken legt, den halben Himmel überſehen. Man hat durch eine Rechnung, deren Erklärung hier zu weitläuftig ſeyn würde, gefunden, daß an dem halben Himmel 1000 Billionen Fixſterne neben einander ſtehen könnten, ohne daß einer den andern bedeckte. Es müßte alſo von jedem Fixſterne wenigſtens ein Strahl, und folglich von dem ganzen halben Himmel wenigſtens 1000 Billionen Strahlen durch dieſe kleine Oefnung, welche 20 Haare faſſen kann, in das Auge kommen. Hieraus iſt alſo klar, daß ein Lichtſtrahl, der unſer Auge zu rühren im Stande iſt, und der immer noch aus einer großen Menge einfacherer Strahlen beſteht, wenigſtens funfzig Billionenmal feiner ſeyn muß, als ein Menſchenhaar.

§. 43.

Die Geſchwindigkeit des Lichts iſt eben ſo merkwürdig, als ſeine Feinheit. Nach den Rechnungen der neuern Aſtronomen vollendet das Licht ſeine Wirkung von der Sonne bis auf unſre Erde binnen einer Zeit von 8 Minuten. Sollte alſo das Licht, nach der Meinung des berühmten Newtons und vieler anderer Naturforſcher in einem Ausfluß aus den leuchtenden Körpern beſtehen, ſo müßten ſich die Lichttheilchen in 8 Minuten durch einen Raum von zwanzig Millionen deutſche Meilen bewegen, (denn ſo viel beträgt ungefähr die Entfernung der Sonne von der Erde,) und folglich in einer Minute einen Weg von 2500000 und in einer Secunde über 41666 Meilen durchlaufen. Eine Kanonkugel durchläuft bey der allerſtärkſten Ladung aufs höchſte $\frac{1}{12}$ Meile in einer Secunde. Sie würde alſo in einer Minute, wenn es möglich wäre, daß ſie ihre Bewegung ſo lange mit einerley Geſchwindigkeit fortſetzen könnte, nicht mehr als fünf Meilen zurücklegen können. Es verhält ſich daher die größte Geſchwindigkeit einer Kanonkugel zu der Geſchwindigkeit des Lichts, wie

5 zu 2500000 (§. 14.)

oder wie 1 zu 500000 (§. 103. Ar.)

Die Geſchwindigkeit des Lichts iſt alſo noch 500000 mal größer, als die größte Geſchwindigkeit einer Kanonkugel.

§. 44.

Alle dieſe Eigenſchaften des Lichts, vorzüglich die Reflexion und Refraction, verſchaffen dem menſchlichen Leben ſehr anſehnliche Vortheile, wovon ich jetzt nur einige anführen will, indem in der Folge noch

andere Beyſpiele vorkommen werden. Die Reflexion macht die verſchiednen Arten der Spiegel, ſowohl der ebenen, als auch der gekrümmten möglich. Durch Hülfe der ebenen Spiegel ſieht man zwar die Gegenſtände an einem andern Orte, aber doch von eben der Größe und Geſtalt, als ſie uns ohne Spiegel erſcheinen. Denn weil die zurückprallenden Strahlen einen eben ſo großen Winkel machen, als die einfallenden; ſo folgt hieraus, daß parallel einfallende Strahlen, welche von einer ebenen Fläche zurückgeworfen werden, auch im Zurückprallen unter ſich parallel bleiben müſſen. Aus dieſer Urſache iſt auch ein ebener Spiegel nicht geſchickt zum Brennen, weil er auf einen Körper nicht mehr Sonnenſtrahlen werfen kann, als auf denſelben fallen würden, wenn ihn die Sonne unmittelbar beſchiene. Doch kann man durch Verbindung vieler ebenen Spiegel eine große Hitze hervorbringen, wenn ſie dergeſtalt gerichtet werden, daß ſie alle die auf ſie fallende Strahlen gegen einen einzigen Punct werfen. So hat z. B. der berühmte Graf von Büffon durch eine Menge kleiner ebener Spiegel in einer Entfernung von 200 Schritten Holz angezündet, und in einer Entfernung von 150 Fuß Zinn geſchmolzen. Wenn der Spiegel eine hohle, kugelförmige Oberfläche hat, ſo werden die parallel auffallenden Strahlen dergeſtalt zurückgeworfen, daß ſie ſich in einem Puncte vor dem Spiegel vereinigen. Man pflegt daher die Hohlſpiegel, welche die Gegenſtände nicht in ihrer natürlichen Größe zeigen, auch Brennſpiegel zu nennen, weil man ſich derſelben zum Brennen bedienen, und dadurch eine auſſerordentliche Hitze erregen kann, wenn ſie groß genug ſind, um ſehr viele Sonnenſtrahlen aufzufan=

gen und durch die Reflexion in einen einzigen Punct zu vereinigen. Mit Brennſpiegeln, die drey Ellen im Durchmeſſer oder in der Breite halten, laſſen ſich nicht nur die ſtrengflüſſigſten Metalle in einem Augenblicke ſchmelzen und Steine in Glas verwandeln, ſondern auch der Diamant ſelbſt gänzlich zerſtören.

§. 45.

Die Refraction der Strahlen iſt der Grund von den verſchiednen Vergrößerungsgläſern, Ferngläſern, Brenngläſern und andern ähnlichen Werkzeugen. Denn wenn man ein Stück Glas dergeſtalt ſchleift, daß es entweder auf beyden, oder wenigſtens auf einer Seite eine erhabne ſphäriſche Oberfläche bekömmt, ſo kann man ſich deſſelben zum Vergrößern und Brennen bedienen, weil die durchgehenden Strahlen vermittelſt ſolcher Gläſer nach der Brechung näher zuſammen kommen. Es ſey z. B. AB (Tab. II. Fig. 2.) ein ſolches Glas, welches eine erhabne Oberfläche hat, und Cc ein zu betrachtender Gegenſtand. Weil nun die Strahlen CD und cd nach der Brechung in dem Puncte F zuſammen kommen; ſo muß ein in F befindliches Auge den Punct C in der Linie FE und den Punct c nach der Richtung Fe erblicken. Der Gegenſtand Cc wird ſich daher dem Auge durch das Glas eben ſo groß zeigen, als ihm d.. Gegenſtand Ee ohne Glas erſcheinen würde. Hält man ein ſolches, auf einer oder auf beyden Seiten kugelförmig geſchliffenes erhabenes Glas gegen die Sonne, ſo vereinigen ſich alle Strahlen, welche auf die Oberfläche deſſelben fallen, nach ihrem Durchgange durch das Glas in dem Puncte F, den man den Brennpunct zu nennen pflegt, und verurſachen daher eine deſto größere Hitze, je größer die Oberfläche

des Glaſes iſt, und je mehr alſo die Anzahl der Sonnenſtrahlen beträgt, die auf das Glas fallen. Ganz anders verhält ſich die Sache bey den hohl geſchliffenen Gläſern, welche die auffallenden Strahlen zerſtreuen; daher ſie zum Brennen ungeſchickt ſind und die Gegenſtände kleiner vorſtellen, als ſie ohne Glas dem Auge erſcheinen. Denn es ſey AB (Tab. II. Fig. 3.) ein Hohlglas und Cc der zu betrachtende Gegenſtand; ſo wird nur der mittelſte Strahl, welcher ſenkrecht auf das Glas fällt, ungebrochen durchgehen, die übrigen aber, z. B. CD und cd werden durch die Brechung von dem mittelſten ſenkrechten Strahle etwas abgelenkt werden und ſich erſt in dem Puncte F vereinigen, da ſie ſonſt ohne das Glas viel eher und unter einem gröſſern Winkel zuſammen kommen würden. Das Auge, welches ſich in F befindet, ſieht alſo den Punct C nach der Linie EF und den Punct c nach der Linie ef, und folglich den Gegenſtand Cc nicht gröſſer, als es den kleinern Gegenſtand Ee ohne Hohlglas ſehen würde. Wäre in F ein leuchtender Körper, ſo würden die von der mittlern ſenkrechten Linie entfernten Strahlen nach ihrer Brechung in der Richtung DG und dc hinter dem Glaſe fortgehen, und ſich immer weiter von einander entfernen, wodurch die Wirkung derſelben nothwendig geſchwächt werden müſſte. Kurzſichtige bedienen ſich der Hohlgläſer, um entfernte Dinge deutlich zu ſehen. Weitſichtige hingegen brauchen Brenngläſer, um nahe Dinge deutlich zu ſehen.

Anmerk. Durch die verſchiedene Zuſammenſetzung der Hohl- und Brenngläſer entſtehen die Mikroſcope und Teleſcope (Fernröhre); iſt aber ein Hohlſpiegel in dem Fernrohre, ſo heiſſt es ein Spiegelteleſcop.

§. 46.

Aus dem Lichte entſtehen die Farben, wovon man ſich leicht überzeugen kann, wenn man einen Lichtſtrahl durch eine enge Oeffnung in ein verfinſtertes Zimmer fallen und durch ein dreyeckiges gläſernes Priſma gehen läßt. Fängt man den Strahl mit einem Papiere auf, ehe er durch das Priſma gehet, ſo bildet er einen weißen Cirkel; im Durchgange durch das Priſma aber wird er in ſieben merkliche Strahlen zertheilet, die nicht nur in Anſehung der Refraction, ſondern auch in Anſehung der Farbe von einander unterſchieden ſind, wie der berühmte Newton zuerſt bemerkt hat. Der unterſte von dieſen ſieben Strahlen, der am wenigſten gebrochen wird, iſt roth, der zweyte pomeranzengelb, der dritte ſchwefelgelb, der vierte grün, der fünfte himmelblau, der ſechste purpurfarbig, und der oberſte violet. Vereiniget man dieſe ſieben Strahlen wieder durch ein Brennglas, ſo verſchwinden alle dieſe bunten Farben, und man erblickt nichts, als einen weißen Cirkel im Brennpuncte. Wird aber ein einzelner farbiger Strahl mit einem andern gläſernen Priſma wiederum aufgefangen, ſo läßt ſich derſelbe nicht weiter verändern, ſondern behält auch nach der Brechung ſeine vorige Farbe.

§. 47.

Wenn man das verfinſterte Zimmer, in welchem man dieſen Verſuch machet, mit ein wenig Rauch erfüllet, ſo wird man bemerken, daß die Theilchen des Rauchs die Farben der gebrochnen Strahlen annehmen. Denn in einem rothen Strahle ſehen die Rauchtheilchen roth, in einem blauen blau, und in

einem grünen grün aus; welches auch mit den Stäubchen, die in der Stube herum fliegen, und mit andern Körpern geſchiehet. Ein Körper hat alſo eine gewiſſe bunte Farbe, wenn er eine gewiſſe Art gebrochner Strahlen zurückwirft. Hingegen ſieht er weiß aus, wenn er alle Arten von Licht, und ſchwarz, wenn er gar keine, oder ſehr wenig Lichtſtrahlen zurückwirft. Daher kömmt es auch, daß die weißen Kleider im Sommer viel kühler ſind, als die ſchwarzen; weil von jenen alle Arten von Strahlen zurück geworfen, von dieſen aber größtentheils verſchlungen werden.

Fünftes Kapitel.

Von dem Feuer.

§. 48.

Das Feuer iſt eine feine flüſſige Materie, welche in uns diejenige Empfindung erregt, die wir **Wärme** nennen. Dasjenige, was wir ſehen, wenn ein Körper brennet, nämlich die Flamme, iſt nicht das Feuer ſelbſt, ſondern beſtehet aus den Theilen des brennenden Körpers, welche durch das Feuer ſo fein aufgelöſet werden, daß ſie wegen ihrer Leichtigkeit ſich in der Geſtalt einer flüſſigen Materie in die Höhe bewegen.

§. 49.

Unter den neuern Gelehrten behaupten zwar einige, daß das Feuer nichts materielles, ſondern nur eine Eigenſchaft der Körper, nämlich eine ſchnelle

innere Bewegung und Auflöſung ihrer Theile ſey; weil man durch das Schlagen das Eiſen glühend machen, und überhaupt durch die bloße Bewegung Wärme und Feuer hervorbringen kann. Allein alle dieſe und andre Erfahrungen widerlegen eigentlich das Daſeyn der Feuermaterie nicht, ſondern ſie beweiſen nur ſoviel, daß dieſelbe nicht erſt beym Anzünden in die Körper gebracht, ſondern nur dadurch in die gehörige Bewegung und Wirkſamkeit geſetzt werde.

§. 50.

Weil brennende oder glühende Körper leuchten, und das Sonnenlicht Wärme und Feuer verurſacht, ſo wird die Materie des Lichts und des Feuers von vielen für einerley gehalten. Allein da die Erfahrung lehret, daß auch Licht ohne Wärme und Wärme ohne Licht ſeyn kann; denn faules Holz, einige Würmer und einige Steine leuchten, ohne die geringſte Wärme zu verurſachen, und ſiedendes Waſſer oder ſiedendes Oel enthält eine Menge Feuer, und gibt nicht den mindeſten Schein von ſich: ſo halten es andre Naturforſcher für wahrſcheinlicher, daß die Materie des Feuers von der Materie des Lichts unterſchieden ſey.

§. 51.

Die vornehmſten Eigenſchaften des Feuers ſind die Flüſſigkeit, die Feinheit ſeiner Theile, die Leichtigkeit und die Kraft, die Körper auszudehnen. Daß es eine flüſſige und ſehr feine Materie ſey, iſt daraus klar, weil es alle Körper, auch die allerdichteſten und härteſten, deren Zwiſchenräume nicht einmal durch die beſten Vergrößerungsgläſer entdeckt werden können, ganz durchdringet, welches unmöglich geſchehen

könnte, wenn die Theile deſſelben nicht ſehr fein wären, und einen geringen Zuſammenhang unter einander hätten. Die Leichtigkeit des Feuers erhellt daraus, weil das Gewicht einer Maſſe Eiſen von 8 und mehr Pfunden nicht im geringſten zunimmt, wenn es glühend gemacht wird. Es läßt ſich aber deswegen nicht behaupten, daß das Feuer ohne alle Schwere ſey; denn ſonſt würde es ſich längſt von unſrer Erde abgeſondert und entfernt haben.

§. 52.

Die vorzüglichſte Wirkung des Feuers iſt die Ausdehnung der Körper, wodurch auch die Empfindung der Wärme in uns verurſacht wird; denn dieſe entſteht durch nichts anders, als durch die Ausdehnung unſrer Nerven, wenn ſie von den Feuertheilen durchdrungen werden. Muſchenbroek hat dieſe Wirkung des Feuers ſorgfältig unterſucht und gefunden, daß alle Körper, mit welchen er Verſuche angeſtellt, von dem Feuer, ſo lange es ſich in ihnen befunden hat, in die Länge, Breite und Dicke ausgedehnt worden ſind. Er verfertigte ſich hierzu ein beſondres Inſtrument, welches jetzt unter dem Namen eines Pyrometers bekannt iſt, und durch welches ſich eine Ausdehnung, die nur $\frac{1}{12500}$ Theilchen eines rheinländiſchen Zolls beträgt, und die er einen Grad nennet, ſehr deutlich bemerken läßt. Durch einerley Feuer wurde das Kupfer 89 Grade, das Meſſing 100, das Bley 115, das Zinn 153, das Silber 780 Grade ausgedehnt. Es iſt auch dieſe Ausdehnung bey einem ſtärkern Feuer zwar größer, als bey einem geringern, aber ſonſt weder der Anzahl der Flammen, womit man die Metalle erhitzt, noch der beſondern Schwere, noch der Ausdehnung, noch dem Zuſammenhange dieſer Körper pro-

portional; ſondern ſie richtet ſich nach ganz andern Regeln, welche aber der Fleiß der Naturforſcher bis jetzt noch nicht hat entdecken können.

§. 53.

Bey den flüſſigen Körpern iſt die durch das Feuer verurſachte Ausdehnung noch leichter wahrzunehmen, als bey den feſten. Denn wenn man an ein Gefäß eine enge gläſerne Röhre befeſtiget, und nicht nur das Gefäß, ſondern auch den untern Theile der Röhre mit Waſſer anfüllt, und hierauf das Gefäß erwärmt, ſo ſteigt das in der Röhre befindliche Waſſer den Augenblick in die Höhe, welches nicht geſchehen könnte, wenn es nicht von der Wärme ausgedehnt würde. Dieſe Beobachtung hat Gelegenheit zu der Erfindung der Thermometer gegeben, welches, wie bekannt, Werkzeuge ſind, durch deren Hülfe man wiſſen kann, ob die Wärme und Kälte der Luft ſich verändert habe, oder nicht. Den Namen Thermometer, d. i. Wärmemeſſer, verdienen zwar dieſe, im Anfange des vorigen Jahrhunderts von einem holländiſchen Landmanne, Cornelius Drebbel, erfundnen Werkzeuge im eigentlichen Verſtande noch nicht, weil ſie nicht anzeigen, wie vielmal die Wärme größer oder kleiner geworden, ſondern nur, ob ſie größer oder kleiner geworden ſey; denn die Ausdehnung der Körper iſt dem Wachsthume der Wärme nicht proportional, wie ich ſchon im vorigen Paragraphen erinnert habe. Unterdeſſen ſind ſie doch ſowohl bey phyſikaliſchen Beobachtungen, als auch im gemeinen Leben von großem Nutzen.

§. 54.

Die erſten Thermometer waren ganz anders ein-

gerichtet, als die jetzigen, und hatten, wie faſt alle neue Erfindungen, mancherley Unvollkommenheiten, die man in den neuern Zeiten immer mehr und mehr zu vermindern geſucht hat. Das Drebbelſche Thermometer beſtund aus einer gläſernen Kugel mit einer engen Röhre, wovon der untere Theil mit einer gefärbten flüſſigen Materie auf dieſe Art gefüllt wurde, daß man die Kugel ein wenig erwärmte, wodurch etwas Luft herausgetrieben wurde, und hernach die Oefnung der Röhre, in ein mit flüſſiger Materie gefülltes Gefäß ſteckte, und etwas davon in die Röhre treten ließ. Der obere Theil der Röhre und die ganze Kugel blieb leer, oder vielmehr blos mit Luft angefüllt. Wenn nun die eingeſchloßne Luft durch die Wärme ausgedehnt wurde, ſo fiel die flüſſige Materie in der Röhre; wurde hingegen die Luft durch die Kälte zuſammen gezogen, ſo ſtieg die Flüſſigkeit, auf welche aber zugleich der Druck der äußern Luft wirkte; weswegen man von dieſem ſogenannten Luftthermometer ſich keine große Genauigkeit verſprechen kann. Die Florentiner Akademiſten füllten daher die Kugel nebſt einem Theile der Röhre mit gefärbtem Weingeiſte, und ſchmelzten, nachdem ſie die Luft durch Hülfe der Wärme ſo gut, als möglich, herausgetrieben hatten, die Röhre zu, um die Wirkung der äußern Luft dadurch abzuhalten. Nunmehr wurde das Thermometer an einen temperirten Ort, z. B in einen Keller getragen, und auf dem Bretchen, woran das Thermometer befeſtiget war, derjenige Punct, wo der Weingeiſt in der Röhre ſtehen blieb, mit o bezeichnet, alsdenn über dieſen und unter dieſen Punct ſo viel willkührlich angenommene gleiche Theile getragen, als die Länge der Röhre verſtattete, um durch die erſtern

die Grade der Wärme, durch die letztern aber die Grade der Kälte beſtimmen zu können. Allein obgleich dieſes Thermometer, das man immer noch bey den gemeinen Herumträgern findet, von der vorhin angeführten Unvollkommenheit des Drebbelſchen frey iſt, ſo hat es mit dieſem doch noch zwey Hauptfehler gemein. Denn erſtlich iſt der Punct, wo man die Grade der Wärme und Kalte zu zählen anfängt, kein recht beſtimmter Punct, weil der Grad der Wärme in einem Keller nicht zu allen Zeiten völlig einerley, und über dieſes auch in dem einen Keller nicht ſo groß, als in dem andern iſt. Zweytens haben die Grade ſelbſt keine beſtimmte Größe, weil man blos willkührlich angenommene Theile aufträgt, ohne ein Verhältniß dieſer Theile gegen das Ganze feſt zu ſetzen; daher verſchiedne Florentiniſche Thermometer, wenn ſie auch gleich an einem Orte neben einander hängen, doch nicht einerley Grade von Wärme oder Kälte zeigen. Aus dieſer Urſache haben die Naturforſcher und Künſtler in dieſem Jahrhunderte vorzüglich zwey unveränderliche Puncte zur Beſtimmung der Grade feſtzuſetzen geſucht. Man fand nämlich, daß die Hitze des ſiedenden Waſſers bey einerley Barometerſtande immer einerley iſt, und daß ein Thermometer, wenn man es in kaltes Waſſer, das zu frieren anfängt, oder in ein Gemiſch von Schnee und Salmiak ſetzt, immer bis zu einem gewiſſen Punct fällt; man nahm alſo dieſe Puncte zu Gränzpuncten an, und theilte den Raum zwiſchen dem erſten und einem der letzten beyden Puncte, um die Grade der Kälte und Wärme zu erhalten, in gleiche Theile. Weil ſich aber verſchiedne Gelehrte und Künſtler faſt zu einerley Zeit die Verbeſſerungen der Thermometer angelegen ſeyn ließen, und bey der Ab-

theilung der Grade das meiſte von unſrer Willkühr abhängt; ſo iſt es nicht zu verwundern, daß man eine ſo große Verſchiedenheit unter den neuern Thermometern antrifft, von denen ich jezt nur, um nicht zu weitläuftig zu werden, die drey gebräuchlichſten, nämlich das Reaumürſche, das Delisliſche und das Fahrenheitſche, welche dieſe Namen von ihren Erfindern erhalten haben, kürzlich beſchreiben will. Wer ausführlicher über dieſe Werkzeuge belehrt ſeyn will, wird ſeine Wißbegierde durch folgende zwey claſſiſche Schriften befriedigen können: J. A. de Luc Unterſuchung über die Atmosphäre und die zur Abmeſſung ihrer Veränderungen dienlichen Werkzeuge. Aus dem Franz. überſetzt. 2 Theile in 8. Leipzig 1776. G. E. Roſenthals Beyträge zu der Verfertigung der wiſſenſchaftlichen Kenntniß, und dem Gebrauche meteorologiſcher Werkzeuge. 2 Bände in 8. Gotha 1782. 1784.

§. 55.

Wenn man ein Thermometer nach Reaumürſcher Art verfertigen will, ſo füllt man erſtlich eine gläſerne, mit einer engen Röhre verſehene Kugel mit einem Gemiſch von Waſſer und Weingeiſt, welches die Hitze beſſer, als reiner Weingeiſt vertragen kann. Hierauf ſetzt man das Thermometer zuerſt in gefrierendes, und alsdenn, wenn es nach und nach erwärmt worden iſt, in ſiedendes Waſſer. Der Punct, wo die hineingegoſſene Materie im frierenden Waſſer ſtehet, welchen man den natürlichen Eispunct zu nennen pflegt, wird auf der Tafel, an welche man die Röhre befeſtiget, mit 0; der andere Punct, welcher die Hitze des ſiedenden Waſſers anzeigt, mit 80 bemerkt, und

hierauf der ganze Raum zwiſchen dieſen beyden Puncten in 80 gleiche Theile oder Grade getheilt, welche Theile auch unter den Eispunct getragen werden, ſo weit es die Länge der Röhre erlaubt. Die Urſache, warum der Erfinder dieſes Thermometers, nämlich der berühmte franzöſiſche Naturforſcher, Herr von Reaumür, den Raum zwiſchen den beyden Beſtimmungspuncten in 80 Grade eingetheilt hat, iſt dieſe, weil er durch genaue Verſuche fand, daß die Ausdehnung des mit Waſſer vermiſchten Weingeiſtes in der Hitze des ſiedenden Waſſers um $\frac{80}{1000}$ größer iſt, als in der natürlichen Kälte des Gefrierens. Man macht auch Queckſilberthermometer mit dieſer Eintheilung, und nennt ſie ebenfalls Reaumüriſche. Dieſe aber ſind mit dem jetzt beſchriebenen wahren Reaumüriſchen Thermometer nicht einerley; weil die Ausdehnung des Queckſilbers im ſiedenden Waſſer nicht um $\frac{80}{1000}$, ſondern nur ohngefehr um $\frac{15}{1000}$ größer iſt, als im gefrierenden Waſſer.

§. 56.

In dem Delisliſchen Thermometer, welches man mit Queckſilber füllt, iſt nicht nur die Eintheilung, ſondern auch die Ordnung im Zählen, von der vorigen ganz unterſchieden. Denn in dieſem wird nicht der Eispunct, ſondern der Punct des ſiedenden Waſſers mit 0 bemerkt, und der Raum zwiſchen beyden Puncten in 150 oder in 153 Grade getheilet, welche man bis an das unterſte Ende der Röhre in eben der Ordnung fortzählet; weil die Ausdehnung des Queckſilbers in ſiedendem Waſſer nach einigen angeſtellten Verſuchen, $\frac{150}{10000}$ oder nach andern Verſuchen, $\frac{153}{10000}$ mehr beträgt, als in der natürlichen Käl-

te des gefrierenden Waſſers oder des aufthauenden Eiſes.

§. 57.

Bey den Fahrenheitiſchen Thermometern wird o oder der Punct, von welchem man die Grade zu zählen anfängt, an denjenigen Ort geſetzt, wo das Queckſilber in einem Gemiſche von Schnee und Salmiak ſtehet, welches eine viel größere Kälte gibt, als die Kälte des frierenden Waſſers iſt. Der Raum zwiſchen dieſem Puncte, welchen man den künſtlichen Eispunct zu nennen pflegt, und dem Orte, wo das Queckſilber in ſiedendem Waſſer ſtehen bleibt, wird in 212 Grade getheilt, wodurch der Raum zwiſchen dem künſtlichen und natürlichen Eispuncte 32 ſolcher Theile erhält, die auch rückwärts unter den künſtlichen Eispunct bis an die Kugel getragen werden.

Wenn man alſo die Wärme oder Kälte nach dem Reaumürſchen oder Fahrenheitſchen Thermometer anzeiget, ſo muß man nicht nur die Zahl der Grade angeben, ſondern auch dieſen Umſtand bemerken, ob es ein Grad über oder unter o ſey; daher man auch bey meteorologiſchen Beobachtungen jene Grade mit + und dieſe mit — zu bezeichnen pflegt.

§. 58.

Weil nicht nur die flüſſigen, ſondern auch die feſten Körper durch die Wärme ausgedehnt, und durch die Kälte wieder zuſammengezogen werden; ſo haben die neuern Naturforſcher auch metallene Thermometer angegeben, die mit dem oben angeführten Pyrometer des berühmten Muſchenbroeck einige Aehnlichkeit haben, und aus einer, oder verſchiedenen metallenen Stangen beſtehen, die durch ihre Ausdehnung oder

Zuſammenziehung einen Zeiger umdrehen, deſſen Bewegung entweder durch einfache Hebel, oder durch Räderwerk noch empfindlicher gemacht wird. Durch Hülfe ſolcher Thermometer kann man noch größere Grade von Hitze und Kälte, als durch die gewöhnlichen Thermometer beſtimmen.

Anmerk. Nicht alle Körper nehmen den Wärmeſtoff mit gleicher Leichtigkeit auf; daher unterſcheidet man gute und ſchlechte Wärmeleiter. Gute Wärmeleiter ſind Metalle und Flüſſigkeiten, minder gut Steine, noch ſchlechter ſind Wolle, Stroh, Federn, Pelz und Holz; letztere heißt man deswegen auch warmhaltende Körper.

§. 59.

Wenn die Bewegung der Feuertheile, und folglich die Ausdehnung, welche dadurch in den Körpern verurſacht wird, ſehr zunimmt, ſo werden endlich die ausgedehnten Theile der Körper gar von einander abgeſondert. Feſte Körper verwandeln ſich daher entweder in flüſſige oder in feſte Körper von anderer Art, und flüſſige Körper löſen ſich in Dünſte auf, welche wegen ihrer Feinheit und Leichtigkeit in der Luft in die Höhe ſteigen. Ueberhaupt aber iſt kein Körper bekannt, welcher dem Feuer widerſtehen könnte. Selbſt der feſteſte unter den feſten Körpern, der Diamant, kann durch die Gewalt des Feuers zerſtört werden, wie man in den neuern Zeiten durch verſchiedene Verſuche bewieſen hat. Der Asbeſt, den man immer noch unverbrennlich nennet, iſt nur unverbrennlich im Küchenfeuer. Durch ein heftiges, anhaltendes Feuer und durch die Hitze concentrirter Sonnenſtrahlen kann man ihn in dem Brennpuncte eines großen Brennſpiegels binnen wenig Secunden in gelbliches Glas verwandeln.

§. 60.

Sobald die Feuertheilchen, welche die Theile eines Körpers ausgedehnt haben, wieder aus dem Körper herausgehen, ſo müſſen die Theile des Körpers wieder näher an einander kommen, weil ſie nun ſtärker von einander angezogen werden. Dieſes iſt die Urſache, warum die Kälte, welche durch nichts anders, als durch die Abnahme der Wärme entſteht, die Körper zuſammenziehet, und daher ihre Größe vermindert. Man braucht hierzu nicht, nach dem Beyſpiele einiger neuern Naturforſcher, eine beſondre kaltmachende Materie anzunehmen.

Sechstes Kapitel.

Von der Luft.

§. 61.

Die Luft, nach der gewöhnlichen Bedeutung dieſes Worts, iſt diejenige flüſſige Materie, die wir beſtändig einathmen, und die wir zwar nicht ſehen, aber doch fühlen können, ſo oft wir die Hand gegen das Geſicht bewegen; doch nehmen die neuern Naturforſcher ſeit einiger Zeit dieſen Ausdruck auch noch in einer weitern Bedeutung, und verſtehen dadurch jede unſichtbare Flüſſigkeit, welche ſich, wie die gemeine Luft, durch die Wärme beträchtlich ausdehnen, und durch die Kälte wiederum zuſammenziehen, aber in keinen feſten Körper verwandeln läßt, übrigens auch in gläſerne und andre Gefäße eingeſchloſſen werden kann, ohne eine Verminderung oder andre Veränderung zu leiden. Ich will zuerſt von der gemei-

nen oder ſogenannten atmoſphäriſchen Luft, welche von Menſchen und Thieren eingeathmet wird, das merkwürdigſte anführen, hernach auch die vornehmſten der übrigen luftartigen Flüſſigkeiten meinen jungen Leſern kürzlich bekannt machen. Diejenige Luft, welche uns umgibt, iſt niemals ganz rein, ſondern mit einer Menge wäßriger und andrer Dünſte erfüllet, von welchen verſchiedene Wirkungen entſtehen, die man im gemeinen Leben oft fälſchlich der Luft zuzuſchreiben pflegt. Es iſt ſogar lange nicht, daß man ihre wahre Beſchaffenheit etwas genauer hat unterſuchen können; denn erſt um die Mitte des 17ten Jahrhunderts iſt das vornehmſte, zu dieſer Unterſuchung nöthige Inſtrument, welches man eine Luftpumpe zu nennen pflegt, und durch deſſen Hülfe man die Luft den Körpern benehmen kann, von einem Magdeburgiſchen Bürgermeiſter, Otto von Guerike, (1650) erfunden worden.

§. 62.

Vor Erfindung der Luftpumpe und der Barometer hatte man keine genaue Kenntniß von dem Drucke und der Elaſticität der Luft, von welchen beyden Eigenſchaften die meiſten Wirkungen derſelben herrühren; daher es auch nicht zu verwundern iſt, daß man viele Erſcheinungen in der Natur, die nichts als Wirkungen der Luft ſind, nicht recht erklären konnte. Die Schwere der Luft läßt ſich, wie die Schwere andrer Körper, durch Abwägen beſtimmen. Denn eine hohle Kugel wird viel leichter, wenn man die Luft aus derſelben wegpumpet, und zwar beträgt die Schwere von einem Cubikſchuh Luft, wie man durch dergleichen Abwägen gefunden hat, ungefähr eine Unze, bisweilen auch etwas drüber. Die Schwere

der Luft iſt alſo faſt 1024 mal geringer, als die Schwere des gemeinen Waſſers, wovon 1 Cubikſchuh Rheinl. Maaß 64 Pfund d. i. 1024 Unzen wieget. Bisweilen aber findet man das Verhältniß der Schwere des Waſſers zu der Schwere der Luft nur wie 900 zu 1 oder wie 800 zu 1, worüber man ſich nicht wundern kann, wenn man erwägt, daß die Luft nicht immer einerley Dichtigkeit hat, und daß es keine leichte Sache iſt, ſie von den in ihr ſchwimmenden fremden Theilchen zu reinigen.

§. 63.

Wenn man unter die Glocke einer Luftpumpe eine zuſammengedrückte und feſt zugebundene Blaſe legt, und hierauf die Luft aus der Glocke herauspumpt, ſo ſchwillt die Blaſe ſtark auf; läßt man wieder Luft in die Glocke, ſo fällt auch die Blaſe wieder zuſammen. Dieſes Ausdehnen und Zuſammenziehen der Blaſe aber kann von keinem andern Körper, als von der Luft herrühren, die ſich zwiſchen den Falten der Blaſe befindet, weil ſonſt nichts darin iſt. Folglich iſt klar, daß die Luft elaſtiſch ſeyn, ja einen großen Grad von Elaſticität haben müſſe, welches auch daraus erhellt, weil ſich dieſelbe ſehr zuſammendrücken läßt, und wenn der Druck aufhöret, durch ihre eigene Kraft wieder ausbreitet, wie man bey den gemeinen Windbüchſen ſehen kann. Wenn man ein Trinkglas umgekehrt auf Waſſer ſetzt und hinunterdrückt, ſo wird die Luft im Glaſe zuſammengedrückt. Eine Anwendung davon iſt die Taucherglocke.

§. 64.

Aus der Schwere und Elaſticität der Luft entſtehet ihr Druck, welcher bald größer bald geringer iſt, nachdem die darin ſchwimmenden Dünſte und an-

dere Urſachen ihre Schwere oder Elaſticität verändern. Die Größe dieſes Drucks beträgt ſo viel, daß eine Waſſerſäule, welche ungefähr 32 Rheinl. Fuß hoch iſt, in einer oberwärts verſchloſſenen, unten aber offenen Röhre dadurch erhalten wird. Füllt man daher eine gläſerne Röhre, die gegen drey Schuh lang und an dem einen Ende zugeſchmolzen iſt, mit Queckſilber, deſſen Schwere 14 mal größer iſt, als die Schwere des Waſſers; ſo läuft, wenn man die Röhre umwendet, und mit dem offenen Ende in ein Gefäß mit Queckſilber ſteckt, nur ein geringer Theil davon heraus; der größte übrige Theil bleibt ungefähr in einer Höhe von 28 Zoll mit der Luft im Gleichgewichte. Denn 28 Zoll iſt ungefähr der 14te Theil von 32 Fuß, und weil die eigenthümliche Schwere des Waſſers vierzehnmal geringer iſt, als die eigenthümliche Schwere des Queckſilbers, ſo muß der Druck einer 28 Zoll hohen Queckſilberſäule eben ſo viel betragen, als der Druck einer Waſſerſäule, die 32 Fuß hoch iſt. Der erſte, welcher dieſes beobachtete, war ein Italiäniſcher Gelehrter, mit Namen Torricelli, daher man eine ſolche mit Queckſilber gefüllte Röhre eine Torricelliſche Röhre, und weil man dadurch die Veränderung des Druckes der Luft erfahren kann, auch ein Barometer zu nennen pflegt.

Anmerk. Aus dem Drucke der Luft läßt ſich auch die Erſcheinung beym Stechheber erklären. Deswegen läuft auch keine Flüſſigkeit aus dem geöfneten Hahn eines Faſſes, wenn nicht das Spundloch offen iſt. Ferner gehört hierher: der Zaubertrichter, der Heronsball, der Heber u. dergl. m.

§. 65.

Da die Schwere des Waſſers bekannt iſt, ſo kann man das Gewicht einer Luftſäule, womit eine Fläche

gedrückt wird, leicht finden, wenn man das Gewicht einer Waſſerſäule ſucht, welche eben die Grundfläche und eine Höhe von 32 Schuh hat. Geſetzt, die Grundfläche einer ſolchen Waſſerſäule, die man ſich prismatiſch, oder cylindriſch vorſtellen kann, betrüge 15 Quadratſchuh, ſo würde ihr körperlicher Inhalt 15 mal 32 d. i. 480 Cubikſchuh ſeyn. (§. 199. 200 Geom.) Da nun ein Cubikſchuh Waſſer 64 Pfund wiegt, und folglich 480 Cubikſchuh nothwendig 480 mal 64 d. i. 30720 Pfund wiegen müſſen; ſo iſt klar, daß der Druck einer Luftſäule über einer Fläche von 15 Quadratſchuhen ſo viel beträgt, als der Druck eines Gewichts von 30720 Pfunden; und ſo groß iſt auch ungefähr der Druck der Luft auf die Oberfläche eines Menſchen, die bey Perſonen von mittelmäßiger Größe ſchon 15 Quadratſchuh ausmacht. Daß aber durch dieſen großen Druck der menſchliche Körper nicht zerquetſcht wird, kömmt daher, weil die in den innern Gefäßen und Säften verſchloſſene Luft eben ſo ſtark der äußern Luft entgegen drückt, wodurch die Zerreiſſung der Theile verhindert wird.

§. 66.

Wie veränderlich der Druck der Luft ſey, und wie viel dieſe Veränderung betrage, läßt ſich leicht durch die Erfahrung beſtimmen, wenn man nur die Höhe des Queckſilbers in der torricelliſchen Röhre einige Wochen oder Monate hindurch ſorgfältig beobachtet. Denn nicht allezeit beträgt dieſe Höhe, wenn auch die torricelliſche Röhre an einerley Orte bleibt, 28 Zoll, ſondern oft fällt das Queckſilber bis zu 27 Zoll in unſern Gegenden, und bisweilen ſteigt es wieder bis auf 29 Zoll. Mit dem anhaltenden Fallen

des Queckſilbers, ſonderlich bey weſtlichen Winden, iſt gemeiniglich ſtürmiſches oder regnichtes Wetter, und mit dem Steigen des Queckſilbers, vornämlich wenn ſich der Wind dabey nach Oſten kehrt, heitere und trockne Witterung verbunden; daher man der torricelliſchen Röhre oder dem Barometer, welches man jetzt auf verſchiedne Art einzurichten pflegt, in unſrer Sprache auch den Namen Wetterglas beygelegt hat.

§. 67.

In der Luft entſtehet der Schall, der nichts anders iſt, als eine zitternde Bewegung der Lufttheilchen, welche durch die Bewegung eines elaſtiſchen Körpers verurſacht, und vermittelſt des Gehörs empfunden wird. Daß aber die Luft zum Schalle nöthig ſey, erhellet daraus, weil eine Glocke keinen Klang von ſich gibt, wenn ſie im luftleeren Raume angeſchlagen wird. Auch andre elaſtiſche Körper als Eiſen, Holz u. ſ. w. ſind geſchickt den Schall zu verbreiten.

§. 68.

Von den neuern Naturforſchern iſt die Geſchwindigkeit des Schalles mit großem Fleiße unterſucht worden. Nach den Beobachtungen der Franzöſiſchen Akademiſten durchläuft der Schall in einer Secunde 1070 Pariſer Fuß, welche 1108 Fuß Rheinl. Maaß ausmachen, und folglich in 21 Secunden ungefähr eine deutſche Meile. Da nun dieſe Geſchwindigkeit gegen die Geſchwindigkeit des Lichts ſehr gering iſt, ſo darf man ſich nicht wundern, daß man den Blitz eher ſieht, als man den Donner hört, wenn das Gewitter von dem Orte, wo man ſich befindet, noch entfernt iſt.

§. 69.

Wenn der Schall an einen feſten und unbeweglichen Körper anſtößt, ſo wird er zurückgeworfen. Iſt nun ein Körper, welcher den Schall zurückwirft, ſo weit von uns entfernt, daß der zurückgeworfene Schall an dem Orte, wo der urſprüngliche gehört wird, empfunden werden kann, wenn die Empfindung des urſprünglichen geendiget iſt, ſo können wir einerley Schall mehr als einmal hören. Dieſe Vervielfältigung des Schalls durch das Zurückprallen wird ein Echo oder Wiederſchall genannt. Wenn man aber demjenigen Körper, von welchem der Schall zurückgeworfen wird, ſo nahe iſt, daß man den urſprünglichen und den zurückgeworfenen Schall beynahe in einem Augenblicke empfindet, und daher den erſten von dem andern nicht unterſcheiden kann, ſo entſteht kein Echo, ſondern nur eine Verſtärkung des Schalles, wie man bey dem Reſonanzboden muſikaliſcher Inſtrumente ſehen kann.

§. 70.

Das Zurückprallen des Schalles iſt auch der Grund von dem Sprachrohr und Hörrohr. Das Sprachrohr, deſſen Erfindung die meiſten Schriftſteller einem Engländer, Samuel Morland, zuſchreiben, iſt eine aus Blech oder Pappe gemeiniglich verfertigte Röhre, die oben enge zugeht, unten aber eine weite Oeffnung hat, und überhaupt ſo eingerichtet iſt, daß die zu der engen Oeffnung hineinkommenden ſchallenden Strahlen, wodurch man ganze Reihen von zitternden Lufttheilchen verſteht, nach ihrer Zurückprallung von den innern Wänden der Röhre, bey der weiten Oeffnung parallel herausgehen müſſen; wodurch man den Vortheil erhält, daß

der Schall, der ſich ſonſt nach allen Gegenden verbreiten würde, durch einen weiten Raum ungeſchwächt fortgepflanzt werden kann, welches ſich auch durch lange, gleichweite Röhren bewerkſtelligen läßt.

§. 71.

Das Hörrohr iſt auf eben die Art eingerichtet, wie das Sprachrohr, nur weit kleiner, und gemeiniglich nur einige Zoll lang. Es läßt ſich daher ein gewöhnliches Sprachrohr als ein Hörrohr gebrauchen, wenn man die enge Oeffnung deſſelben, die man an den Mund bringt, ſobald man dadurch reden will, nahe an das Ohr hält. Denn die ſchallenden Strahlen, welche zu der weiten Oeffnung parallel, oder beynahe parallel hineinkommen, werden durch das Zurückprallen bey der engen Oeffnung in einen Punct vereiniget; daher das Ohr, wenn es ſich nahe bey dieſem Puncte befindet, weit mehr ſchallende Strahlen erhält, als es ohne ein ſolches Werkzeug erhalten könnte. Man kann auch ſchon ohne Hülfe eines Hörrohrs eine kleine Verſtärkung des Schalles zuwege bringen, wenn man eine Hand an das Ohr hält, und ſie dergeſtalt krümmt, daß einige ſchallende Strahlen, die ſonſt das Ohr nicht treffen würden, von der Hand gegen die Oeffnung des Ohr's zurückgeworfen werden müſſen.

§. 72.

Ich komme nunmehr zu den übrigen luftartigen Flüſſigkeiten, die zwar mit der atmoſphäriſchen Luft verſchiedne Eigenſchaften gemein haben, aber ſich doch auch in verſchiednen Stücken von ihr unterſcheiden; daher ſie von den Naturforſchern mit Recht

beſondre Namen erhalten haben. Die merkwür- digſten von dieſen Luftgattungen, wovon die meiſten der berühmte D. Prieſtley in England entdeckt hat, ſind: die dephlogiſtiſirte, die fixe, die brennbare und die ſalpeterartige Luft, deren vornehmſten Eigenſchaften ich kürzlich anführen will, weil man ohne eine Kenntniß derſelben viele wichtige Entdeckungen der neuern Naturforſcher und Künſtler nicht gehörig beurtheilen kann.

§. 73.

Durch dephlogiſtiſirte oder Lebens-Luft verſteht man diejenige luftartige Flüſſigkeit, welche ſich von der gemeinen Luft, mit der ſie ſonſt weit mehr, als die übrigen Luftgattungen, übereinkömmt, vorzüglich dadurch unterſcheidet, daß ſie weit reiner iſt, als die atmoſphäriſche Luft; daher ſie auch von einigen Schriftſtellern mit dem Namen der künſtlichen reinen Luft belegt wird. Hr. D. Prieſtley hat ſie im Jahr 1774 entdeckt, und an ihr zuerſt die Eigenſchaft bemerkt, daß ſie wegen ihrer Reinigkeit zum Einathmen und zur Verbrennung der Körper noch geſchickter iſt, als die atmoſphäriſche Luft. Denn die Thiere, mit denen Verſuche angeſtellt worden ſind, haben in dieſer reinen Luft ſechs bis ſiebenmal länger gelebt, als in der gemeinen Luft, und diejenigen Perſonen, welche dephlogiſtiſirte Luft eingeathmet haben, verſichern, daß ſie nach einem ſolchen Verſuche allezeit eine beſondre Leichtigkeit in der Bruſt empfunden hätten; daher ſie auch bereits von den Aerzten als ein Mittel wider die Lungenkrankheiten und andre Zufälle gebraucht worden iſt. Ihre eigenthümliche Schwere verhält ſich zu der Schwere der gemeinen Luft ungefähr wie 20 zu 19; welcher Unterſchied alſo ſehr unbeträchtlich

iſt. Wenn man eine glühende Kohle oder ein brennendes Licht in ein mit dephlogiſtiſirter Luft angefülltes Gefäß bringt, ſo wird der Schein der Kohle und die Flamme des Lichts dadurch außerordentlich verſtärkt. Legt man ein kleines Stückchen Stahl, der ſich nur durch eine ſehr heftige Hitze ſchmelzen läßt, auf eine Kohle, ſo kann man den Stahl ſchon durch die ſchwache Flamme einer Lampe zum Schmelzen bringen, wenn man die Flamme mit dephlogiſtiſirter Luft, womit man eine Blaſe angefüllt hat, auf den Stahl treibt. Um aber dergleichen Luft zu erhalten, muß man ſeine Zuflucht zur Kunſt nehmen, weil ſie immer in genauer Verbindung mit andern Materien gefunden wird, von denen ſie ſich aber auf mancherley Art trennen läßt. Man kann ſie aus verſchiednen Körpern, z. B. aus metalliſchen Kalken und Erden erhalten, wenn man dieſelben mit Salpeterſäure benetzt, hernach wiederum trocknet, zerreibt, und bey heftigem Feuer brennt. Am leichteſten und wohlfeilſten erhält man ſie aus Braunſtein, den man aber in einem irdenen Gefäße mit einem engen Halſe über ein ſtarkes Kohlenfeuer bringen muß.

Anmerk. Stickluft wird erhalten, wenn man unter einem Gefäße ein Licht ausbrennen läßt, oder wenn man die Dämpfe des kochenden Waſſers durch ein glühendes thönernes Pfeifenrohr gehen läßt. Sie iſt dem Verbrennen und dem Leben der Thiere hinderlich.

§. 74.

Die fixe d. i. gleichſam feſte Luft, welche auch bisweilen Luftſäure oder kohlenſaures Gas genannt wird, unterſcheidet ſich weit mehr, als die vorige Luftgattung, von der atmoſphäriſchen Luft, und iſt weder zum Einathmen tauglich, noch zur Verbrennung der Körper beförderlich, übrigens aber wegen ver-

ſchiedner Eigenſchaften ſehr merkwürdig, und ungeachtet ihrer Schädlichkeit, in vielen Fällen mit Nuzzen zu gebrauchen. Sie hat einen ſäuerlichen Geſchmack, den ſie auch dem Waſſer mittheilt, womit ſie vermiſcht wird. Nimmt man zu dieſer Vermiſchung Kalkwaſſer, ſo wird daſſelbe trübe, und läßt die feinen Kalktheilchen zu Boden fallen. Glühende Kohlen und brennende Lichter verlöſchen augenblicklich, wenn ſie in Gefäße gebracht werden, die mit fixer Luft angefüllt ſind. Dem Leben der Menſchen, der Thiere und der Pflanzen iſt ſie ſehr nachtheilig. Manche Vögel und vierfüßige Thiere ſterben ſchon, wenn ſie ein Paarmal dergleichen Luft eingeathmet haben, und den Fiſchen iſt ſogar das mit fixer Luft geſättigte Waſſer tödtlich. Die friſchen grünenden Gewächſe verwelken in fixer Luft; die Früchte hingegen, ingleichen das Fleiſch der Thiere werden dadurch lange Zeit vor der Fäulniß verwahrt, und faulende Subſtanzen können vermittelſt dieſer Luftgattung wieder hergeſtellt werden; daher man ſich derſelben in faulen Fiebern, beym Scorbut, bey Krebsſchäden, und in vielen andern bösartigen Krankheiten ſchon ſehr oft mit dem glücklichſten Erfolge bedient hat. Die Schwere der fixen Luft iſt um ein merkliches größer, als die Schwere der gemeinen Luft; denn die erſte verhält ſich zu der letzten faſt wie 3 zu 2. Uebrigens iſt dieſe Luftgattung viel leichter zu bekommen, als die dephlogiſtiſirte Luft. Wenn man Kreide, Marmor oder gemeinen Kalkſtein zermalmet und in ein gläſernes oder ſteinernes Gefäß ſchüttet, alsdenn hierzu ſo viel Waſſer gießet, daß die ganze Maſſe damit bedeckt wird, und damit Vitriolöl oder eine andre ſtarke Säure vermiſcht, wovon man aber nur den vier-

ten oder fünften Theil des Waſſers zu nehmen braucht; ſo entſteht ein ſtarkes Aufbrauſen, wobey aus dem Gefäße, worin ſich die vermiſchten Materien befinden, eine Menge fixer Luft aufſteigt, welche man alsdenn, indem man ſie durch Waſſer gehen läßt, in beſondern Flaſchen auffängt. Man kann aber auch ohne ſolche Anſtalten fixe Luft erhalten, weil dieſelbe nicht, wie die dephlogiſtiſirte Luft, blos ein Product der Kunſt iſt, ſondern von der Natur ſelbſt an vielen Orten in ſehr großer Menge erzeugt wird. Sie iſt auch in der That ſchon längſt, obgleich nicht unter dem Namen der fixen Luft, bekannt geweſen und von den neuern Naturforſchern und Chemiſten nur ſorgfältiger unterſucht worden. Man findet ſie häufig in den Bergwerken (Schwaden), in verſchiednen Höhlen, z. B. in der ſogenannten Hundsgrotte bey Neapel, in verſchloßnen Brunnen, und in andern Oertern, denen es an gehörigem Luftzuge fehlet. Ueberhaupt geben alle vegetabiliſche und thieriſche Subſtanzen, wenn ſie in Gährung gerathen, eine Menge fixer Luft von ſich. Ueber der Oberfläche des gährenden Bieres findet man bisweilen, wenn die Gefäße ſehr tief ſind, eine Schicht von fixer Luft, die über vier Fuß hoch iſt. Der ſäuerliche Geſchmack der Sauerbrunnen rührt größtentheils von der fixen Luft her; daher man auch jetzt den Pyrmonter und andre Sauerbrunnen vermittelſt dieſer Luftgattung nachzumachen pflegt. Man ſättiget nämlich Waſſer mit fixer Luft, welches ſich ohne große Mühe bewerkſtelligen läßt, weil ſich dieſelbe mit dem Waſſer ſehr leicht vermiſcht; hierauf ſchüttet man Eiſenfeilſpäne hinein, welche von dergleichen Waſſer aufgelöſt werden, und auf dieſe Art erhält man ein Getränke, welches dem Pyrmonter

Sauerbrunnen nicht nur an Geſchmack, ſondern auch an Kraft ſehr nahe kömmt. Eben dieſe Luft macht es auch ſo gefährlich, im verſchloſſenen Zimmer, welches durch glühende Kohlen erwärmt wird, zu arbeiten oder zu ſchlafen.

§. 75.

Die brennbare Luft oder das Waſſerſtoffgas unterſcheidet ſich von der gemeinen Luft und von den übrigen jetzt beſchriebenen Luftgattungen vorzüglich durch ihre ſehr geringe Schwere, die nach Beſchaffenheit ihrer Reinigkeit, zehn bis funfzehnmal weniger beträgt, als die Schwere der atmoſphäriſchen Luft, und durch die beſondre Eigenſchaft, vermöge welcher ſie, wenn ſie mit gewöhnlicher oder Lebensluft vermiſcht iſt, bey Berührung brennender Körper ſich ſehr leicht mit einem heftigen Knalle entzündet. Sie entwickelt ſich in großer Menge aus allen faulenden Pflanzen und thieriſchen Körpern, und wird daher ſehr häufig auf Begräbnißplätzen, in heimlichen Gemächern, in ſtehenden Sümpfen, in Bergwerken und Kohlenſchächten gefunden, wo ſie ſich oft mit außerordentlicher Heftigkeit entzündet und die Arbeiter in Lebensgefahr ſetzt. Aus den Metallen, vorzüglich aus dem Eiſen und Zink, kann man die brennbare Luft ſehr leicht, und in großer Reinigkeit erhalten, wenn man ſich zur Auflöſung derſelben einer hierzu ſchicklichen Säure, nämlich bey dem Eiſen der mit Waſſer verdünnten Vitriolſäure bedienet. Gemeiniglich macht man jetzt die brennbare Luft aus Eiſenfeile, die man erſtlich mit Waſſer ganz bedeckt, und hernach dieſes Waſſer mit dem vierten oder fünften Theile Vitriolöl vermiſcht, wodurch ein heftiges, mit einer beträchtlichen Hitze verbundenes Aufbrauſen entſteht, wobey zugleich eine Menge brenn-

barer Luft, in Geſtalt eines feinen, ſehr unangenehm riechenden Dampfs in die Höhe ſteigt. Wenn man eine, mit brennbarer Luft angefüllte Flaſche öffnet, und der Oeffnung eine Lichtflamme nahe bringt, ſo entzündet ſich die in der Flaſche befindliche Luft mit einem ſehr heftigen Knalle; welche Entzündung aber nicht erfolgt, wenn nicht die brennbare Luft mit der atmoſphäriſchen in Berührung kömmt. Wird ein lebendiges Thier in ein Gefäß geſetzt, welches man mit brennbarer Luft angefüllt hat; ſo bekömmt das Thier augenblicklich Zuckungen, und fällt bald darauf todt nieder, wenn nicht atmoſphäriſche Luft in das Gefäß eindringen kann. Aus dieſer Erfahrung iſt alſo offenbar, daß dieſe Luftart zum Einathmen ganz untauglich ſey, welches ſich auch überhaupt, wenn man die atmoſphäriſche und dephlogiſtiſirte Luft ausnimmt, von allen bekannten Luftgattungen behaupten läßt. Man pflegt jetzt gemeiniglich alle diejenigen Luftarten, welche zum Einathmen ungeſchickt ſind, mit dem allgemeinen Namen des mephitiſchen Gas zu bezeichnen; weil das Wort Gas, welches ſchon bey den ältern Chimiſten und Naturforſchern vorkömmt, überhaupt eine feine, elaſtiſche, unſichtbare Flüſſigkeit, die aus den Körpern unter gewiſſen Umſtänden hervorſtrömt, und das Beywort mephitiſch etwas übel riechendes und ſchädliches bedeutet.

§. 76.

Die große Leichtigkeit der brennbaren Luft hat den Herren Charles und Robert in Paris Gelegenheit gegeben, die von dem Herrn von Montgolfier erfundenen Luftmaſchinen bequemer einzurichten. Die letztern bewerkſtelligten das Aufſteigen ihrer Maſchinen blos dadurch, daß ſie die darin befindliche gemeine Luft vermittelſt einer durch Strohfeuer jähling erreg-

ten Hitze verdünnten, und auf dieſe Art die Maſchine leichter und zum Aufſteigen geſchickter machten. Weil aber die durch eine ſolche Hitze verdünnte Luft nur höchſtens noch einmal ſo leicht, als die äußere Luft, welche die Maſchine umgibt, gemacht werden kann; ſo ſchickt ſich zu dieſer Abſicht die brennbare Luft weit beſſer, als die verdünnte gemeine Luft, ob ſie gleich noch ziemlich theuer iſt, und wegen ihrer Feinheit nicht in alle diejenigen Hüllen ſich einſchließen läßt, in welche man die atmoſphäriſche Luft einſchließen kann; weswegen man auch die Leinwand oder den Taffet, woraus man eine Luftkugel verfertigen will, entweder mit einem guten Firniß überziehen, oder mit Goldſchlägerhäutchen, aus denen man die kleinen Luftmaſchinen zu machen pflegt, füttern muß.

§. 77.

Die ſalpeterartige Luft kömmt zwar in Anſehung der Schwere der gemeinen Luft ſehr nahe, denn die Schwere der atmoſphäriſchen Luft verhält ſich zu der Schwere der ſalpeterartigen ungefähr wie 152 zu 157; allein in vielen andern Stücken unterſcheidet ſie ſich von derſelben auf eine ſehr merkliche Art. Sie hat einen ſtarken, ſehr unangenehmen Geruch, und verurſacht, wenn ſie mit gemeiner oder dephlogiſtiſirter Luft vermiſcht wird, ein ſchwaches Aufbräuſen, wobey die Miſchung beyder Luftarten eine röthliche Farbe erhält, und nunmehr einen kleinern Raum einnimmt, als vorher. Dieſe Verminderung, welche das Volumen oder der Umfang dieſer beyden Luftarten nach ihrer Vermiſchung leidet, iſt deſto größer, je reiner die atmoſphäriſche Luft iſt, und am allergrößten, wenn man, anſtatt gemeiner, dephlogiſtiſirte Luft zu einer ſolchen Miſchung nimmt. Sie iſt übrigens eben ſo

geſchickt, als die fixe Luft, thieriſche und vegetabiliſche Subſtanzen ſehr lange vor der Fäulniß zu bewahren. Sie beſteht vorzüglich aus dem ſo genannten brennbaren Weſen und aus Salpeterſäure, von welcher ſie ihren Namen bekommen hat; ſie kann daher auch nur vermittelſt dieſer Säure oder wenigſtens ſolcher Körper, die Salpeterſäure enthalten, aus den Metallen und andern Körpern, in welchen ſich eine hinlängliche Menge von brennbarem Weſen befindet, entwickelt werden. Gemeiniglich macht man ſie aus Feilſpänen von Kupfer, Meſſing oder Eiſen, wozu man verdünnte Salpeterſäure, nämlich halb Waſſer und halb Salpetergeiſt, oder, wenn dieſer ſehr ſtark iſt, zwey Theile Waſſer und einen Theil Salpetergeiſt ſchüttet. Wenn man ſtatt der jetzt genannten Metalle Queckſilber wählet, ſo muß das Gefäß, worin man die Feilſpäne mit der Salpeterſäure vermiſcht, durch die Flamme eines brennenden Lichts oder durch einen andern glühenden Körper ein wenig erwärmt werden, welches auch in vielen andern Fällen nöthig iſt.

§. 78.

Ich habe die Eigenſchaften der ſalpeterartigen Luft hier vorzüglich deswegen kürzlich angeführt, um meinen Leſern das von dem Herrn D. Prieſtley in England erfundne, und von andern Naturforſchern verbeſſerte Werkzeug zur Prüfung der Reinigkeit der Luft, welchen man den Namen Eudiometer gegeben hat, erklären zu können. Das Weſentliche dieſes Werkzeugs beſteht in einer, mit Abtheilungen verſehenen Glasröhre, welche an dem einen Ende zugeſchmolzen, an dem andern Ende aber offen gelaſſen, und hernach theils mit gemeiner, theils mit ſalpeterartiger Luft, jedoch dergeſtalt gefüllt wird,

daß man von jeder Luftgattung ein beſtimmtes Maaß nimmt. Das offne Ende der Röhre muß aber allezeit in einem mit Waſſer gefüllten Gefäße ſtehen, weil man ſonſt nicht wiſſen könnte, wie viel der Raum betrüge, den die beyden mit einander vermiſchten Luftarten einnehmen. Gemeiniglich bedient man ſich hierzu einer neun bis zehn Zoll langen Glasröhre, die im Durchmeſſer etwas über einen Zoll hält, füllt dieſelbe mit Waſſer an, und ſetzt ſie hernach in ein Gefäß mit Waſſer dergeſtalt, daß die Oeffnung unter das Waſſer kömmt. Läßt man nun erſtlich einerley Luft in die Röhre, ſo bemerkt man allezeit, daß ein Maaß ſalpeterartige Luft eben ſo viel Raum einnimmt, als ein Maaß gemeine Luft. Vermiſcht man hingegen dieſe beyden Luftarten in der Röhre mit einander; läßt man z. B. ein Maaß gemeine und ein Maaß ſalpeterartige Luft in die Röhre ſteigen, ſo wird man finden, daß nach geſchehener Vermiſchung dieſe zwey Maaß Luft einen kleinern Raum einnehmen, als zwey Maaß gemeine, oder zwey Maaß ſalpeterartige Luft. Weil nun, wie ich bereits oben erinnert habe, dieſe Verminderung des Raums deſto mehr beträgt, je reiner die zu einem ſolchen Verſuche genommene atmoſphäriſche Luft iſt; ſo läßt ſich die Reinigkeit und Güte der gemeinen Luft eines Orts durch Hülfe eines ſolchen Werkzeugs, wenn es die gehörigen Eintheilungen enthält, ſehr leicht unterſuchen, und ſich mit der Beſchaffenheit der Luft andrer Oerter vergleichen.

Anmerk. Das überſaure ſalzſaure Gas iſt durch den Gebrauch, den man zum Bleichen davon macht, merkwürdig. Mit Flußſpathſaurem Gas kann man in Glas ätzen.

Siebentes Kapitel.

Von dem Waſſer.

§. 79.

Das Waſſer iſt ein flüſſiger, durchſichtiger Körper, ohne Farbe, Geſchmack und Geruch, welcher in der Kälte ſeine Flüſſigkeit verlieret, in der Wärme aber ohne Veränderung ſeines Weſens dieſelbe wieder erhält. Es wird aber nirgends ganz rein gefunden, ſondern iſt allemal mit andern Materien, z. B. mit ſalzigen, metalliſchen und irdiſchen Theilchen vermiſcht, von welchen die Farbe und der Geſchmack herrührt, die man bey manchen Arten von Waſſer bemerket. In Anſehung der Oerter, wo man es findet, wird es in Regen-, Quell-, Fluß-, Brunnen-, Meer- und Sumpfwaſſer eingetheilt. Unter dieſen iſt das Meerwaſſer das ſchwerſte, denn ein Cubikſchuh Meerwaſſer wiegt 70 Pfund; hingegen ein Cubikſchuh Flußwaſſer nur 64 Pfund, und das Regenwaſſer noch etwas weniger.

§. 80.

Ungeachtet aber das Waſſer über 900 mal ſchwerer, und folglich auch dichter iſt, als die Luft, ſo müſſen doch die kleinen Theile, aus welchen das Waſſer beſtehet, auſſerordentlich fein ſeyn, weil ſie durch die Zwiſchenräume des dichteſten Holzes und andrer Körper dringen, durch welche man die Luft mit der größten Gewalt nicht preſſen kann. Daher iſt es nicht zu verwundern, daß die Waſſertheilchen ſo leicht in die Pflanzen und in andre Körper kommen, auch in eini-

gen, z. B. in den Salzen, eine gänzliche Auflöſung ihrer Theile verurſachen können. Um die Feuchtigkeit der Luft zu unterſuchen, braucht man Hygrometer von verſchiedner Art.

§. 81.

Von der Luft unterſcheidet ſich das Waſſer aber nicht nur durch die viel größere eigenthümliche Schwere, ſondern auch durch den geringen Grad von Elaſticität, der vorzüglich aus den bekannten Florentiniſchen Verſuchen erhellt. Die Florentiniſchen Naturforſcher füllten nämlich goldne, ſilberne und andre metallne Gefäße mit Waſſer an, verſchloſſen dieſelben ſorgfältig, und brachten ſie unter die Preſſe oder auf den Ambos; allein weder die Gewalt der Preſſe noch des Hammers war im Stande, das Waſſer in einen engern Raum zuſammenzudrücken. Denn war durch die Vermehrung der äußern Gewalt der innere Raum der Gefäße ja ein wenig kleiner gemacht worden, ſo fand man, daß eben ſo viel Waſſer durch die feinen Ritze der Gefäße, die durch das ſtarke Schlagen oder Preſſen entſtanden, durchgeſchwitzt war, als die Verminderung des innern Raums der Gefäße austrug. Hieraus muß man aber nicht mit einigen Schriftſtellern ſchließen, daß dem Waſſer die Elaſticität gänzlich mangle. Denn die neuſten Verſuche einiger engliſchen, franzöſiſchen und deutſchen Naturforſcher ſcheinen wirklich die Möglichkeit, daß ſich das Waſſer zuſammendrücken laſſe, hinlänglich zu beweiſen. Unter dieſen Verſuchen ſind beſonders diejenigen merkwürdig, welche Herr Canton in England, und Herr Prof. Zimmermann in Braunſchweig angeſtellt hat. Der erſte, deſſen Verſuche ſich in den Transactionen vom Jahre 1762 befinden, ſucht durch eine auf ſeine

Erfahrungen gegründete Rechnung zu zeigen, daß das Waſſer durch das doppelte Gewicht der Atmoſphäre um $\frac{1}{10870}$ ſeines ganzen Raums zuſammengepreßt werde; und aus den Verſuchen, die Herr Prof. Zimmermann mit einer von dem Herrn Oberſalzinſpector Abich erfundnen Maſchine angeſtellt und in einer beſondern Schrift über die Elaſticität des Waſſers beſchrieben hat, erſieht man, daß Brunnenwaſſer, welches durch Kochen von Luft gereiniget worden iſt, ſich um $\frac{1}{26}$ ſeines Raums zuſammenpreſſen laſſe.

§. 82.

Durch die Kälte wird das Waſſer eben ſo gut, wie andre Körper zuſammengezogen, und durch die Hitze wieder ausgedehnt; und zwar beträgt der Unterſchied des Raums, welchen es einnimmt, wenn es zu frieren anfängt, und desjenigen, welchen es erfüllt, wenn es ſiedet, $\frac{1}{27}$ ſeiner größten Ausdehnung. Das merkwürdigſte hierbey iſt, daß die Kälte das Waſſer nur ſo lange zuſammenziehet, als es noch flüſſig iſt; denn ſobald es zu Eiſe wird, fängt es wieder an ſich auszudehnen, und dieſe Ausdehnung nimmt mit der Kälte beſtändig zu; daher das Eis auf dem Waſſer ſchwimmet, weil es leichter iſt, als eben ſo viel flüſſiges Waſſer. Dieſe Ausdehnung iſt auch die Urſache, warum Gefäße, welche voll Waſſer ſind, ſehr oft zerſpringen, wenn das Waſſer darin gefrieret. Sogar ſtarke meſſingene und eiſerne Gefäße von der Dicke eines Zolls laſſen ſich, wie man durch Verſuche gefunden hat, durch die bloße Ausdehnung des gefrierenden Waſſers zerſprengen.

§. 83.

Durch das Feuer wird das Waſſer in Dünſte aufgelöſet, die ſo fein ſind, daß ſie durch die geringſte

Bewegung der Luft und der Wärme in die Höhe getrieben werden, und in der Atmoſphäre hängen bleiben. Die Elaſticität der warmen Dünſte iſt ſehr groß, und wird durch die Vermehrung der Wärme immer größer. Muſchenbroek hat durch eine beſondere Maſchine dieſelbe unterſucht und gefunden, daß die Wirkung erhitzter Dünſte noch ſtärker iſt, als die Wirkung des entzündeten Schießpulvers; denn Dünſte, welche durch ein heftiges Feuer aus 13 Gran Waſſer entſtanden waren, hatten eine ſolche Gewalt, daß 3 Pfund Waſſer dadurch 50 Fuß hoch getrieben wurden, zu welcher Höhe 13 Gran Schießpulver in einem kleinen Mörſer nur eine Laſt von 4 Unzen und 2 Drachmen bringen konnten.

Anmerk. In dem papiniſchen Topfe kann man Knochen durch die verſchloſſenen Dämpfe zu Gallert kochen. Die Dampf- oder Feuermaſchine wird durch Dämpfe in Bewegung geſetzt.

§. 84.

Wenn man die feinen Dünſte, in welche man das Waſſer durch Hülfe des Feuers aufgelöſt hat, wieder ſammlet, ſo erhält man aufs neue reines Waſſer, welches überhaupt immer unverändert bleibt, wenn man es auch noch ſo oft deſtillirt, oder gefrieren und wieder aufthauen läßt. Aus dieſer Urſache pflegt man gemeiniglich das reine Waſſer unter die einfachen oder elementariſchen Materien zu rechnen, weil man durch dieſe Benennung ſolche Körper verſteht, die nicht aus Theilen von verſchiedner Art zuſammengeſetzt ſind. Doch ſind unter den neuern Naturforſchern verſchiedne der entgegengeſetzten Meinung; da es nicht an Verſuchen fehlt, die eine Verwandlung des Waſ-

ſers oder eine Auflöſung dieſer Flüſſigkeit in ungleichartige Theile zu beweiſen ſcheinen. Einige z. B. behaupten, daß ſich das Waſſer in Erde verwandeln laſſe, und daß man alſo die Erde als einen Beſtandtheil des Waſſers anzuſehen habe; andre hingegen halten die Luft für einen weſentlichen Beſtandtheil des Waſſers, und glauben, daß man aus dem reinſten Waſſer Luft hervorbringen könne. Allein die Gründe und Erfahrungen, wodurch man dieſe Meinung zu beſtätigen ſucht, ſind nicht von der Beſchaffenheit, daß man ſchon dieſe Sache für völlig entſchieden halten könnte, wie ich noch kürzlich zeigen will.

§. 85.

Diejenigen, welche die Verwandlung des Waſſers in Erde behaupten, gründen ihre Meinung auf die bekannte Erfahrung, daß man auch aus dem reinſten Waſſer noch Erde erhalten kann. Denn wenn man Regenwaſſer noch ſo oft deſtillirt, ſo findet man doch allezeit auch nach der letzten Deſtillation, daß ſich in dem Gefäße eine feine Erde zu Boden geſetzt hat. Eine ähnliche Erde haben einige Naturforſcher aus deſtillirtem Schneewaſſer erhalten, welches einige Tage hinter einander in einem Mörſer mit einer Keule gerieben worden war. Hieraus will man ſchließen, daß eine Verwandlung des Waſſers in Erde möglich ſey, und daß man die Erde für einen weſentlichen Beſtandtheil des Waſſers halten müſſe; welches aber in der That aus den angeführten Verſuchen, wider deren Richtigkeit ſich ſonſt nichts einwenden läßt, nicht ſogleich folget, indem man hier eigentlich folgendergeſtalt ſchließen muß. Da man auch aus dem gereinigten und oft deſtillirten Waſſer immer noch Erde erhält;

ſo muß entweder das Waſſer wirklich in Erde verwandelt werden, oder das Waſſer, welches für das reinſte gehalten wird, muß nicht vollkommen rein ſeyn, ſondern noch höchſt feine Erdtheilchen enthalten, welche beym Deſtilliren wegen ihrer geringen Schwere leicht mit übergehen können. So lange man nun nicht die Unmöglichkeit des letztern Falls darthun kann, ſo lange läßt ſich auch nicht die Verwandlung des Waſſers in Erde mit Gewißheit behaupten. Wenn man aus dem Waſſer durchs Reiben in einem Mörſer Erde hervorbringt, ſo iſt noch überdieſes zu erwägen, daß ein großer Theil davon aus der Luft, worin beſtändig feine Erdtheilchen ſchwimmen, in das Waſſer gekommen ſeyn kann, weil das Reiben einige Tage hinter einander fortgeſetzt werden muß, und daß auch durch ein ſo lange anhaltendes Reiben eine ziemliche Menge feiner Theilchen von der Keule und dem Mörſer abgerieben werden, wie man aus den Verſuchen erſehen kann, welche der berühmte Wallerius, ein Schwediſcher Gelehrter, mit vieler Genauigkeit angeſtellt, und in den Abhandlungen der Königl. Schwed. Akademie der Wiſſenſchaften auf das Jahr 1760 beſchrieben hat. Diejenige Erde, welche er aus deſtillirtem Waſſer durchs Reiben in einem eiſernen Mörſer mit einer eiſernen Keule erhalten hatte, war mit feinen Eiſentheilchen vermiſcht und ſah auch ganz anders aus, als diejenige, zu deren Hervorbringung ein gläſerner Mörſer nebſt einer gläſernen Keule gebraucht worden war, und in welcher man nicht die geringſte Spur von eiſenhaltigen Theilchen bemerkte.

§. 86.

Die Verwandlung oder Auflöſung des Waſſers in

Luft pflegt man gemeiniglich durch den bekannten Verſuch mit der Aeolipila zu beweiſen. Eine Aeolipila oder Dampfkugel aber iſt nichts anders, als eine hohle, gemeiniglich aus Kupfer oder Glas verfertigte Kugel, welche ſich in eine dünne Röhre mit einer engen Oefnung endiget. Wenn man eine ſolche Kugel zum Theil mit Waſſer füllt, und hernach dieſelbe auf glühende Kohlen ſetzt; ſo fährt nach einer kleinen Weile durch die Oefnung der Röhre ein heftiger Wind heraus, welcher nahe bey der Röhre ſehr warm, in einer Entfernung von ein Paar Ellen aber ſchon ziemlich kalt iſt, und nach einer Zeit von wenig Minuten iſt die ganze Kugel von Waſſer leer. Es hat alſo das Anſehen, als wenn man auf dieſe Art das Waſſer in Luft auflöſen könnte. Allein daß hier, ſo wie in vielen andern Dingen, der Schein ſehr betrügeriſch ſey, läßt ſich leicht einſehen, wenn man nur die aus einer ſolchen Dampfkugel herausfahrende Luft mit einem Gefäße auffängt. Denn aus der aufgefangenen Luft entſtehen lauter Waſſertropfen, welche an dem Gefäße herunter rollen. Man ſieht alſo hieraus, daß durch die Wirkung des Feuers das in der Dampfkugel befindliche Waſſer nicht in Luft, ſondern nur in ſehr feine Theilchen aufgelöſt wird, welche nebſt der mit dem Waſſer vermiſchten und über demſelben in der Kugel liegenden Luft mit Heftigkeit herausfahren.

§. 87.

Allein ob ich gleich überzeugt bin, daß die Meinung von der Verwandlung des Waſſers in Erde oder Luft keinen Grund hat, ſo getraue ich mir deswegen doch nicht zu behaupten, daß man das Waſſer für ein Element im ſtrengſten Verſtande halten müſſe; weil es

wegen der Unvollkommenheit unſrer Sinnen unmöglich iſt, diejenigen Verſuche, die zur Beurtheilung der elementariſchen Natur eines Körpers nöthig ſind, mit der hierzu erforderlichen Genauigkeit anzuſtellen. Vor einigen Jahren hat ein franzöſiſcher Gelehrter, Herr Lavoiſier zu Paris, noch auf eine andre Art zu zeigen geſucht, daß man bisher das Waſſer mit Unrecht unter die elementariſchen Materien geſetzt habe. Denn er hat gefunden, daß brennbare Luft, mit halb ſo viel dephlogiſtiſirter Luft vermiſcht, ſich nach der Verbrennung in Waſſer verwandelt, welches eben ſo viel wiegt, als die beyden vermiſchten Luftarten. Allein obgleich dieſe Verſuche ſchon von verſchiednen deutſchen und andern Gelehrten nachgemacht und geprüft worden ſind, ſo zeigt doch die Verſchiedenheit der Meynungen dieſer Gelehrten, daß man die Behauptung des Herrn Lavoiſier noch nicht unter die ausgemachten phyſikaliſchen Wahrheiten rechnen könne.

Achtes Kapitel.

Von der magnetiſchen Kraft.

§. 88.

Die magnetiſche Kraft hat ihren Namen von dem Magnet, einem ſchwärzlichen, eiſenhaltigen Steine erhalten, den man in verſchiednen nordiſchen und andern Bergwerken findet. Die merkwürdigſten Eigenſchaften dieſes nützlichen Steins beſtehen darin, daß er Eiſen und eiſenhaltige Körper an ſich zieht, und wenn er an einer Schnur frey hängt, oder an ein Holz befeſtiget auf dem Waſſer ſchwimmt, ſich immer mit einerley Seite gegen Mitternacht kehret.

§. 89.

Dieſe anziehende Kraft äußert ſich zwar in allen Theilen des Magnets, aber nicht mit einerley Stärke; am größten iſt ſie in den beyden Puncten, die ſich gegen Mitternacht und gegen Mittag kehren, wenn er frey hänget. Dieſe beyden Puncte pflegt man die Pole, und die gerade Linie, welche man ſich zwiſchen denſelben vorſtellt, die Axe des Magnets zu nennen. Derjenige Pol, welcher ſich nach Mittag kehret, heißt der Südpol, und der nach Mitternacht gerichtet iſt, der Nordpol. Man kann aber dieſe beyden Pole leicht entdecken, wenn man den Magnetſtein mit Eiſenfeilſpänen beſtreuet, und Achtgibt, wo ſich dieſelben am häufigſten anhängen.

§. 90.

Wenn ein Magnet in verſchiedne Stücke zertheilt wird, ſo bemerkt man bey jedem Stücke dieſe ſogenannten Pole. Es gibt auch Magnete, die mehr, als zwey Pole haben, und aus verſchiednen zuſammengewachſenen Magneten zu beſtehen ſcheinen; daher man ſie zuſammengeſetzte oder anomaliſche Magnete nennt, um ſie von denjenigen zu unterſcheiden, bey denen nur zwey Pole bemerkt werden, und die man unter dem Namen einfacher Magnete zu verſtehen pflegt.

§. 91.

Wenn man einen Magnet armirt, das heißt, wenn man die Seiten, wo ſich die Pole befinden, abſchleift, und dieſelben mit eiſernen Platten einfaßt, an deren jeder ein würfelförmiger Fuß gemacht wird, welchen man den künſtlichen Pol nennt, ſo wird

ſeine Wirkung dadurch überaus vermehret. Denn man hat bemerkt, daß Magnete, welche ohne Armatur kaum eine Unze tragen konnten, ein Gewicht von etlichen Pfunden zu tragen im Stande waren, nachdem man ſie armirt hatte. Man verſtärkt auch die Kraft der Magnete dadurch, wenn man ihnen ſo viel Gewichte anhängt, als ſie nur tragen können, und dieſe Laſt nach und nach beſtändig vermehret. Die Kraft eines Magnets nimmt zwar bisweilen mit der Zeit ab; doch iſt dieſe Verminderung ſelten beträchtlich, wenn man ihn nur vor dem Roſte und vor dem Feuer verwahrt, wodurch er ſeiner Kraft entweder gänzlich, oder doch größtentheils beraubt wird, welches auch geſchieht, wenn man ihn pulveriſirt, oder mit den entgegengeſetzten Polen andrer Magnete reibt.

§. 92.

Ein Magnet zieht auch einen andern Magnet an ſich, aber nur alsdenn, wenn ſein Südpol gegen den Nordpol, und ſein Nordpol gegen den Südpol des andern gerichtet wird. Denn ſind die Pole, die einerley Namen führen, gegen einander gekehrt, ſo ſtoßen ſie einander von ſich, wie man ſehr deutlich ſehen kann, wenn man den einen Magnet an einem Wagebalken aufhängt, und den andern darunter hält, oder wenn man beyde in hölzerne Käſtchen legt, und auf dem Waſſer ſchwimmen läßt. Man pflegt daher diejenigen Pole der Magnete, welche ſich gegen einerley Weltgegend richten, die feindlichen oder widrigen, diejenigen hingegen, welche ſich nicht nach einerley Weltgegend drehen, die freundſchaftlichen oder einigen Pole zu nennen.

§. 93.

Alles Eiſen, welches mit einem Magnet beſtrichen wird, erhält die Eigenſchaften deſſelben, und zieht nicht nur andres Eiſen an ſich, ſondern richtet ſich auch, wenn es frey hängt, gegen Mitternacht und Mittag, wie man an den Magnetnadeln ſehen kann, welche nichts anders ſind, als dünne Nadeln von Eiſen oder Stahl, die man mit Magnet beſtrichen hat. Es kann aber auch das Eiſen durch Schlagen und durch andere Mittel ohne Magnet magnetiſch gemacht werden. Wenn man etliche magnetiſch gemachte eiſerne Stäbe dergeſtalt über einander legt, daß der nördliche Pol des einen über den ſüdlichen Pol des andern zu liegen kömmt, und ſie in dieſer Lage dergeſtalt mit einander verbindet, daß ſie ſich nicht wieder verrücken können; ſo erhält man dadurch künſtliche Magnete, welche bisweilen die natürlichen an Kraft ſehr weit übertreffen. Vor ein Paar Jahren wurde in den öffentlichen Zeitungen ein ſolcher künſtlicher, von einem Kunſtſchmidt zu Copenhagen, Peter Wilhelm, verfertigte Magnet angeführt, der nicht mehr als 4 Pfund 26 Loth wiegen, und doch eine Laſt von 120 Pfund tragen ſoll.

§. 94.

Der Gebrauch und Nutzen der Magnetnadel iſt hinlänglich bekannt, daher es überflüſſig ſeyn würde, weitläuftig davon zu handeln. Der einzige Umſtand aber verdient noch angemerkt zu werden, daß der Magnet und daher auch die damit beſtrichene Nadel nicht überall genau Norden und Süden anzeiget, ſondern gemeiniglich von der wahren Mittagslinie ein wenig abweichet, welches man Declination der Mag-

netnadel zu nennen pflegt. Dieſe Declination iſt auch nicht an allen Orten, ja auch nicht zu allen Zeiten einerley. Zu London hat die Veränderung in der Declination binnen etlichen Jahren oft 4 bis 6 Grade betragen. Es ſtehet auch an wenig Oertern die Magnetnadel recht horizontal. In den meiſten Gegenden ſteht derjenige Theil, welcher nach Norden zeiget, etwas niedriger als der entgegengeſetzte. Dieſe Abweichung von der Horizontallinie heißt die Inclination der Magnetnadel.

§. 95.

Von der Natur der magnetiſchen Kraft ſelbſt, von welcher die jetzt angeführten Eigenſchaften des Magnets verurſacht werden, läßt ſich noch ſehr wenig mit Gewißheit ſagen. Viele Naturforſcher nehmen zur Erklärung der magnetiſchen Erſcheinungen eine feine, flüſſige Materie an, welche beſtändig aus dem einen Pole eines Magnets in den andern ſtrömen ſoll, und beweiſen das Daſeyn einer ſolchen Materie durch folgende Erfahrungen. Wenn man zwey eiſerne Schlüſſel, die aber bey kleinen Magneten nicht allzugroß ſeyn müſſen, nicht weit von den Polen eines Magnets nahe neben einander hält; ſo wird man bemerken, daß ſie mit ziemlicher Gewalt an einander geſtoßen werden. Dieſer Stoß ſcheint alſo durch die Bewegung einer flüſſigen, unſichtbaren Materie zu entſtehen. Ferner wenn man auf ein Blatt Papier Eiſenfeilſtaub ſtreuet, und unter dem Papiere einen Magnet fortziehet; ſo erblickt man verſchiedene Wirbel oder Kreiſe, die durch den Feilſtaub gebildet werden. Dieſe Wirbel laſſen ſich durch nichts ſo leicht erklären, als durch die kreisförmige Bewegung einer

feinen, flüſſigen Materie. Doch gibt es auch verſchiedne Naturforſcher, welche das Daſeyn einer ſolchen feinen Materie ganz und gar leugnen.

§. 96.

Wenn man einen Magnet in ein metallenes Gefäß einſchließt, oder ihn unter eine gläſerne Glocke ſetzt, und den Raum darunter vermittelſt der Luftpumpe luftleer macht, ſo wirkt er doch in eine eiſerne Nadel, die von außen an das Gefäß oder die Glocke gebracht wird; woraus man ſchließt, daß die magnetiſche Materie durch Metall und Glas dringet, und daher die Theile derſelben viel feiner als die Theile der Luft ſeyn müſſen. Wie aber durch die Bewegung dieſer feinen Materie alle Wirkungen des Magnets entſtehen, iſt eine überaus ſchwere Frage, die von den größten Naturforſchern noch nicht hinlänglich hat beantwortet werden können, obgleich verſchiedne von ihnen ſchon auf ſehr glückliche Muthmaßungen gerathen ſind, deren ausführliche Erklärung aber für meine jungen Leſer viel zu weitläuftig ſeyn würde. Ich will alſo nur ſo viel noch hinzu ſetzen, daß die meiſten neuern Naturforſcher zur Erklärung der Urſache, warum ſich immer eine Spitze der Magnetnadel gegen Norden und die andre gegen Süden zukehre, einen großen Magnet annehmen, der mitten in der Erde verborgen ſeyn, und nach einiger Meinung zwey, nach andrer aber vier Pole haben ſoll. Die magnetiſche Materie ſoll aus dem einen Pole der Erde ausfließen und in den andern Pol wieder hineinſtrömen.

Neuntes Kapitel.

Von der Electricität.

§. 97.

Wenn Bernſtein, Glas, Siegellack oder Schwefel gerieben werden, ſo bemerkt man an ihnen die Eigenſchaft, daß ſie ein Licht von ſich geben, und nahe liegende, leichte Sachen, z. B. Goldblättchen, kleine Stückchen Papier, feine Federchen u. d. gl. an ſich ziehen und wieder von ſich ſtoßen. Dieſe Erſcheinung wird die Electricität, und die flüſſige Materie, durch deren Bewegung dieſelbe entſtehet, die electriſche Materie genannt, weil man ſie zuerſt an dem Agt- oder Bernſteine, welcher in der griechiſchen und lateiniſchen Sprache Electrum heißet, beobachtet hat.

§. 98.

Es laſſen ſich aber nicht alle Körper durch Reiben electriſch machen; denn außer den vorhin angeführten haben nur noch Porcellan, Seide, Harz und ſehr wenig andere dieſe Eigenſchaft, daher man ſie electriſche auch idioelectriſche, d. i. an und für ſich electriſche Körper nennt. Hingegen können die meiſten übrigen Körper, die man ſonſt gemeiniglich unelectriſche Körper hieß, jetzt aber Leiter zu nennen pflegt, dadurch electriſch gemacht werden, wenn man ſie mit einem ſolchen Körper verbindet, der durch Reiben electriſch geworden iſt; nur muß man ſie, wenn die Electricität merklich werden ſoll, auf ſolchen Körpern ruhen laſſen, die an und für ſich electriſch ſind, und die Electricität nicht merklich fortpflanzen; weswegen ſie auch von den neuern Naturforſchern gemei-

niglich Nichtleiter genannt werden. Man theilt daher die Electricität in die urſprüngliche oder eigenthümliche, und in die mitgetheilte oder fortgepflanzte ein. Die urſprüngliche iſt diejenige, welche durch das Reiben, und die mitgetheilte Electricität diejenige, welche durch die Verbindung mit einem durch Reiben electriſirten Körper entſtehet.

§. 99.

Die mitgetheilte Electricität wird deſto merklicher, je größer der Körper, welcher gerieben wird, und je größer die Geſchwindigkeit iſt, womit man reibet. Es kömmt auch dabey noch ſehr viel auf die Beſchaffenheit desjenigen Körpers an, deſſen man ſich zum Reiben bedient, und wozu ſich trockne Hände, Goldpapier und ein Teig von Queckſilber und Zinn oder Bley, welchen man ein Amalgama zu nennen pflegt, am beſten ſchickt, wenn man Glas electriſch machen will. Man pflegt insgemein zu dem Electriſiren Kugeln, Cylinder oder Scheiben von Glas zu erwählen, und dieſelben durch ein Rad, oder auf andre Art in Bewegung zu ſetzen, woraus die ſogenannten Electriſir-Maſchinen beſtehen; denn die übrigen urſprünglich electriſchen Körper, z. B. Siegellack und Schwefel haben eine viel geringere Feſtigkeit, und vertragen daher kein ſo heftiges Reiben, wie das Glas *). Es verdient auch hier angemerkt zu werden, daß ein Körper, welcher die mitgetheilte Electricität von geriebenem Glaſe erhalten hat, von einem auf gleiche Art electriſirten Körper zurück geſtoßen, hingegen von einem durch Reiben electriſirten harzigen Körper angezogen wird. Weil man alſo

*) Otto von Guerike, der die erſten electriſchen Verſuche anſtellte, bediente ſich einer Schwefelkugel.

zwiſchen der Electricität des Glaſes und der harzigen Körper einen Unterſchied bemerkt, ſo haben einige Naturforſcher die Electricität überhaupt in die Glas-electricität und Harzelectricität eingetheilet. Bringt man einen Körper, welcher der mitgetheilten Electricität fähig iſt, ſowohl mit geriebenem Glaſe, als auch mit einem geriebenen harzigen Körper in Verbindung, ſo wird er gar nicht electriſirt. Hieraus erhellt alſo, daß dieſe beyden Arten der Electricität einander vernichten, und daß man ſie alſo entgegengeſetzte Electricitäten nennen kann.

§. 100.

Außer den ſchon ſeit langer Zeit gewöhnlichen Electriſirmaſchinen bedient man ſich jetzt zur Erregung der Electricität auch ſehr häufig der ſogenannten Electrophore oder Electricitätsträger, welche zuerſt von einem Italieniſchen Naturforſcher, Herrn Volta, im Jahr 1775 bekannt gemacht worden ſind. Ein ſolches Werkzeug beſteht gemeiniglich aus zwey metallenen oder hölzernen, mit Metall überzogenen Scheiben, wovon die unterſte, die etwas größer, als die oberſte ſeyn muß, mit Pech, Siegellack, Schwefel, Harz oder andern ähnlichen Materien, die durch Reiben electriſch werden, übergoſſen wird. Wenn man die obere Fläche der untern Scheibe mit dem haarigen Schwanze oder Felle eines Thieres reibet oder peitſchet, hernach die obere Scheibe, die man an ſeidnen Schnüren, oder an einer gläſernen Handhabe halten muß, auf die untere Scheibe ſetzt, dieſelbe mit der Hand berührt, und alsdenn wieder in die Höhe hebt, ſo gibt die obere Scheibe Funken von ſich. Man macht auch Electricitätsträger aus Glanzleinwand, Tuch oder andern

zeugen und nennt ſie Luftelectrophore. Das Gasfeuerzeug iſt auch mit einem Electrophor in Verbindung gebracht worden.

§. 101.

Es läßt ſich aber die Electricität nicht nur im luftvollen, ſondern auch im luftleeren Raume erregen, und die electriſche Kraft dringet durch Siegellack, Glas und andre Materien aus dem luftvollen in den luftleeren, und aus dem luftleeren in den luftvollen Raum. Wird ein ſpitziger metalliſcher Körper im luftleeren Raum electriſirt, ſo ſieht man, wenn man das Zimmer verfinſtert, aus ſeiner Spitze leuchtende Strahlen von verſchiednen Farben ausſtrömen, die ſich nach divergenten Linien ausbreiten. Man kann dieſe Strahlen auch in dem luftvollen Raume, aber nur nicht ſo deutlich wahrnehmen. Fängt man einen ſolchen aus der Spitze eines electriſirten Körpers ausſtrömenden Lichtkegel mit der Zunge auf, ſo erregt derſelbe einen ſäuerlichen zuſammenziehenden Geſchmack. Ein jeder electriſirte Körper gibt auch einen beſondern Geruch von ſich, der eine große Aehnlichkeit mit demjenigen Geruche hat, den man empfindet, wenn Phoſphorus brennt.

§. 102.

Wenn man eine gläſerne Flaſche ungefähr bis zur Hälfte mit Waſſer, Queckſilber, Feilſpänen oder geſtoßenem Glaſe füllt und dieſe Flaſche mit einem Korke verſtopft, wodurch ein Drath, deſſen oberer Theil über die Flaſche herausragt, bis an das Waſſer oder Queckſilber u. ſ. f. geht, womit man die Flaſche gefüllt hat; ſo kann man dadurch die electriſche Kraft ſehr merklich verſtärken. Denn wenn man die Flaſche in die eine Hand nimmt, und mit der andern

Hand dem durch die Mittheilung electriſirten Drathe nahe kömmt, ſo entſteht zwiſchen dem Drathe und Finger ein ſehr lebhafter Funke, welcher nicht nur mit einem beträchtlichen Schalle verſchwindet, ſondern auch eine ſtechende Empfindung in dem Finger, womit man den Drath berührt, und bisweilen eine Erſchütterung in dem ganzen Körper, vorzüglich in den Gelenken der Arme verurſacht. Dieſe Art, die Electricität zu verſtärken, wird insgemein der muſchenbroekiſche oder leidenſche Verſuch genannt, weil die meiſten ſonſt der Meinung waren, daß der berühmte holländiſche Naturforſcher, Muſchenbroek, ihn zuerſt in Leiden angeſtellt habe. Allein aus Graliths Geſchichte der Electricität erhellt, daß ein pommerſcher Cavalier, Herr von Kleiſt (1745), ihn noch etliche Monate eher, als Muſchenbroek, angeſtellt hat, und daß er alſo mit größerm Rechte der kleiſtiſche Verſuch heiſſen könnte. Es iſt aber nicht ſchlechterdings nöthig, eine ſolche Flaſche, wodurch man die electriſche Kraft verſtärken will, mit Waſſer, Queckſilber und andern dergleichen Materien anzufüllen. Man kann auch durch leere Flaſchen die Electricität verſtärken, wenn man nur die innere, und äußere Fläche des Glaſes gleich hoch mit Metallblättern, Goldpapier oder einer andern unelectriſchen Materie überziehet. Man erhält ſogar durch eine bloße Glasplatte, die mit Metallblättern oder Goldpapier auf beyden Seiten dergeſtalt belegt iſt, daß ringsherum ein breiter unbelegter Rand übrig bleibt, eben dieſe Wirkung. Es iſt auch nicht nothwendig, daß man die zur Verſtärkung zubereitete Flaſche ohne Glasplatte unmittelbar anfaſſe. Es iſt genug, wenn die Flaſche in einem metallenen Gefäſſe ſteht, von welchem ein Drath oder eine Kette bis zu der Perſon

geleitet wird, welche ſich der verſtärkten Electricität bedienen will. Wenn von einer ganzen Reihe Perſonen, die einander anfaſſen, der erſtere die Verſtärkungsflaſche, oder eine Kette, welche mit derſelben von außen in Verbindung ſteht, berührt, der letzte aber den Funken aus dem Drathe der Flaſche oder einem dadurch electriſirten Körper lockt; ſo werden alle Perſonen, welche einander anfaſſen, die durch den electriſchen Funken verurſachte Erſchütterung empfinden. Uebrigens verdient noch dieſes hier angemerkt zu werden, daß man durch einen ſolchen electriſchen Funken zwar Weingeiſt, Hexenmehl, den glimmenden Docht eines ausgeblaſenen Lichts, und ſogar Praſſelgold, aber keinen Zunder, wenn er nicht mit Weingeiſt befeuchtet iſt, anzünden, auch das empfindlichſte Thermometer dadurch nicht zum Steigen bringen kann.

§. 103.

Aus dieſen und andern Erfahrungen, deren Anführung zu viel Weitläuftigkeit verurſachen würde, läßt ſich einigermaßen einſehen, worin die electriſche Materie beſtehen müſſe; denn zu einer vollkommnen Erkenntniß ihrer Natur hat ſelbſt der Fleiß der ſcharfſinnigſten Naturforſcher noch nicht gelangen können. Sie muß nämlich eine ſehr flüſſige, ſubtile, elaſtiſche und den Körpern eigenthümliche Materie ſeyn, welche bey den electriſirten Körpern in einer ſchnellen Bewegung, bey den unelectriſirten aber in Ruhe iſt, und aus Theilen beſteht, in denen das Licht auf verſchiedne Art gebrochen und zurückgeworfen wird. Sonſt waren die meiſten Naturforſcher der Meinung, daß blos die urſprünglich electriſchen Körper dieſe Materie in ſich enthielten, und daß die ſogenannten unelectriſchen nur dadurch electriſch würden, wenn die

electriſche Materie aus einem urſprünglich electriſchen Körper in ſie hineinſtrömte. Allein jetzt weiß man aus einer großen Menge von Verſuchen, daß die electriſche Materie in allen Körpern enthalten iſt, und daß der Unterſchied zwiſchen den electriſchen und unelectriſchen Körpern nur darin beſteht, daß die electriſche Materie bey den letztern viel leichter, als bey den erſtern, in Bewegung gebracht werden kann. So lange nun die electriſche Materie gleichförmig ausgebreitet iſt, ſpürt man ihre Gegenwart nicht. So bald aber ein Körper entweder mehr oder weniger electriſche Materie in ſich hält, als er in ſeinem natürlichen Zuſtande zu haben pflegt, ſo heißt er electriſirt, und zwar im erſtern Falle poſitiv oder bejaht und im andern Falle negativ oder verneint. Durch das Electriſiren geſchicht alſo weiter nichts, als daß das Gleichgewicht unter der überall ausgebreiteten electriſchen Materie aufgehoben wird. Die poſitive Electricität beſteht im Ueberfluſſe und die negative in einer geringern Menge der electriſchen Materie. Doch gibt es unter den jetzigen Naturforſchern verſchiedene, welche anſtatt der poſitiven und negativen Electricität, lieber zweyerley electriſche Materien annehmen.

§. 104.

Ungeachtet aber unſre Kenntniß von der Natur der electriſchen Kraft noch ſehr unvollkommen iſt; ſo hat man doch ſchon durch das wenige, was man davon weiß, ſehr anſehnliche Vortheile erhalten. Man hat erſtlich verſchiedne Erſcheinungen in der Natur, vorzüglich die Entſtehung des Blitzes beſſer einſehen gelernt und dadurch ein leichtes Mittel entdeckt, ſich gegen

die fürchterlichen Wirkungen des Blitzes zu ſchützen. Man iſt nunmehr durch die Erfahrung vollkommen überzeugt worden, daß ein Gewitter nichts anders, als die natürliche Electricität der Wolken, und ein electriſches Experiment ein künſtliches Gewitter im kleinen ſey. Denn wenn man bey einem Gewitter eine metallene Stange in der Höhe an ſeidnen Schnüren aufhängt, oder ſie auf einen andern urſprünglich electriſchen Körper ſo ſtellet, daß der obere Theil von der freyen Luft umgeben wird; ſo ſpürt man an einer ſolchen Stange alle diejenigen Wirkungen, die man ſonſt bey einer electriſirten Stange wahrnimmt. Und weil das electriſche Feuer von den Metallen ſtärker, als von andern Körpern angezogen wird, ſo kann man ein Gebäude gegen die ſchädlichen Wirkungen des Blitzes in Sicherheit ſtellen, wenn man über den höchſten Ort deſſelben eine eiſerne, zugeſpitzte Stange errichtet, an das unterſte Ende derſelben einen ſtarken Drath befeſtiget, an deſſen Stelle man auch eine eiſerne oder andre metallne Stange nehmen kann, und hernach dieſen Drath oder Stange bis an ein nahes Waſſer, oder bis unter die Erde fortführet. Denn entſteht über einem ſolchen Gebäude ein Blitz, ſo fährt derſelbe an den metallenen Stangen oder Drathe herunter und ſchlägt in das Waſſer oder in die Erde, wo ſich der Drath endiget; daher man dieſes nützliche, aus bloßen Stangen oder Drathe beſtehende Werkzeug einen Ableiter zu nennen pflegt. Ferner hat man auch in neuern Zeiten oft die beſchwerlichſten Krankheiten, z. B. Lähmungen, Gicht, Podagra und Taubheit durch Hülfe der Electricität glücklich geheilet. Selbſt bey den Gewächſen hat man die Electricität einigermaßen nützlich befunden; denn man hat bemerkt, daß dadurch das Wachs-

thum der Saamenkörner und jungen Pflanzen über-aus befördert wird.

Anmerk. Galvani, Prof. zu Bologna, fand 1791, daß, wenn ſich zwey verſchiedene Metalle berühren, z. B. Zink und Kupfer, Electricität erzeugt wurde. Weil dieſe aber ganz eigne Wirkungen zeigte, ſo nannte man ſie galvaniſche Electricität. Beſonders ſtark wirkt dieſe Materie auf thieriſche Nerven. Wenn man z. B. ein Stück Silber auf die Zunge legt, an der untern Fläche der Zunge aber ein Stück Bley oder Zink anbringt: ſo empfindet man, indem man beide Metalle an der Spiz-ze der Zunge in Berührung bringt, einen ſäuerlichen Geſchmack. Um noch größere Wirkungen hervor zu bringen, legte Volta mehrere Platten von zweyerley Metall ſo übereinander, daß dazwiſchen immer eine mit Salzwaſſer getränkte Pappſcheibe zu liegen kam. Eine ſolche Vorrichtung nennt man jetzt voltaiſche Säule. Ueberhaupt hat man mit dieſer Materie ſehr intereſſante Verſuche angeſtellt.

Zehntes Kapitel.

Von dem Weltgebäude.

§. 105.

Nachdem alſo meine jungen Leſer die einfachen, oder, um richtiger zu reden, die am wenigſten zuſam-mengeſetzten Materien, aus denen alle vermiſchte Kör-per beſtehen, kennen gelernt haben; ſo wollen wir nun-mehr auch einen Blick auf das bewundernswürdige Ganze werfen, welches alle erſchaffene Körper in ſich begreift, und die Welt oder das Weltgebäude ge-nannt wird.

§. 106.

Wenn wir des Nachts den geſtirnten Himmel be-

trachten, ſo kömmt uns derſelbe als eine große hohle Halbkugel, und unſre Erde als der Mittelpunct dieſer Halbkugel vor, um welchen ſich alle Sterne binnen vier und zwanzig Stunden von Morgen gegen Abend zu bewegen ſcheinen. Weil man nun diejenigen Puncte, um welche ſich eine drehende Kugel bewegt, ihre Pole, und die gerade Linie zwiſchen den beyden Polen, oder den Diameter, um welchen ſie ſich drehet, die Axe der Kugel zu nennen pflegt; ſo hat man daher auch am Himmel diejenigen Puncte, um welche er ſich zu drehen ſcheint, die **Weltpole**, und die gerade Linie, die man ſich von dem einen Pole bis zu dem andern vorſtellen kann, die **Weltaxe** genannt. Derjenige von den beyden Weltpolen, welcher für uns ſichtbar iſt, heißt der **Nordpol**, weil er in denjenigen Theil des Himmels fällt, welcher uns gegen Norden liegt; der entgegengeſetzte aber, der für uns nicht ſichtbar iſt, der Südpol, weil er in Anſehung unſrer gegen Süden liegt. Den Cirkel, welchen man ſich um den ganzen Himmel, in gleicher Entfernung von den beyden Polen vorſtellt, nennt man den Aequator; welchen Namen er deswegen erhalten hat, weil die Sonne, wenn ſie beym Anfange des Frühlings und Herbſtes darin zu ſtehen ſcheint, Nacht und Tag einander gleich macht. Durch den Aequator wird der ganze Himmel in die nördliche und ſüdliche Halbkugel getheilet.

§. 107.

Wenn ich mir am Himmel einen Punkt ſenkrecht über meinem Scheitel vorſtelle, ſo heißt derſelbe mein Zenit oder Scheitelpunct, und der ihm in der andern Hälfte des Himmels gerade gegenüber ſtehende Punct mein **Nadir** oder Fußpunct. Aus dieſer Er-

klärung iſt alſo offenbar, daß jeder Menſch und jeder Punct auf der Oberfläche der Erde ſein beſonders Zenit und Nadir hat. Der eingebildete Kreis am Himmel, der überall gleichweit von dem Zenit und Nadir, und alſo von jedem 90 Grad abſteht, wird der Horizont, und derjenige Cirkel, welcher durch das Zenit, durch das Nadir und die Weltpole geht, der Meridian oder Mittagskreis genannt, weil die Sonne, wenn ſie in demſelben ſtehet, die größte Höhe über dem Horizonte hat und daher Mittag macht. Doch pflegt man auch den Halbcirkel, den man in Gedanken durch den nächſten Pol und durch das Zenit eines Orts ziehen kann, ſeinen Meridian zu nennen. Der Mittagskreis ſteht alſo ſenkrecht auf dem Horizonte und theilet ihn in zwey gleiche Theile. Die gerade Linie, in welcher ſich dieſe beyden Cirkel ſchneiden, wird die Mittagslinie genannt. Stellt man ſich mitten durch die Mittagslinie eine andre ſenkrechte Linie vor; ſo wird durch dieſe beyden Linien der Horizont in vier gleiche Theile zergliedert, deren Endpuncte die ſogenannten vier Hauptgegenden der Welt anzeigen. Derjenige Punct des Horizonts, über welchem man die Sonne erblickt, wenn ſie am höchſten ſteht, heißt, wie bekannt, Mittag oder Süden; der gegenüberſtehende aber, nämlich der andre Endpunct der Mittagslinie Mitternacht oder Norden. Mitten zwiſchen Süden und Norden linker Hand, wenn man das Geſicht gegen Mittag kehret, liegt Morgen oder Oſten, und rechter Hand gerade gegen über Abend oder Weſten. Dieſe vier Hauptgegenden werden wieder in verſchiedne Nebengegenden abgetheilt, welche von den Hauptgegenden, zwiſchen denen ſie liegen, ihre Namen erhalten.

§. 108.

Wenn man bey hellen Abenden die Sterne einige Wochen oder Monate nach einander mit Aufmerkſamkeit betrachtet, und vorzüglich auf ihre Lage unter einander Acht gibt; ſo bemerket man, daß die meiſten immer einerley Lage gegen einander behalten, einige aber beſtändig ihre Lage verändern, und binnen einer gewiſſen Zeit aufeben die Art, wie der Mond, welcher alle Abende bey andern Sternen ſtehet, durch den ganzen Himmel fortrücken. Aus dieſer Urſache pflegt man die Sterne in Fixſterne und Planeten einzutheilen. Fixſterne heiſſen nämlich alle diejenigen, welche immer gegen die übrigen Sterne einerley Lage behalten, und gleichſam an die Himmelskugel angeheftet ſcheinen; hingegen Planeten oder Irrſterne nennt man diejenigen, welche ihre Lage gegen die übrigen Sterne verändern. Zu den letztern gehören auch die Kometen, wenn man ſie gleich gemeiniglich nicht darunter zu rechnen pflegt. Dieſe außerordentlichen Sterne unterſcheiden ſich von den gewöhnlichen Planeten vorzüglich durch den ſtarken Dunſtkreis, worein ſie eingehüllt ſind, und welcher gemeiniglich einen glänzenden Schweif bildet.

§. 109.

Wegen der großen Menge der Fixſterne hat man, um dem Gedächtniſſe zu Hülfe zu kommen, immer eine gewiſſe Anzahl derſelben zuſammengenommen, und ſie mit der Geſtalt einer bekannten Perſon, eines Thiers oder einer andern merkwürdigen Sache verglichen, wodurch die ſogenannten Sternbilder entſtanden ſind. In Anſehung der ſcheinbaren Größe pflegt man dieſe Weltkörper in Sterne erſter, zwey-

ter, dritter, vierter, fünfter, ſechster und ſiebenter Größe einzutheilen; wozu noch die ſogenannten Nebelſterne kommen, welche dieſen Namen deswegen erhalten haben, weil ſie den bloßen Augen nur wie ein Nebel, oder wie dünne Wölkchen erſcheinen. Wenn man dergleichen Nebelſterne mit einem guten Fernglaſe betrachtet, ſo findet man, daß ſie aus einer Menge ſehr entfernter Sterne beſtehen, welche wegen ihres großen Abſtandes von uns, nur ein mattes Licht haben, und ſich mit bloßen Augen nicht von einander unterſcheiden laſſen. Eben dieſe Beſchaffenheit hat es auch mit der ſogenannten Milchſtraße, welchen Namen der weißliche Streif führet, der faſt mitten durch den Himmel geht und eine unzählbare Menge Sterne enthält, welche uns wegen ihrer außerordentlich großen Entfernung nur als kleine, milchweiße Puncte erſcheinen. Die Fixſterne ſind übrigens von den Planeten auch dadurch unterſchieden, daß ſie ihr eigenes Licht haben, da hingegen die Planeten eigentlich dunkle Körper ſind, welche ihr Licht blos von der Sonne erhalten. Die Aſtronomen betrachten daher die Fixſterne als lauter Sonnen, welche der Schöpfer zur Erleuchtung andrer, unſern Planeten ähnlicher Weltkörper beſtimmt hat. Zu den übrigen Merkwürdigkeiten der Fixſterne gehört auch noch dieſer beſondre Umſtand, daß einige Fixſterne verſchwinden, nachdem ſie eine zeitlang ſichtbar geweſen ſind, und nachher an eben der Stelle wieder zum Vorſchein kommen. Dergleichen merkwürdige Sterne, die man Wundersterne zu nennen pflegt, ſind in der Caſſiopeja, im Schwane, im Wallfiſche, und in andern Sternbildern bemerkt worden. Es gibt auch eine Menge von Fixſternen, die durch die Ferngläſer

doppelt, dreyfach und vielfach ausſehen; daher man ſie Doppelſterne und vielfache Sterne zu nennen pflegt. Ein Verzeichniß ſolcher Sterne, wovon man ſchon viele Hundert beobachtet hat, findet man unter andern in dem Berliner aſtronomiſchen Jahrbuche für das Jahr 1786.

§. 110.

Die Planeten werden gemeiniglich in Hauptplaneten und Nebenplaneten eingetheilet. Hauptplaneten nennt man diejenigen Weltkörper, die ſich nur um die Sonne, aber nicht zugleich um einen Planeten bewegen. Die Nebenplaneten hingegen, die auch Trabanten und Monden genannt werden, bewegen ſich um einen Hauptplaneten, und mit dieſem zugleich um die Sonne. Die Namen und Zeichen der uns bekannten Hauptplaneten ſind folgende: Mercurius ☿, Venus ♀. Mars ♂, Jupiter ♃, und Saturn ♄, wozu man aber jetzt noch den im Jahre 1781 von Herrn Herſcheln entdeckten neuen Planeten ſetzen muß, welcher von den deutſchen Aſtronomen gemeiniglich unter dem Namen Uranus angeführt, und durch das Zeichen ♅ angezeigt wird*). Unſre Erde, welche man durch das umgekehrte Zeichen der Venus, nämlich durch ♁ anzeigt, gehört eigentlich auch unter die Planeten, wie man aus dem Folgenden erſehen kann. Um den Jupiter bewegen ſich, auf eben die Art, wie der Mond um unſre Erde, vier, um den Saturn ſieben und um den Uranus ebenfalls einige Trabanten, wovon der berühmte Herſchel auch ſchon zwey entdeckt hat; und dieſe machen, nebſt unſerm Monde, die bekannten Nebenplaneten aus. Einige

*) Zwiſchen Mars und Jupiter hat man, ſeit 1801 noch entdeckt: Ceres, Pallas, Juno und Veſta.

Aſtronomen wollen auch bey der Venus einen Trabanten oder Mond bemerkt haben; allein die neueſten und ſorgfältigſten Beobachtungen machen das Daſeyn dieſes Nebenplaneten ſehr ungewiß.

§. 111.

Man bemerkt bey den Planeten vorzüglich dreyerley Bewegungen, die aber, wie in der Folge gezeigt werden ſoll, nicht alle wahre Bewegungen ſind. Erſtlich ſcheinen ſich dieſe Weltkörper nebſt den übrigen Sternen, binnen vier und zwanzig Stunden, von Morgen gegen Abend, um die Erde herum zu drehen; welche Bewegung man die tägliche oder gemeine Bewegung nennt, weil ſie täglich wiederholt wird. Ferner ſcheinen ſie, von Abend gegen Morgen zu, binnen einer gewiſſen Zeit, die aber bey dem einen Planeten nicht ſo viel beträgt, als bey dem andern, durch den ganzen Himmel fortzurücken, welches die eigne Bewegung eines Planeten genannt wird. Endlich drehen ſich auch die Planeten um ihre Axen, wie man aus der Bewegung der Flecken, welche man auf ihrer Oberfläche durch Ferngläſer erblickt, ſchließen kann.

§. 112.

Eben dieſe dreyfache Bewegung wird auch bey der Sonne bemerkt. Der Kreis am Himmel, welchen ſie nach ihrer eignen Bewegung binnen einem Jahre zu durchlaufen ſcheint, wird die **Ekliptik** oder Sonnenbahn genannt. Dieſe durchſchneidet jetzt den Aequator unter einem Winkel von 23 Gr. 28 Min. welcher daher die Schiefe der **Ekliptik** heißt. Die beyden einander entgegenſtehenden Durchſchnittspuncte heiſſen Aequinoctialpuncte, d. i. die Puncte der Nacht-

gleichen, weil die Sonne zu der Zeit, wenn Tag und Nacht einander gleich ſind, darin zu ſtehen ſcheint. Der erſte von dieſen beyden Puncten, nämlich derjenige, in welchen die Sonne beym Anfange des Frühlings tritt, wird der Frühlingspunct, und der zweyte der Herbſtpunct genannt. Diejenigen beyden Puncte der Ekliptik, welche am weiteſten von dem Aequator abſtehen und von jedem Aequinoctialpuncte 90 Gr. entfernt ſind, haben den Namen der Solſtitialpuncte, d. i. Sonnenſtillſtandspuncte erhalten; weil die Sonne, wenn ſie dieſe Puncte erreicht hat, ſich nicht weiter vom Aequator entfernt, und alſo gleichſam ſtille zu ſtehen ſcheint. Weil nun dieſes das erſtemal beym Anfange des Sommers, das zweytemal aber beym Anfange des Winters geſchieht, ſo wird der erſte Solſtitialpunct auch der Sommerpunct, und der zweyte der Winterpunct, genannt. Die Ekliptik ſelbſt wird in 12 gleiche Theile eingetheilt, welche man die zwölf himmliſchen Zeichen zu nennen, und jedes wieder in dreyßig Grade abzutheilen pflegt. Dieſen himmliſchen Zeichen hat man folgende Namen von den Sternbildern gegeben, welche ihnen ehemals ſehr nahe waren: Widder ♈, Stier ♉, Zwillinge ♊, Krebs ♋, Löwe ♌, Jungfrau ♍, Waage ♎, Scorpion ♏, Schütze ♐, Steinbock ♑, Waſſermann ♒, Fiſche ♓. Derjenige Punct, wo ſich das Zeichen des Widders anfängt, iſt der erſte, und der Anfang der Waage der zweyte Aequinoctialpunct. Die durch dieſe beyden Puncte in Gedanken gezogenen Mittagskreiſe werden Koluren der Nachtgleichen, und diejenigen Mittagskreiſe, welche durch die Solſtitialpuncte gehen, Koluren der Sonnenwenden genannt. Man pflegt ſich

auch zwey durch die Solſtitialpuncte parallel mit dem Aequator gezogene Cirkel vorzuſtellen, und ſie Wendecirkel zu nennen; weil die Sonne, nachdem ſie dieſelben erreicht hat, ſich wieder gegen den Aequator zu wendet. Derjenige Wendecirkel, welcher über dem Aequator liegt und durch den Punct der Ekliptik geht, in welchem ſich die Sonne beym Anfange des Sommers befindet, wo das Zeichen des Krebſes ſeinen Anfang nimmt, wird der Wendecirkel des Krebſes, und der andre, welcher unter dem Aequator liegt, und durch denjenigen Punct der Ekliptik geht, worin man die Sonne beym Anfange des Winters erblickt, wird der Wendecirkel des Steinbocks genannt, weil dieſer Solſtitialpunct der Anfang desjenigen Zeichens iſt, welchem man den Namen Steinbock gegeben hat.

§. 113.

Nunmehr fragt ſichs, ob alle die verſchiednen Bewegungen, welche wir bey der Sonne und den übrigen himmliſchen Körpern bemerken, wahre Bewegungen ſind, oder ob einige davon nur unter die ſcheinbaren Bewegungen gehören, und vielleicht von der Bewegung der Erde herrühren. Von den neuern Aſtronomen und Philoſophen wird durchgängig das letztere behauptet; den meiſten ältern Philoſophen aber ſchien das erſte wahrſcheinlicher, und dieſe Meinung findet auch jetzt noch bey denjenigen den meiſten Beyfall, welche keine Kenntniß von der Mathematik und Aſtronomie haben. Ueberhaupt ſind vorzüglich drey verſchiedne Syſteme oder Meinungen in Anſehung der Weltordnung bekannt, die ich jetzt kürzlich erklären will.

§. 114.

Unter den ältern Meinungen von der Bewegung und Ordnung der Himmelskörper, welche nebſt unſrer Erde das Weltgebäude ausmachen, iſt vorzüglich diejenige merkwürdig, welcher man den Namen des ptolemäiſchen Syſtems gegeben hat, weil Ptolemäus, ein berühmter Mathematicus im zweyten Jahrhunderte, daſſelbe in ſeinen Schriften vorgetragen hat, ob es gleich ſchon lange Zeit vor ihm bekannt war. Nach dieſem Syſtem nimmt die Erde den Mittelpunct des Weltgebäudes ein und iſt unbeweglich. Um die Erde bewegt ſich zunächſt der Mond, über dem Monde der Mercur, über dem Mercur die Venus, über der Venus die Sonne, über der Sonne der Mars, über dem Mars der Jupiter, über dem Jupiter der Saturn, über dem Saturn der Uranus, und endlich über dem Uranus die Fixſterne, welche alſo, nach dieſer Meinung, insgeſammt binnen vier und zwanzig Stunden einen ungeheuer großen Kreis um die Erde beſchreiben. (Phyſ. Tab. 3. fig. 2.)

§. 115.

Dieſe jetzt angeführte Meinung von dem Weltbaue wurde viele Jahrhunderte hindurch faſt durchgängig angenommen, bis Nicolaus Copernicus, ein großer Aſtronom des ſechszehnten Jahrhunderts, aus Thoren gebürtig, ſehr wichtige Einwendungen wider dieſelbe machte, und eine andre Meinung von der Bewegung und Ordnung der himmliſchen Körper vortrug, welche jetzt gemeiniglich das copernicaniſche Syſtem genannt wird. Copernicus iſt zwar eigentlich nicht der erſte Erfinder deſſelben, weil man ſchon bey einigen alten griechiſchen Philoſophen, vorzüglich

bey den Pythagoräern Spuren davon antrift; er hat es aber mit ſo wichtigen Gründen, die man bey den alten Philoſophen nicht findet, unterſtützt, daß es mit dem größten Rechte nach ſeinem Namen genannt wird. Nach dieſer Meinung iſt ſowohl die tägliche, als auch die jährliche Bewegung der Sonne nur ſcheinbar und entſteht von der wirklichen Bewegung der Erde, welche ſich nicht nur binnen vier und zwanzig Stunden, und zwar von Abend gegen Morgen zu, einmal um ihre Axe, ſondern auch binnen einem Jahre, in einer krummen Linie, die von dem Cirkel etwas abweicht, und die man eine Ellipſe zu nennen pflegt, einmal um die Sonne beweget. Die Sonne nämlich nimmt ungefähr den mittelſten Ort unter den Bahnen der Planeten ein, und hat keine andre wirkliche Bewegung, als diejenige, vermöge welcher ſie ſich binnen einer gewiſſen Zeit um ihre Axe drehet. Zunächſt um die Sonne bewegt ſich der Mercur, über dem Mercur die Venus, über der Venus die Erde nebſt dem Monde, über der Erde der Mars, über dem Mars der Jupiter, welcher mit vier Monden oder Trabanten umgeben iſt, und über dem Jupiter der Saturn nebſt ſeinen ſieben Trabanten, und über dem Saturn der Uranus, welches alles die beygefügte Abbildung (Phyſ. Tab. 4. Fig. 2.) noch deutlicher machen wird. Die Fixſterne bewegen ſich weder um die Erde, noch um die Sonne, und ſind überhaupt nicht als Theile desjenigen Syſtems, welches aus unſrer Sonne und den Planeten beſteht, ſondern als beſondre Sonnen zu betrachten, die zur Erleuchtung andrer Weltkörper beſtimmt ſind. Ihr Aufgang und Untergang iſt, eben ſo, wie der Auf- und Untergang der übrigen Himmelskörper, blos eine ſcheinbare

Bewegung, wovon der Grund in der wirklichen Bewegung der Erde um ihre Axe liegt.

§. 116.

Weil die copernicaniſche Meinung anfangs viel Aufſehen machte, und von den meiſten Gottesgelehrten, als eine gefährliche und der heiligen Schrift widerſprechende Lehre, verdammt wurde; ſo ſuchte der berühmte däniſche Aſtronom, Tycho de Brahe, welcher ebenfalls im ſechszehnten Jahrhunderte lebte, die Bewegung und Ordnung der Himmelskörper noch auf eine andre Art zu erklären: denn er war von den damaligen theologiſchen Vorurtheilen viel zu ſehr eingenommen, um das copernicaniſche Syſtem anzunehmen. Nach dieſer Meinung, welche unter dem Namen des tychoniſchen Syſtems bekannt iſt, ruht die Erde in der Mitte, wie bey dem ptolemäiſchen Syſtem (Tab. 4. Fig. 1.). Um die Erde bewegt ſich zunächſt der Mond, und über dem Monde die Sonne, um welche die Bahnen aller Hauptplaneten gehen, ſo daß die Sonne der Mittelpunct derſelben iſt, und die Bahnen des Mercurs und der Venus zwiſchen der Sonne und der Erde liegen, die Bahnen des Mars, und der übrigen Planeten aber die Erde einſchließen.

§. 117.

Unter den jetzt angeführten drey Meinungen von dem Weltbaue hat keine ſoviel Wahrſcheinlichkeit, als die copernicaniſche; weil ſowohl nach dem ptolemäiſchen, als auch nach dem tychoniſchen Syſtem die Erklärung der Erſcheinungen, welche man bey der Bewegung der Himmelskörper bemerkt, überaus vielen

Schwierigkeiten unterworfen iſt, welche alle bey dem copernicaniſchen Syſtem wegfallen; daher auch daſſelbe heut zu Tage von allen, welche nicht der Aberglaube, oder der Mangel an nöthigen Kenntniſſen davon abhält, angenommen wird, zumal da die genauſten Unterſuchungen der neuern Naturforſcher über die Geſtalt der Erde, und über die Schwere der Körper mit der copernicaniſchen Meinung vollkommen übereinſtimmen. Die Bedenklichkeit derer, welche dieſelbe für gefährlich und der heil. Schrift zuwider halten, iſt völlig ungegründet. Denn da uns Gott durch die heilige Schrift nicht in aſtronomiſchen und phyſicaliſchen, ſondern in ſolchen Wahrheiten, die unſere ewige Glückſeligkeit betreffen, und zwar auf eine faßliche, und für jedermann verſtändliche Art hat unterrichten wollen; ſo iſt leicht einzuſehen, daß dieſes in ſolchen Ausdrücken geſchehen mußte, die der Sprachgebrauch eingeführt hatte. Gleichwie aber niemand Gott deswegen einen Körper beylegen wird, weil die Bibel bisweilen von dem Auge und von der Hand Gottes redet, um uns ſeine Eigenſchaften verſtändlicher zu machen; eben ſo wenig läßt ſich aus der heil. Schrift die wirkliche Bewegung der Sonne und übrigen Weltkörper um die Erde beweiſen, weil darin bisweilen von einer Bewegung derſelben die Rede iſt, da in jeder Sprache die ſcheinbare Bewegung durch eben die Ausdrücke, wie die wahre Bewegung, bezeichnet wird. Die Empfindung kann hier ebenfalls keinen Ausſpruch thun, da es eine bekannte Sache iſt, daß ſich die an dem Ufer eines Fluſſes oder Meeres befindlichen Häuſer und Bäume zu bewegen ſcheinen, wenn man in einem Schiffe ſchnell vorbey fährt.

§. 118.

Da ich alſo die Ordnung, in welcher ſich die zu unſrer Sonnenwelt gehörigen Himmelskörper wahrſcheinlicherweiſe bewegen, meinen jungen Leſern einigermaßen bekannt gemacht habe; ſo will ich nunmehr noch die vornehmſten Merkwürdigkeiten von dieſen anſehnlichen Theilen des Weltgebäudes kürzlich anführen, und den Anfang mit der Sonne machen, von welcher wir und alle übrige Planeten Licht und Wärme erhalten. Daß dieſelbe ein ganz feuriger Körper ſey, wie ſonſt insgemein geglaubt wurde, iſt noch nicht erwieſen; weil ein Körper Licht und Wärme hervorbringen kann, ohne ſelbſt ganz aus Feuer zu beſtehen. Auf ihrer Oberfläche bemerkt man durch Ferngläſer bisweilen dunkle Flecken, welche ſich von Morgen nach Abend zu durch die Sonnenſcheibe bewegen und eine ſehr unordentliche und veränderliche Geſtalt haben. Aus der Zeit dieſer Bewegung hat man gefunden, daß die Sonne binnen $25\frac{1}{2}$ Tagen ſich einmal um ihre Axe drehet. Ihr Durchmeſſer iſt über hundertmal, nämlich ungefähr 112mal größer, als der Durchmeſſer der Erde, und folglich würde man aus der Sonne mehr als eine Million ſolcher Kugeln machen können, wie unſre Erde iſt; weil ſich die kugelförmigen Körper, wie die Cubikzahlen ihrer Durchmeſſer verhalten. Ihre mittlere Entfernung von der Erde beträgt über zwanzig Millionen geographiſche Meilen. Man legt ihr auch eine linſenförmige Atmoſphäre bey, von welcher das ſogenannte Zodiakallicht, nämlich der blaſſe, ſpitzig zulaufende Schein, den man bisweilen und zwar vorzüglich im Frühjahr und Herbſte am Horizonte nach Untergang der Sonne erblickt, herrühren ſoll. Was man eine Sonnenfinſterniß nennt, iſt eigent-

lich keine Verfinſterung der Sonne, ſondern der Erde; denn ſie entſteht, wenn der Mond zwiſchen die Erde und Sonne in gerader Linie zu ſtehen kömmt, und uns entweder das ganze Sonnenlicht, oder nur einen Theil davon entziehet; daher man dieſe Erſcheinung mit größerm Rechte eine Erdfinſterniß nennen kann.

§. 119.

Mercur, welcher uns unter einem ſehr hellen, weißglänzenden Lichte erſcheint, iſt der kleinſte unter allen Hauptplaneten; denn ſeine Größe beträgt kaum den funfzehnten Theil von der Größe unſrer Erdkugel. Wegen ſeiner Nähe bey der Sonne, von welcher er ſich niemals über 28 Gr. 20 Min. entfernt, kömmt er nur in der Abend- und Morgendämmerung zum Vorſchein. Wenn er kurz vor Aufgang der Sonne ſichtbar wird, erſcheint er durch Fernröhre ſichelförmig und zwar ſo, daß der erleuchtete Theil der Sonne zugekehrt iſt. Hierauf nimmt der erleuchtete Theil, auf eben die Art, wie bey dem Monde, beſtändig zu; woraus offenbar iſt, daß der Mercur eben ſo wenig, wie der Mond, ſein eignes Licht hat, ſondern blos von der Sonne erleuchtet wird; welches auch daraus erhellt, weil er zu der Zeit, wenn er zwiſchen die Erde und Sonne in gerader Linie zu ſtehen kömmt, als ein runder ſchwarzer Fleck in der Sonne erſcheint. Seine Bahn um die Sonne vollendet er ungefähr in 87 Tagen und $23\frac{1}{4}$ Stunden. Seine größte Entfernung von derſelben beträgt über neun Millionen, und ſeine kleinſte über ſechs Millionen geogr. Meilen; weil er ſich eben ſo wenig, als die übrigen Planeten, in einem

Cirkel, ſondern in einer Ellipſe bewegt, in deren einem Brennpuncte die Sonne liegt.

§. 120.

Die Venus, welche alle übrigen Planeten und Sterne an Glanz und ſcheinbarer Größe übertrifft, wird ebenfalls nur gegen Aufgang, oder nach Untergang der Sonne, jedoch länger, als Mercur, erblickt, weil ſie weiter von ihr abſteht, und ſich bis 47 Grad von ihr entfernt. Im gemeinen Leben wird ſie bald der Morgenſtern, bald der Abendſtern genannt, nachdem ſie nämlich vor Aufgang, oder nach Untergang der Sonne ſichtbar iſt. Sie iſt beynahe ſo groß, wie die Erde, und erſcheint, wenn man ſie durch ein Fernrohr betrachtet, ebenfalls bald ganz, bald nur zum Theil erleuchtet. Ihre mittlere Entfernung von der Sonne beträgt über funfzehn Millionen geogr. Meilen, und wenn ſie der Erde am nächſten kömmt, beträgt ihr Abſtand von uns noch gegen ſechs Millionen Meilen. Ihre Bahn um die Sonne vollendet ſie in 224 Tagen, 16 Stunden, 48 Minuten, und dreht ſich binnen 23 Stunden und 20 Minuten einmal um ihre Axe.

§. 121.

Die Erde, deren mittlere Entfernung von der Sonne, wie bereits §. 118. bemerkt worden iſt, über zwanzig Millionen Meilen beträgt, braucht zur Vollendung ihrer Bahn um die Sonne 365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten und zu einer Umwälzung um ihre Axe 23 Stunden, 56 Minuten, 4 Secunden. Durch die erſte Bewegung werden die verſchiednen Jahreszeiten, nebſt der ſcheinbaren Bewegung der Sonne

in der Ekliptik, durch die andre aber Tag und Nacht, nebſt der Erſcheinung von dem Auf- und Untergange der Geſtirne verurſacht. Der Nebenplanet der Erde, nämlich der Mond, iſt über funfzigmal kleiner, als die Erde; denn ſein Durchmeſſer beträgt nicht viel über den vierten Theil von dem Durchmeſſer der Erde. Daß wir ihn bald ganz, bald nur zum Theil, und bisweilen gar nicht erleuchtet ſehen, rührt von ſeiner verſchiednen Stellung gegen die Erde und Sonne her, von welcher er ſein Licht empfängt. Wenn er nämlich der Sonne gegenüber ſteht, ſo können wir die ganze erleuchtete Seite ſehen und haben alſo Vollmond; wenn er aber zwiſchen die Erde und Sonne kömmt, ſo ſehen wir nichts von der erleuchteten Seite und haben daher Neumond; und wenn er 90 Grad von der Sonne entfernt iſt, welches im erſten und letzten Viertel geſchieht, ſo kann er uns nur die Hälfte von der erleuchteten Seite zeigen. Sein größter Abſtand von der Erde, um welche er ſich binnen 27 Tagen, 7 Stunden und 43 Minuten bewegt, beträgt ungefähr 67000 und ſein kleinſter 46000 Meilen. Schon mit bloßen Augen, jedoch noch beſſer durch gute Fernröhre, erblickt man auf ſeiner Oberfläche eine Menge Flecken, von denen einige veränderlich, andre aber unveränderlich ſind. Die großen Flecken, welche auch blöden Augen ſichtbar ſind, bleiben immer einerley; bey den kleinern aber, die eine bläſſere Farbe haben und nur durch Fernröhre geſehen werden können, bemerkt man dieſes beſondere, daß ſie von Zeit zu Zeit ihre Figur, Größe und Lage ändern, und allemal der Sonne entgegengeſetzt ſind. Es ſcheint alſo, daß es im Monde eben ſo, wie auf unſrer Erde, Berge, Thäler und Seen geben müſſe.

Die ganz hellen Gegenden halten die Aſtronomen für Gebirge, die dunkeln beſtändigen Flecken aber für Thäler oder Seen, und die veränderlichen blaſſen Flecken für den Schatten der Berge. Der Mond zeigt uns beſtändig einerley Hälfte von ſeiner Oberfläche; woraus ſich ſchließen läßt, daß er in eben der Zeit, in welcher er ſeine Bahn um die Erde durchläuft, ſich auch um ſeine Axe bewegen müſſe. Die Mondfinſterniſſe verdienen dieſen Namen im eigentlichen Verſtande; denn ſie ſind wirkliche Verfinſterungen des Mondes und entſtehen, wenn zur Zeit des Vollmonds die Erde zwiſchen den Mond und die Sonne in gerader Linie zu ſtehen kömmt, ſo daß die Erde einen Schatten auf den Mond wirft und ihm das Sonnenlicht entweder ganz oder zum Theil entziehet.

§. 122.

Der Mars, welcher ſich durch ſein röthliches Licht von den übrigen Planeten leicht unterſcheiden läßt, iſt ebenfalls kleiner, und zwar über dreymal kleiner, als unſre Erde. Sein mittler Abſtand von der Sonne beträgt ungefähr zwey und dreyßig Millionen geographiſche Meilen. Zu einem Umlaufe um dieſelbe braucht er ein Jahr und dreyhundert zwey und zwanzig Tage. Auf ſeiner Oberfläche bemerkt man durch gute Fernröhre ſehr anſehnliche Flecken, aus deren Bewegung man gefunden hat, daß er ſich in vier und zwanzig Stunden und vierzig Minuten um ſeine Axe drehet. Wenn er der Sonne gegen über, oder nahe bey ihr ſteht, ſo erſcheint er mit vollem Lichte; wenn er aber eine andre Stellung gegen die Sonne hat, ſo ſieht er nicht völlig rund, ſondern

bauchig aus, und zwar ſo, daß er den hellen Theil ſeiner Oberfläche der Sonne zukehrt. Hieraus iſt alſo klar, daß er mit Recht unter die dunkeln Körper gerechnet wird, weil er kein anderes Licht hat, als dasjenige, was er von der Sonne empfängt.

§. 123.

Der Jupiter, welcher ſich allemal als ein ſehr heller, mit einem gelblichen Lichte ſchimmernder Stern zeigt, iſt der größte unter allen Planeten, und über 1400mal größer, als unſre Erde. Er vollendet ſeine Bahn um die Sonne, von welcher er über hundert und acht Millionen Meilen entfernt iſt, nicht eher als in eilf Jahren und 314 Tagen; zu der Bewegung um ſeine Axe aber braucht er nicht mehr, als 9 Stunden und 56 Minuten. Wenn man ihn durch gute Fernröhre betrachtet, ſo bemerkt man auf ſeiner Oberfläche verſchiedne dunkle und helle Streifen, nebſt andern Flecken, die aber eine ſehr veränderliche Geſtalt und Lage haben. Seine vier Trabanten oder Monden, die man erſt in den Jahren 1609 und 1610 entdeckt hat, ſind noch größer, als unſer Mond, und bewegen ſich in verſchiednen Kreiſen und in verſchiednen Zeiten um den Jupiter. Der erſte, nämlich derjenige, welcher dem Jupiter am nächſten iſt, braucht zur Vollendung eines Umlaufs 1 Tag, 18 Stunden, 27 Minuten; der zweyte 3 Tage, 13 Stunden, 3 Minuten; der dritte 7 Tage, 3 Stunden, 42 Minuten; und der vierte Trabant 16 Tage, 16 Stunden, 32 Minuten; wobey ich die von den Sternkundigen noch berechneten Secunden weggelaſſen habe.

§. 124.

Der Saturn, welcher ſich durch ein blaſſes Licht von den übrigen Planeten unterſcheidet, iſt zwar etwas kleiner, als der Jupiter, aber doch viel größer, als alle übrigen bekannten Planeten. Denn nach den Beobachtungen der Aſtronomen und den darauf gegründeten Rechnungen übertrift er die Größe unſrer Erdkugel über tauſendmal. Seine Entfernung von der Sonne beträgt beynahe zweyhundert Millionen Meilen, und ein einziger Umlauf um dieſelbe erfordert eine Zeit von neun und zwanzig Jahren und 166 Tagen. Von den ſieben Trabanten oder Monden, die aber nur durch ſehr große und vollkommne Fernröhre erblickt werden können, bewegt ſich der erſte in 22 Stunden, 39 Minuten, der zweyte in 1 Tage, 8 Stunden, 52 Min. der dritte in 1 Tage, 21 Stunden, 18 Minuten, der vierte in 2 Tagen, 17 Stunden, 44 Minuten, der fünfte in 4 Tagen, 12 Stunden, 25 Minuten, der ſechste, welcher die übrigen an Größe übertrifft, in 15 Tagen, 22 Stunden, 34 Minuten und der ſiebente in 79 Tagen, 7 Stunden, und 53 Minuten um den Saturn. Die beyden innerſten Trabanten, nämlich der erſte und zweyte, waren vor dem Jahre 1789, in welchem ſie von Herſcheln durch ſein 40füßiges Teleſkop zuerſt geſehen wurden, den Aſtronomen noch ganz unbekannt, und daher heißt jetzt derjenige Saturnstrabant der dritte, welcher ſonſt der erſte genannt wurde. Ueberdieſes bemerkt man mit bewafneten Augen noch eine beſondre Merkwürdigkeit bey dieſem Planeten, die man bey keinem andern Weltkörper antrifft. Nämlich er iſt mit einem dünnen flachen Ringe umgeben, welcher nirgends mit ihm zuſammenhängt und eben ſo wenig, wie der Sa-

turn, ein eignes Licht hat, ſondern von der Sonne erleuchtet wird. Weil dieſer Ring, deſſen wahre Beſchaffenheit von den Sternkundigen noch nicht hat entdeckt werden können, keine große Dicke, und nicht immer einerley Stellung gegen die Erde hat; ſo erſcheint auch der Saturn durch die Fernröhre nicht immer unter einerley Geſtalt. Bisweilen ſieht er aus wie eine Kugel mit zwey Handhaben, bisweilen aber hat er eine völlig runde Geſtalt, ſo daß es ſcheint, als wenn er ſeinen Ring verloren hätte. Dieſes kömmt daher, weil wir bey dieſer Stellung nur die Dicke des Ringes zu ſehen bekommen, welche aber viel zu wenig beträgt, als daß ſie bey einer ſo ungeheuren Entfernung bemerkt werden könnte. Der Durchmeſſer dieſes Ringes beträgt über 40000 und ſein Umfang mehr als 120000 Meilen.

§. 125.

Der **Uranus**, welcher ſich mit bloßen Augen, denen er kaum als ein Stern der ſechsten Größe erſcheint, nicht gut finden läßt, iſt über achtzigmal größer als unſre Erde, und noch einmal ſo weit von der Sonne entfernt, als Saturn, oder ungefähr achtzehnmal ſo weit, als die Erde. Zu ſeinem Umlauf um die Sonne braucht er eine Zeit von drey und achtzig Jahren und 150 Tagen. Wenn er alſo, wie ſichs ſehr wahrſcheinlich vermuthen läßt, bewohnt iſt, ſo haben diejenigen von ſeinen Einwohnern, welche nur zwölf Jahr alt ſind, ſchon länger gelebt, als Methuſalem auf unſrer Erde. Der berühmte Herſchel, dem wir die Entdekkung dieſes Planeten zu verdanken haben, iſt auch ſchon im Jahr 1787 ſo glücklich geweſen, zwey von ſeinen Trabanten zu entdecken und 1798 noch vier andere.

§. 126.

Außer den jetzt beſchriebenen Planeten und ihren Trabanten, die wir gewiß noch nicht alle kennen, gehören noch viele andre Weltkörper zu unſerm Sonnenſyſtem, ich meine die Kometen, deren Anzahl ſich aber nicht genau beſtimmen läßt; doch iſt es ſehr wahrſcheinlich, daß ſie viel größer, als die Zahl aller Haupt- und Nebenplaneten ſeyn müſſe. Denn ob man gleich mit bloßen Augen nur ſelten Kometen erblickt; ſo ſind ſie doch den Liebhabern der Sternkunde, welche den Himmel durch Fernröhre fleißig betrachten, ſehr gewöhnliche Erſcheinungen. Sie unterſcheiden ſich von andern Sternen vorzüglich durch den ſtarken Schein, den ſie um ſich haben, und der bisweilen einen ſehr langen Schweif bildet. Sie bewegen ſich bald von Abend gegen Morgen, bald von Mittag gegen Mitternacht, bald auch nach andern Richtungen, und gehören übrigens unter diejenigen Weltkörper, die kein eignes Licht haben, ſondern ihr Licht von der Sonne erhalten. Ihre Bahnen gehen zwar um die Sonne, haben aber eine ſehr längliche Geſtalt. Von demjenigen Kometen, welcher im Jahr 1759 erſchien, weiß man nunmehr, daß er ſeinen Umlauf um die Sonne ungefähr in 75 Jahren vollendet; von vielen andern Kometen aber vermuthen die Sternkundigen, daß ſie einige Jahrhunderte zu einem einzigen Umlauf nöthig haben. Der Schweif, welcher dieſe Weltkörper dem gemeinen Volke ſo furchtbar macht, iſt allemal der Sonne entgegengeſetzt, und ſcheint nichts anders zu ſeyn, als ein von den Sonnenſtrahlen erleuchteter Dunſtkreis. Die fürchterliche Meinung, die immer noch die meiſten Leute von der Bedeutung und den Wirkungen dieſer Sterne hegen, iſt ganz un-

gegründet. Denn wenn man erwägt, daß die Kometen einen eben ſo ordentlichen Lauf haben, wie die Planeten, nur daß ſie eine viel längere Zeit zu ihrem Umlauf um die Sonne brauchen; wenn man ferner bedenkt, daß ſich die Zeit ihrer Erſcheinung voraus beſtimmen läßt, und daß viele Kometen faſt allen Einwohnern der Erde ſichtbar ſind; ſo läßt ſich hieraus leicht einſehen, wie lächerlich es ſey, zu glauben, daß ein Komet deswegen erſcheine, um einem Lande, oder gar einer einzigen Perſon ein Unglück zu verkündigen, zumal da die Geſchichte lehrt, daß auf die Erſcheinung eines Kometen eben ſo oft glückliche, als traurige, und bisweilen gar keine merkwürdigen Begebenheiten erfolgt ſind. Auch die Meinung, daß ein Komet unſrer Erde ſehr leicht zu nahe kommen, und ſie in Brand ſtecken oder ſonſt beſchädigen könne, hat keinen hinlänglichen Grund, wenigſtens keine große Wahrſcheinlichkeit.

Eilftes Kapitel.

Von dem Erdkörper insbeſondere.

§. 127.

Da derjenige Weltkörper, welchen uns der Schöpfer zu unſerm Wohnplatze angewieſen hat, ohne Zweifel die ſorgfältigſte Betrachtung verdienet; ſo will ich zu demſelben wieder zurück kehren und meinen jungen Leſern hier wenigſtens die vornehmſten, in die Naturlehre gehörigen Merkwürdigkeiten unſrer Erde bekannt machen, die eben ſo wenig, als die

übrigen Weltkörper, an etwas befeſtiget iſt, wie man ſchon einigermaßen aus den Reiſen um den ganzen Erdkörper ſehen kann, welche in den letzten beyden Jahrhunderten von verſchiednen Seefahrern und nach verſchiednen Richtungen angeſtellt worden ſind. Daß auch die Geſtalt unſrer Erde eben ſo, wie die Geſtalt der übrigen Weltkörper, kugelförmig ſey, läßt ſich ſchon aus der Betrachtung der Mondfinſterniſſe erkennen. Denn da der Erdſchatten auf der Mondſcheibe beſtändig kreisförmig erſcheint, der Mond mag ſtehen, wo er will; ſo muß die Erde nothwendig eine kugelförmige Geſtalt haben, weil nur Körper von dieſer Geſtalt kreisförmige Schatten nach allen Gegenden zu werfen können. Doch iſt dieſes nicht ſo zu verſtehen, daß man die Erde im ſtrengſten geometriſchen Verſtande eine Kugel nennen könne. Denn erſtlich verurſachen ſchon die vielen Berge und Vertiefungen, die man auf der Oberfläche der Erde in Menge antrifft, eine Abweichung von der vollkommnen Kugelgeſtalt, welche aber kaum ſo viel beträgt, als die Ungleichheit, die von einigen Sandkörnern auf der Oberfläche einer künſtlichen Erdkugel verurſacht wird. Denn die Höhe der größten Berge macht kaum $\frac{1}{1720}$ von dem Durchmeſſer unſrer Erde aus. Ferner haben auch die in den neuern Zeiten, von den geſchickteſten Meßkünſtlern angeſtellten Ausmeſſungen gezeigt, daß die Erde unter den Polen etwas eingedrückt, und folglich die Erdaxe etwas kleiner, als der Durchmeſſer des Aequators ſey. Dieſe Abweichung von der wahren Kugelgeſtalt beträgt zwar etwas mehr, als diejenige, welche von den Bergen herrührt: denn nach den neueſten Ausmeſſungen verhält ſich die Erdaxe zu dem Durchmeſſer des Aequators wie 177 zu 178. Allein auch dieſe Abwei-

chung erlaubt es noch, die Erde in allen Fällen, wo nicht die größte Genauigkeit erfordert wird, für einen kugelförmigen Körper zu halten. Was nun die Größe der Erde betrifft, so hat man durch geometriſche Ausmeſſung einzelner Grade verſchiedner Mittagskreiſe gefunden, daß der Umkreis der Erde 5400 geographiſche Meilen, jede Meile zu 3805 franz. ſechsfüßige Ruthen, oder 23642 Rheinl. Fuß gerechnet, und folglich der Durchmeſſer der Erde 1720, und der Halbmeſſer 860 Meilen beträgt; woraus ſich durch Hülfe der Geometrie ſehr leicht die Größe der Oberfläche, die ungefähr 9292086 Quadratmeilen beträgt, und der körperliche Inhalt der Erde, der über 2659 Millionen Cubikmeilen ſteigt, beſtimmen läßt.

§. 128.

Weil man alſo die Erde, ohne einen merklichen Fehler zu befürchten, für eine Kugel halten kann; ſo ſtellt man ſich daher auf ihrer Oberfläche auch alle die Linien, Cirkel und Puncte vor, die man in Gedanken auf der Himmelskugel beſchreibt. Nämlich denjenigen Diameter, um welchen ſich die Erde binnen 24 Stunden herum bewegt, nennt man ihre Axe, und die Endpuncte derſelben die Pole, welche alſo gerade unter den Weltpolen liegen. Derjenige Pol, der uns Europäern am nächſten liegt, wird der Nordpol, der entgegengeſetzte aber der Südpol genannt, wie bey der Weltkugel. Um beyde Pole zieht man in Gedanken, und zwar in einer Entfernung von 23 Gr. 28 Min. Cirkel, welche man Polarcirkel zu nennen pflegt. Der Cirkel, welcher überall von den beyden Polen einerley Abſtand hat, wird auch hier der Aequator, von den Schiffern aber die Linie genannt, und von

der Ekliptik, wie am Himmel, unter einem Winkel von 23 Gr. 28 Min. durchſchnitten. Die Wendecirtel, den Horizont und den Meridian oder Mittagskreis ſtellt man ſich gleichfalls auf der Oberfläche der Erde eben ſo vor, wie auf der Himmelskugel. Weil aber jeder Ort ſeinen eignen Mittagskreis hat, ſo betrachtet man einen gewiſſen Meridian, deſſen Lage hinlänglich bekannt iſt, als den erſten Mittagskreis, und beſtimmt alsdenn, indem man von Abend gegen Morgen zu zählet, wie viel Grade die Meridiane andrer Oerter davon abſtehen. Einige ziehen dieſen erſten Mittagskreis durch die Canariſche Inſel Teneriffa, und zwar durch den darauf befindlichen hohen Berg Pico, andre durch die Canar. Inſel Palma, viele auch durch die Inſel del Ferro, oder durch eine andre bekannte Inſel, und die neuern Aſtronomen gemeiniglich durch ein berühmtes Obſervatorium. Den Abſtand des Meridians eines Ortes von dem erſten Mittagskreiſe, den man durch Grade eines Cirkels mißt, pflegt man die Länge, ſo wie den Abſtand eines Orts von dem Aequator die Breite zu nennen. Liegt ein Ort zwiſchen dem Aequator und dem Nordpol, ſo wird ſeine Breite nördlich, liegt er aber in der andern Hälfte der Erdfläche, nämlich zwiſchen dem Aequator und dem Südpole, ſo wird dieſelbe ſüdlich genannt.

§. 129.

Durch die Polar- und Wendecirkel wird die ganze Oberfläche der Erde in fünf Streiſe abgetheilt, welche unter dem Namen der Zonen, Erdgürtel und Erdſtriche bekannt ſind. Der Streif zwiſchen den Wendecirkeln, deſſen Breite faſt ſieben und vierzig

Grad ausmacht, wird der heiße Erdſtrich oder die heiße Zone genannt, weil es darin viel heißer iſt, als in den übrigen Erdſtrichen. Zwiſchen den Wende- und Polarcirkeln liegen die beyden gemäßigten Erdſtriche, von denen jeder drey und vierzig Grad breit iſt. Die cirkelförmigen, von den Polarcirkeln eingeſchloſſenen Räume heißen die kalten Erdſtriche, weil darin wegen der unter ſehr ſchiefen Winkeln auffallenden Sonnenſtrahlen eine viel größere Kälte herrſchet, als in den übrigen Erdſtrichen.

§. 130.

Der größte Theil von der Oberfläche der Erde iſt mit dem Meere bedeckt, deſſen Waſſer beſtändig einen ſehr ſalzigen und ekelhaft bittern oder pechartigen Geſchmack hat, ungeachtet ihm durch den Regen und die Flüſſe lauter ſüßes Waſſer zugeführt wird. Es iſt alſo zu vermuthen, daß der Grund des Meeres ſelbſt die Quellen dieſes im Seewaſſer befindlichen Salzes enthalten müſſe. In den Meeren, die unter dem Aequator oder nicht weit davon liegen, iſt das Waſſer viel ſalziger, als weiter gegen die Pole zu. Auch iſt die Salzigkeit und Bitterkeit des Meerwaſſers, welches in der Tiefe geſchöpft wird, viel größer, als desjenigen, welches die Oberfläche des Meeres ausmacht. Die aus dem Meere beſtändig in großer Menge ausdünſtenden Waſſertheilchen, mit denen aber die viel ſchwerern Salztheilchen nicht zugleich in die Höhe ſteigen, ſammlen ſich in den Wolken, welche durch den Wind über das feſte Land und vorzüglich an die Spizzen der Berge getrieben werden. Die Wolken theilen das durch die Ausdünſtung erhaltene Waſſer wieder in mancherley Geſtalt den Bergen und übrigen

Theilen der Erde mit, wodurch die Brunnen und Quellen entſtehen, aus denen die Bäche und Flüſſe ihr Waſſer erhalten, welches ſie endlich wieder in das Meer führen. Noch ein ſehr merkwürdiger Umſtand bey dem Meerwaſſer iſt das periodiſche Aufſchwellen und Sinken deſſelben, welches beſtändig, und zwar ungefähr von ſechs zu ſechs Stunden abwechſelt. Dieſe Bewegung des Waſſers, welche man vorzüglich in dem großen Weltmeere, aber nicht in den kleinern Seen bemerkt, iſt unter dem Namen der Ebbe und Fluth bekannt; nämlich durch das Wort Ebbe wird das Fallen oder Niederſinken, und durch Fluth das Steigen oder Aufſchwellen des Waſſers verſtanden. Weil man nun durch vieljährige Beobachtungen gefunden hat, daß die Beſchaffenheit der Ebbe und Fluth ſich vorzüglich nach dem Stande des Mondes, zum Theil aber auch nach dem Stande der Sonne richtet; ſo ſcheint die Urſache dieſer merkwürdigen Bewegung des Meerwaſſers in der anziehenden Kraft des Mondes und der Sonne zu ſuchen zu ſeyn.

§. 131.

Auf dem feſten Lande verdienen vorzüglich die großen Ungleichheiten der Erdfläche, ich meine die Berge, angemerkt zu werden. Selten trifft man einzelne große Berge auf ganz ebenem Lande an, meiſtentheils liegen deren ſehr viele in einer Reihe neben einander und machen ein ſogenanntes Gebirge aus. Die höchſten Berge findet man in America, und zwar unter und nahe bey dem Aequator; doch beträgt die Höhe des größten unter dieſen Bergen noch nicht 20000 franz. Fuß. Einige Berge, z. B. der Veſuv im Königreiche Neapel, Aetna in Sicilien,

und Hekla in Island, zeigen bisweilen eine beſondre und ſehr fürchterliche Erſcheinung; nämlich ſie werfen zu manchen Zeiten eine ungeheure Menge Feuer, glühende Steine, Rauch und Aſche aus: daher man ſie Vulcane oder feuerſpeyende Berge zu nennen pflegt. Oftmals fließen aus dergleichen Bergen große feurige Ströme, die nicht ſelten etliche Meilen lang und einige hundert Schritt breit ſind. Dieſe ausfließende Materie, welche aus geſchmolzenen Metallen, Steinen und andern in der Erde befindlichen Materien beſtehet, iſt unter dem Namen der Lava bekannt. Woher die feuerſpeyenden Berge entſtehen, iſt von den Naturforſchern noch nicht hinlänglich beſtimmt worden. Viele nehmen zur Erklärung ihres Urſprungs und der Urſache der Erdbeben einen beſtändig in dem Innern der Erde befindlichen großen Vorrath von Feuer an, dem man den Namen Centralfeuer gegeben hat. Allein da man noch niemals eine halbe Meile unter die Oberfläche der Erde eingedrungen iſt, und auch nicht viel tiefer wird eindringen können, um die innere Beſchaffenheit derſelben zu unterſuchen; ſo ſcheint die Gewißheit dieſes unterirdiſchen Feuers noch ſehr vielen Zweifeln unterworfen zu ſeyn. Ein Gemiſch von zerſtoßenem Schwefel und Eiſenfeile verurſacht, wenn es mit Waſſer angefeuchtet wird, einen ſtarken Dampf und Hitze. Vielleicht entſtehen die bey den Erdbeben und feuerſpeyenden Bergen gewöhnlichen Erſcheinungen auf eine ähnliche Art, da es unter der Erde häufig ſolche und andre Theilchen gibt, durch deren Vermiſchung ein Feuer verurſacht wird. Doch kann auch die Electricität, die brennbare Luft, und andre, uns noch unbekannte Urſachen Theil an dieſen fürchterlichen Erſcheinungen haben.

§. 132.

Die Luft, welche unſre Erde umgibt, iſt beſtändig mit einer großen Menge fremder Theilchen angefüllt, weil durch die Wirkung der Sonnenſtrahlen und der in den thieriſchen und andern Körpern befindlichen Wärme nicht nur viele Waſſertheilchen, ſondern auch ölichte, ſchwefelartige und andre Materien in feine Dünſte aufgelöſet und in die Höhe getrieben werden, wo ſie ſich mit der Luft vermiſchen, und von derſelben angezogen werden. Dieſe mit allerhand Dämpfen und Dünſten erfüllte obere Luft wird daher die Atmoſphäre oder der Dunſtkreis genannt, deſſen Höhe ſich aber nicht genau beſtimmen läßt; doch wird dieſelbe von einigen Naturforſchern aus der Dauer der Dämmerung ungefähr auf acht bis zehn geographiſche Meilen geſchätzt. Eine merkliche Veränderung in der Atmoſphäre wird ein Meteor oder eine Lufterſcheinung genannt, wovon ich noch das merkwürdigſte im folgenden Kapitel kürzlich anführen will.

Zwölftes Kapitel.

Von den Lufterſcheinungen.

§. 133.

Man pflegt die Lufterſcheinungen gemeiniglich in luftige, wäßrige, feurige und glänzende einzutheilen; welche Eintheilung ich auch hier beybehalten will, ob ſich gleich manches gegen dieſelbe

erinnern läßt. Die luftigen beſtehen in einer merklichen Bewegung der ganzen Luftmaſſe, und werden auch Winde genannt. Die wäßrigen, feurigen und glänzenden ſind blos in Anſehung der Düuſte, wodurch die Veränderung in dem Dunſtkreiſe verurſacht wird, oder in Anſehung der Art und Weiſe, wie dieſe Veränderung geſchiehet, von einander unterſchieden.

§. 134.

Die Winde, welche man in Anſehung ihrer Stärke in gewöhnliche Winde und Sturmwinde eintheilet, entſtehen theils durch eine plötzliche Veränderung der Wärme und Kälte der Luft, wodurch ihr Gleichgewicht aufgehoben wird, theils durch die aus den Klüften und der Oberfläche der Erde aufſteigenden elaſtiſchen Dünſte, wodurch ein Theil der Atmoſphäre ausgedehnt, und in eine andre Gegend getrieben wird, theils durch die Bewegung der Erde und durch die anziehende Kraft des Mondes und der Sonne, theils auch durch andre, uns noch nicht hinlänglich bekannte Urſachen. Die Geſchwindigkeit der Winde iſt ſehr unterſchieden. Die gewöhnlichen Winde, welche ſelten weit kommen, durchlaufen in einer Stunde bisweilen kaum eine deutſche Meile, die großen Sturmwinde aber, die auch Orkane genannt werden, und ſich oft durch ganze Länder ausbreiten, 9 bis 12 Meilen. Wenn zwey ſtarke Winde einander entgegenblaſen, ſo wird an dem Orte, wo ſie zuſammenſtoßen, der Staub nebſt den Dünſten, die in der Luft ſchweben, in einem Kreiſe herumgetrieben, welches man einen Wirbelwind zu nennen pflegt.

§. 135.

In unſern Gegenden, und überhaupt in den Ländern, die in den gemäßigten Erdſtrichen liegen, ſind die Winde zu jeder Jahreszeit ſehr unbeſtändig. Hingegen in dem heißen Erdſtriche, beſonders in dem indiſchen Meere, bemerkt man Winde, welche durch einen Theil des Jahres immer nach einerley Richtung, die übrige Zeit aber nach der gerade entgegengeſetzten Richtung wehen. Dieſe beſtändigen Winde pflegen die Seefahrer Muſſons oder Paſſatwinde zu nennen.

§. 136.

Die vornehmſten wäßrigen Lufterſcheinungen ſind die Wolken, der Nebel, der Thau, der Reif, der Regen, der Schnee und der Hagel, welche auch in der That darin mit einander übereinkommen, daß ihre vornehmſten Beſtandtheile wäßriger Natur ſind, die nur durch die Vermiſchung mit andern Dünſten oder durch die Wirkung der Wärme und Kälte mancherley Aenderung leiden.

§. 137.

Die Wolken beſtehen aus einer Menge wäßriger und andrer verdickter Dünſte, welche in der obern Luft ſchweben, und wegen ihrer Dichtigkeit die Sonnenſtrahlen brechen und zurückwerfen; daher ſie unſern Augen unter verſchiednen Farben ſichtbar werden. Ihr Abſtand von der Obfläche der Erde iſt nicht immer einerley, aber ſelten beträgt er mehr als den vierten Theil oder aufs höchſte die Hälfte einer Meile.

§. 138.

Eine Menge wäßriger und durch die Kälte verdickter Dünſte, welche in der untern Luft ſchweben, verurſachen einen Nebel, der alſo eigentlich ſeiner Natur nach nichts anders iſt, als eine Wolke, die ſich entweder herabgeſenkt, oder in der Tiefe erzeugt hat. Daß uns aber die Wolken unter einer andern Farbe erſcheinen, als die Nebel, rührt blos von ihrer Entfernung her. Wenn man ſich auf der Spitze eines hohen Berges mitten in einer Wolke befindet, ſo ſieht ſie völlig ſo, wie Nebel, aus. Steigt man aber den Berg herunter, ſo ſcheint ſie entweder viel dunkler oder viel heller zu ſeyn.

§. 139.

Der Thau beſteht aus den feinen wäßrigen Dünſten, welche aus der Erde in die Höhe ſteigen und wieder herabfallen, aber wegen ihrer Feinheit in der Nähe nicht geſehen werden. Man pflegt auch diejenigen Waſſertropfen, die man des Morgens auf den Blättern der Blumen und andrer Pflanzen erblickt, Thau zu nennen. Dieſe Tropfen aber ſind nicht aus der Atmoſphäre herabgefallene Dünſte, ſondern ſie ſchwitzen nach Untergang der Sonne aus den Oefnungen der Pflanzen; denn man findet ſie auch, wenn die Pflanzen die ganze Nacht hindurch mit einem Gefäße bedeckt geweſen ſind. Der Reif iſt nichts anders als gefrorner Thau; er entſteht nämlich, wenn die wäßrigen Dünſte ſchon gefrieren, ehe ſie in Tropfen zuſammenfließen können.

§. 140.

Der Regen entſteht, wenn die wäßrigen Dün-

ſie in einer Wolke ſo nahe an einander kommen, daß ſie ſich wegen ihrer anziehenden Kraft in Tropfen vereinigen, welche alsdenn wegen ihres vergrößerten Gewichts von der Luft nicht mehr getragen werden können, und daher nothwendig herabfallen müſſen. Weil nun die Atmoſphäre außer den wäßrigen, auch andre Arten von Dünſten enthält, und durch die Bewegung des Windes die kleinen Eyer der Ungeziefer, die Saamen von verſchiednen Pflanzen und andre kleine Körperchen in die Höhe getrieben werden; ſo iſt es nicht zu verwundern, wenn bisweilen mit dem Regen auch verſchiedne ölichte, ſchwefelartige und andre Materien herabfallen. Was die gemeinen Leute einen Schwefelregen nennen, beſteht ſelten aus ſchwefelartigen Theilen, ſondern iſt meiſtentheils nichts anders, als Blumenſtaub, der bisweilen von dem Winde über eine große Strecke in Menge verbreitet wird. Daß es auch Milch, Steine oder Fröſche regnen ſollte, iſt eine fabelhafte Erzählung des gemeinen Volks. Der ſogenannte Blutregen kömmt nicht aus den Wolken, ſondern rührt gemeiniglich von Schmetterlingen her, die nach ihrer Verwandlung einen rothen Tropfen zurück laſſen.

§. 141.

Wenn große Regenwolken, die viel Waſſer enthalten, von einem heftigen Winde gegen einen Berg getrieben, oder auf andre Art ſtark zuſammengepreßt werden, daß die darin enthaltenen Waſſertheilchen plötzlich zuſammenfließen, und in großer Menge herabſtürzen, ſo nennt man einen ſolchen Regen einen Platzregen, und wenn er außerordentlich heftig iſt, einen Wolkenbruch.

§. 142.

Bisweilen wird eine Regenwolke von zwey ſtarken, einander entgegengeſetzten Winden zuſammengedrückt, wodurch die wäßrigen Dünſte, welche die Wolke ausmachen, in einem Kreiſe herumgetrieben werden. Eine ſolche Erſcheinung, welche man zwar am häufigſten auf der See, bisweilen aber auch auf großen Flüſſen zu bemerken pflegt, wird ein *Waſſerwirbel*, oder eine *Waſſerhoſe* genannt. Dieſe Waſſerhoſen, welche die Seereiſenden oft in die größte Gefahr ſtürzen, haben gemeiniglich die Geſtalt einer cylindriſchen oder kegelförmigen Säule. Ihre breite Fläche hängt mit dem übrigen Theile der Wolke zuſammen, und ihre Spitze iſt nach der Erde zu gekehret. Ihr Durchmeſſer beträgt oft zwanzig und mehr Ruthen. Sie ſenken ſich ſchnell auf das Meer oder auf die Erde herunter; und wenn ſie ſich der Fläche des Meeres nähern, ſo ſteigt ihnen aus demſelben eine kleine Waſſerſäule entgegen. Ihre Gewalt iſt außerordentlich groß. Die höchſten Bäume, Häuſer und Schiffe werden von ihnen niedergeriſſen und verheeret. Ihre Bewegung iſt ſehr ſchnell, und mit einem fürchterlichen Getöſe und einer großen Ueberſchwemmung, bisweilen auch mit heftigen Blitzen verbunden; welches alles ſo lange währet, bis die ganze Wolke heruntergefallen iſt. Doch pflegt ein ſolcher Waſſerwirbel ſelten länger als eine Stunde zu dauern.

§. 143.

Wenn die wäßrigen Dünſte, indem ſie aus der Luft herunterfallen, wie längliche Faſern gefrieren, ſo entſteht Schnee; werden aber ganze kugelförmige Regentropfen zu Eiſe, ſo entſteht Hagel oder Schloſſen.

Die Schloſſen unterſcheiden ſich vom Hagel nur durch die geringere Größe. Man hat Beyſpiele von Hagelkörnern, die über ein halb Pfund gewogen haben.

§. 144.

Unter die feurigen Lufterſcheinungen werden gemeiniglich die Gewitter, die Nordſcheine, die Feuerkugeln, der fliegende Drache, die Sternſchnuppen und die Irrlichter gerechnet, ob man gleich, nach meiner Meinung, einige von dieſen mit größerm Rechte in die Claſſe der glänzenden Lufterſcheinungen ſetzen könnte.

§. 145.

Ein Gewitter iſt nichts anders, als ein heftiger Ausbruch der natürlichen Electricität der Wolken, welcher entſteht, wenn eine electriſche Wolke einer unelectriſchen Wolke oder einem andern unelectriſchen Körper nahe kömmt, wodurch ein großer Funken oder Blitz erzeugt wird, welcher durch ſeine ſchnelle Bewegung die Lufttheile erſchüttert, und dadurch ein Getöſe verurſacht, welches man den Donner zu nennen pflegt. Die Richtigkeit dieſer Erklärung wird durch die Erfahrung beſtätiget, welche lehret, daß eine eiſerne Stange, oder ein andrer Körper, welcher der mitgetheilten Electricität fähig iſt, allemal electriſch wird, wenn man ihn bey einem Gewitter an ſeidnen Schnüren in die freye Luft hängt.

§. 146.

Weil der Schall nicht ſo weit als das Licht fortgepflanzt wird, ſo läßt ſich von einem ſehr entfernten Gewitter, von welchem man den Donner nicht mehr

hören kann, doch der Blitz oder der Widerſchein davon noch ſehen. Ein ſolcher Widerſchein eines entfernten Blitzes, von welchem der Donner nicht gehört wird, iſt das Wetterleuchten. Im gemeinen Leben pflegt man ſich in dieſem Falle auch ſehr oft des Ausdrucks zu bedienen: das Wetter kühlt ſich.

§. 147.

Das Nordlicht iſt ein feuriger heller Schein, welcher bisweilen an dem Himmel und zwar gemeiniglich gegen den nördlichen Horizont geſehen wird. Es ſcheint eine große Aehnlichkeit mit dem Gewitter zu haben, und ebenfalls eine Wirkung der natürlichen Electricität zu ſeyn, weil man beobachtet hat, daß bey ſtarken Nordlichtern metallene Körper, die im Freyen an ſeidnen Schnüren hingen, electriſch geworden ſind, daher es auch einige für ein unreifes Gewitter halten. Bisweilen hat es die Geſtalt eines um den ganzen Himmel gehenden Bogens, und wird daher in dieſem Falle von einigen Schriftſtellern ein Bogenlicht genannt.

§. 148.

Die Feuerkugeln und Sternſchnuppen, deren Natur man noch nicht hinlänglich erforſcht hat, hält man gemeiniglich für brennbare Dünſte, welche ſich in der obern Luft entzünden und herabfallen. Der ſogenannte fliegende Drache iſt nichts anders, als eine Feuerkugel, die im Fortbewegen einen Schweif hinter ſich zeigt, woraus die Einbildungskraft des gemeinen Volks einen Drachen geſchaffen hat.

§ 149.

Den Namen Irrlichter, gibt man den kleinen

hellen Flammen, die man ſehr häufig an ſumpfigen Oertern des Abends in der Luft, nicht weit über der Erde herumhüpfen ſieht. Hr. Volta, einer der jetzigen ſcharfſinnigſten Naturforſcher, hat zuerſt bemerkt, daß man ſehr leicht brennbare Luft erhalten kann, wenn man in eine Pfütze oder in einen Moraſt mit einem Stocke ſtößt, und die Luft, welche aus den aufſteigenden Blaſen kömmt, mit einem gläſernen Gefäße auffängt. Dieſe Luft mit gemeiner Luft vermiſcht, entzündet ſich oft auf einmal und brennt fort. Hieraus läßt ſich alſo ſehr gut die Entſtehung der Irrlichter und vieler andrer Feuergeſtalten erklären, z. E. derjenigen, welche der gemeine Mann mit dem Namen des wüthenden Heers und mit andern abergläubiſchen Benennungen zu bezeichnen pflegt.

§. 150.

Zu den glänzenden Lufterſcheinungen rechnet man vornämlich den Regenbogen, die Höfe um die Sonne und den Mond, ingleichen die Nebenſonnen und Nebenmonde, die ihren Grund in den oben angeführten Eigenſchaften des Lichts haben, welche man die Reflexion oder Refraction zu nennen pflegt.

§. 151.

Der Regenbogen entſteht, wenn die Sonnenſtrahlen in niederfallenden Regentropfen gebrochen und nach ihren Farben von einander abgeſondert, zugleich aber auch aus denſelben zurückgeworfen werden, ſo daß von Tropfen, welche in einerley Cirkel liegen, gleichgefärbte Strahlen in das Auge des Zuſchauers kommen. Man kann daher nur alsdenn

einen Regenbogen ſehen, wenn man eine regnende und dunkle Wolke vor ſich, die Sonne aber hinter ſich hat. (Phyſ. Tab. 3. fig. 1.)

§. 152.

Die Höfe oder Kronen, welche nicht nur bisweilen die Sonne und den Mond, ſondern auch andre Geſtirne zu umgeben ſcheinen, ſind leuchtende Kreiſe, die ſich nicht wirklich an dieſen Weltkörpern befinden, ſondern durch die Brechung der Lichtſtrahlen in unſrer Atmoſphäre entſtehen, wenn dieſelbe mit vielen Dünſten angefüllt iſt, wie man ſchon daraus ſehen kann, weil ein ſolcher Hof ſelten von zwey Perſonen, die etliche Meilen von einander entfernt ſind, zu einerley Zeit geſehen wird.

§. 153.

Wenn ſich verſchiedne Höfe um die Sonne oder den Mond zeigen, und einander durchſchneiden; ſo entſtehen in den Durchſchnittspuncten, weil das Licht daſelbſt vervielfältigt wird, weit hellere Kreiſe, welche bisweilen das Bild der Sonne oder des Mondes vorſtellen, und daher Nebenſonnen und Nebenmonde genannt werden. Gemeiniglich bemerkt man ſie im Winter und zwar zu der Zeit, wenn viele feine Eistheilchen aus der Luft herabfallen.

Die natürliche Geſchichte.

Einleitung.

§. 1.

Die natürliche Geſchichte enthält eine in gehöriger Ordnung abgefaßte Beſchreibung der ſogenannten natürlichen Körper, oder Naturalien, wodurch man diejenigen Körper auf unſerm Erdboden verſteht, die aus Materien von verſchiedner Art zuſammengeſetzt, und durch die Kunſt der Menſchen noch nicht allzuſehr verändert worden ſind. Aus dieſer Erklärung erhellt alſo, daß zweyerley Arten von Körpern aus dem Gebiete der natürlichen Geſchichte ausgeſchloſſen ſind, nämlich erſtlich die elementariſchen, die aus Theilen von einerley Weſen beſtehen, und mit welchen ſich die Naturlehre beſchäftiget, ferner die künſtlichen, welche durch eine willkührliche Veränderung oder Zuſammenſetzung der Menſchen hervorgebracht werden, und der Gegenſtand der verſchiednen Künſte und Handwerke ſind.

§. 2.

Man pflegt alle natürliche Körper unter drey Hauptabtheilungen zu bringen, welche man die drey Reiche der Natur nennt, nämlich das Thierreich,

das Pflanzenreich und das Mineralreich. Dieſe Eintheilung gründet ſich auf folgende Unterſchiede der natürlichen Körper. Bey einigen findet man die Fähigkeit zu empfinden, und willkührliche Bewegungen hervorzubringen; bey andern aber blos die Fähigkeit ſich zu bewegen, ohne Empfindungskraft; und noch andere ſind nichts, als Maſſen, die aus einer Menge zuſammengehäufter und mit einander verbundener Theile beſtehen, und der Fähigkeit, ſich aus eigner Kraft zu bewegen, beraubt ſind. Die Körper der erſten Claſſe, bey denen man nämlich die Kraft zu empfinden bemerkt, machen das Thierreich aus; diejenigen aber, bey denen die Fähigkeit, ſich zu bewegen, nicht mit der Empfindungskraft verbunden iſt, gehören zum Pflanzenreiche, und die übrigen, denen alle dieſe Eigenſchaften mangeln, zum Mineralreiche.

§. 3.

Weil die Bewegungs-Fähigkeit eines Körpers, die ihren Grund in dem innern Bau deſſelben hat, in der Sprache der neuern Naturforſcher überhaupt Leben genannt wird; ſo pflegt man die jetzt angeführten Unterſchiede der natürlichen Körper auch alſo auszudrücken: die Thiere wachſen, leben und empfinden; die Pflanzen wachſen und leben, ohne zu empfinden; die Mineralien wachſen, ohne zu leben und zu empfinden.

§. 4.

Wegen der großen Menge der natürlichen Körper wird jedes Reich wieder in Claſſen, die Claſſen

in Ordnungen, die Ordnungen in Geſchlechter, und die Geſchlechter in Arten eingetheilt, welche zuſammengenommen ein ſogenanntes Syſtem ausmachen.

§. 5.

An dem Nutzen der natürlichen Geſchichte wird wohl niemand zweifeln, der wenigſtens dieſen Umſtand überlegen kann, daß die ſämmtlichen mechaniſchen Künſte, ohne welche unſer Leben aller Bequemlichkeit beraubt ſeyn würde, in Bearbeitung der natürlichen Körper beſtehen, und folglich deſto vollkommener werden müſſen, je genauer die Eigenſchaften dieſer Körper bekannt ſind.

Erſte Abtheilung.

Das Thierreich.

Erſtes Kapitel.

Von der allgemeinen Eintheilung der Thiere.

§. 6.

Das Thierreich wird nicht von allen Naturforſchern auf einerley Art eingetheilt. Die Nothwendigkeit aber, mich der Kürze zu befleißigen, erlaubt mir nicht, alle bekannte Eintheilungen anzuführen; daher jetzt blos diejenige erklärt werden ſoll, wel-

che den berühmten Ritter von Linne' zum Urheber hat, und noch immer den meiſten Beyfall findet.

§. 7.

Es gründet ſich aber die Linnäiſche Eintheilung der Thiere auf die Verſchiedenheit, welche theils in dem Baue ihres Herzens, theils in der Beſchaffenheit ihres Bluts, theils in der Art und Weiſe, wie ſie ſich vermehren, wie ſie Luft ſchöpfen und gehen, gefunden wird.

§. 8.

Bey einigen Thieren beſtehet das Herz aus zwey Höhlen oder Kammern, bey andern aber nur aus einer. Das Blut iſt bey vielen roth und warm; bey einigen roth und kalt, und bey andern weiß und kalt. Ferner bringen einige ihre Jungen lebendig zur Welt; andre aber legen blos Eyer, aus welchen hernach die Jungen durch die Wärme der Alten oder der Sonne ausgebrütet werden. Einige haben Lungen, andre aber nicht; einige haben Füße, andern fehlen dieſe Theile. Daher theilt der Ritter von Linne' das ganze Thierreich in ſechs Klaſſen.

Die erſte Klaſſe enthält diejenigen Thiere, welche nicht nur zwey Herzkammern und rothes warmes Blut haben, ſondern auch ihre Jungen lebendig gebären und ſie ſäugen; daher ſie ſäugende Thiere genannt werden.

Die zweyte Klaſſe beſtehet aus den Vögeln, die zwar ebenfalls zwey Herzkammern und rothes warmes Blut haben, aber ihre Jungen nicht lebendig gebären, ſondern Eyer legen.

Die dritte Klaſſe enthält die Amphibien, bey welchen man nur eine Herzkammer, kaltes rothes Blut, und Lungen findet.

Die vierte Klaſſe begreift die Fiſche in ſich, welche ebenfalls nur eine Herzkammer und kaltes rothes Blut, aber keine Lungen haben.

Zu der fünften Klaſſe gehören die Inſecten, bey welchen man auch nur eine Herzkammer, kaltes weißes Blut, Fühlhörner und Füße in ihrem vollkommnen Zuſtande antrifft.

Die ſechste Klaſſe beſteht aus den Gewürmen, die zwar, wie die Inſecten, nur eine Herzkammer, und weißes kaltes Blut, aber keine eigentliche Füße und keine Fühlhörner haben.

§. 9.

Die Anzahl der Arten der Thiere, die man bereits kennt, beläuft ſich ſchon nach dem Linnäiſchen Verzeichniß auf 6137. Nämlich

Die erſte Klaſſe	enthält	230	Arten
Die zweyte Klaſſe	⸗	946	⸗
Die dritte Klaſſe	⸗	292	⸗
Die vierte Klaſſe	⸗	404	⸗
Die fünfte Klaſſe	⸗	3060	⸗
Die ſechste Klaſſe	⸗	1205	⸗
	Summe	6137	⸗

Dieſe große Anzahl derſelben, die man faſt bis auf 12000 vermehren könnte, wenn man alle, von den jetzigen Naturforſchern entdeckte Thierarten hinzufügen wollte, und die Abſicht der gegenwärtigen Blätter nöthigen mich alſo, blos bey den Eintheilungen der

Klaſſen in Ordnungen ſtehen zu bleiben, und nur von einigen die merkwürdigſten Geſchlechter und Arten anzuführen.

Zweytes Kapitel.

Von den ſäugenden Thieren.

§. 10.

Alle Thiere, welche zu dieſer Abtheilung gehören, ſind mit Brüſten verſehen; daher ſie auch von dem Ritter von Linne' Mammalia genannt werden. Die meiſten ſind vierfüßig und leben auf dem feſten Lande; einige aber, die ſich im Waſſer aufhalten, haben ſtatt der Füße Floſſen, und wurden ſonſt von allen Naturforſchern unter die Fiſche gerechnet. Die ganze Klaſſe der ſäugenden Thiere iſt von dem ſchwediſchen Naturforſcher in der letzten Ausgabe ſeines Naturſyſtems unter ſieben Ordnungen gebracht worden; bey welcher Eintheilung vorzüglich die Beſchaffenheit der Zähne, zum Theil auch der Füße zum Grunde liegt.

§. 11.

Die erſte Ordnung enthält diejenigen Thiere, bey welchen man in der obern Kinnlade vier ſchneidende Vorderzähne, die in einer geraden Linie ſtehen, nebſt einzelnen ſpitzigen Eckzähnen und ſtumpfen Backzähnen antrifft. Der Ritter von Linné nennt ſie Primates, und der deutſche Herausgeber ſeines Na-

turſyſtems, Müller, menſchenähnliche Thiere, wenn gleich nicht alle unter dieſe Ordnung gehörigen Geſchöpfe eine große Aehnlichkeit mit den Menſchen haben. Es gehören darunter: der Menſch, der Affe, das Geſpenſtthier und die Fledermaus.

Von den Affen findet man ungeſchwänzte, kurzgeſchwänzte und langgeſchwänzte. Unter den ungeſchwänzten iſt vorzüglich der Orang-Utang, welcher in Oſtindien gefunden wird, wegen ſeiner großen Aehnlichkeit mit dem Menſchen merkwürdig. Die kurzgeſchwänzten heißen auch Baviane und die langgeſchwänzten Meerkatzen. Die Geſpenſtthiere, wovon es verſchiedne Arten gibt, haben in ihrer Lebensart und Geſtalt eine ziemliche Aehnlichkeit mit den Affen, den Kopf ausgenommen, welcher mehr dem Kopfe eines Fuchſes als eines Affen gleicht. Unter den Fledermäuſen, die ſich einer zwiſchen ihren vier Füßen ausgeſpannten zarten Haut ſtatt der Flügel bedienen, gibt es Arten, welche die Größe einer Katze oder eines mittelmäßigen Hundes haben, und daher gemeiniglich fliegende Katzen und fliegende Hunde genannt werden. Einige von dieſen großen Fledermäuſen, die man aber nur in dem heißen Erdſtriche findet, haben die Gewohnheit, den ſchlafenden Menſchen und Thieren, welche ſie mit ihrer ſtachlichen Zunge verwunden, das Blut auszuſaugen; daher man ſie Vampyre oder Blutſauger zu nennen pflegt.

§. 12.

Die zweyte Ordnung (Bruta) beſteht aus denjenigen Thieren, die weder oben, noch unten Vorderzähne haben. Hierunter gehören: der Elephant,

die Seekuh, das Faulthier, der Ameiſen-Freſſer, das Formoſiſche Teufelchen oder das Schuppthier, und das Armadill oder Panzerthier.

Der Elephant iſt das größte unter allen vierfüßigen Thieren, und trotz ſeines unförmlichen Körpers überaus gelehrig. Die Naſe iſt in einen ſehr langen, biegſamen Rüſſel verlängert, womit dieſes Thier ſehr künſtliche Bewegungen machen kann. Das Panzerthier, wovon es verſchiedne Arten gibt, hat einen hornartigen Ueberzug über den ganzen Körper.

§. 13.

Die Thiere der dritten Ordnung (Ferae) unterſcheiden ſich von den übrigen durch ſechs ſpitzige Vorderzähne in der obern Kinnlade, und durch einzelne keilförmige, etwas gekrümmte Eckzähne. Die Geſchlechter dieſer Ordnung ſind: das Seekalb, der Hund, worunter auch der Wolf, die Hyäne und die Füchſe gerechnet werden. Die katzenartigen Thiere, wozu nicht nur die zahmen und wilden Katzen, ſondern auch die Löwen, die Tieger, das Pantherthier, und der Luchs gehören; das Frett, wozu auch die Pharaoratze, das Stinkthier, die Genettkatze und das Zibetthier gerechnet wird; das Wieſel, worunter auch, nach dem Linnäiſchen Syſtem, die Fiſchotter, der Vielfraß, der Marder, der Iltis, der Zobel und das Hermelin gehören; der Bär, nebſt dem Dachs und Coati; die Beutelratze, der Maulwurf, die Spitzmaus und der Igel.

Die Pharaoratze, welche ungefähr die Größe eines ſtarken Katers hat, wird vorzüglich in Aegypten, an den Ufern des Nils gefunden, und von den

Einwohnern dieſes Landes ſehr geſchätzt, weil ſie die Häuſer von Mäuſen, Ratten, Fröſchen und Schlangen reiniget, auch die Eyer der Krokodile fleißig aufſucht und dadurch dieſe, für Aegypten ſehr ſchädlichen Thiere vermindert. Das Ziberthier, welches auch von einigen Biſamkatze genannt wird, weil es einige Aehnlichkeit mit den Katzen hat, die es aber an Größe übertrift, und den bekannten Biſam liefert, den es in einem beſondern, nicht weit von dem After befindlichen Beutel führt, iſt vorzüglich wegen dieſer ſtark riechenden Materie merkwürdig, die anfänglich ſo weich, wie Honig iſt, und eine weißliche Farbe hat, hernach aber verhärtet und braun wird. Man findet dieſe Thiere nur in Aſien und Afrika. Die Beutelratze, ein ſüdamericaniſches Thier, welches aber auch in Oſtindien gefunden wird, ungefähr von der Größe eines Marders, hat ihren Namen von dem beſondern, am Unterleibe befindlichen Beutel erhalten, der ſich öffnen und verſchließen läßt. In dieſem Beutel, welcher dem Männchen mangelt, trägt das Weibchen ihre Jungen, ſo lange ſie noch zart und ſchwächlich ſind, und nimmt ſie auch nachher wieder in denſelben auf, ſobald ihnen eine Gefahr droht.

§. 14.

Die Thiere der vierten Ordnung, nämlich die nagenden Thiere (Glires) haben oben und unten zwey Schneidezähne. Eckzähne ſind gar nicht vorhanden; bisweilen aber drey bis ſechs ſtumpfe Backenzähne auf jeder Seite. Unter dieſe Ordnung gehören: das Stachelſchwein, der Haſe, nebſt dem Kaninchen, der Biber, das Mäuſe- und Rattengeſchlecht, worunter auch das Murmelthier und das Eichhörnchen gerechnet werden.

§. 15.

Die Thiere der fünften Ordnung oder die wiederkäuenden Thiere (Pecora) haben in der untern Kinnlade ſechs bis acht Vorderzähne, die von den Backenzähnen entfernt ſind, in der obern aber gar keine, und überdieſes Füße mit geſpaltenen Hufen. Die Hauptgattungen oder Geſchlechter ſind: das Kameel, worunter auch der Dromedar gehöret, der nur einen Höcker auf dem Rücken hat, das Moſchus-Thier, der Hirſch, wozu auch das Reh, das Elenn- und Rennthier gerechnet wird; die Böcke, wozu auch die Gemſen, Steinböcke und die Antilopen oder Gazellen gehören; das Schaf und der Ochſe.

Die Antilopen, welche man blos wegen ihrer hohlen, niemals abfallenden Hörner unter das Ziegengeſchlecht rechnet, ob ſie gleich ſonſt, ſowohl in der Geſtalt, als auch in der Größe den Hirſchen und Rehen gleichen, gehören unter die ſchönſten vierfüßigen Thiere, und werden ſehr häufig in Aſien und Africa gefunden. Vorzüglich ſind ſie wegen ihrer großen, lebhaften und blitzenden Augen bekannt, welche bey den Morgenländern zum Sprichwort geworden ſind. In einigen dieſer Thiere, von denen es vielerley Arten gibt, findet man grünliche, längliche, unter dem Namen Bezoar bekannte Kugeln, die in dem Magen der Gazellen erzeugt werden; daher man dieſe Thiere Bezoargazellen zu nennen pflegt.

§. 16.

Das Kennzeichen der ſechsten Ordnung (Belluae) ſind ſtumpfe Vorderzähne in beyden Kinnladen,

und Hufen an den Füßen, die aber nicht bey allen ganz, ſondern bey einigen geſpalten ſind. Es gehören darunter: das Pferdegeſchlecht, wozu der Ritter von Linné auch den Eſel und das Zebra rechnet; das Nilpferd, das Schwein und das Nashorn.

Das Zebra, welches nur in Africa gefunden wird, iſt faſt wie ein Pferd geſtaltet, nur hat es etwas längere Ohren, ſchwarzbraune Querſtreifen auf dem weißen Körper, und einen Eſelsſchwanz. Das Nilpferd oder Flußpferd ſieht mehr einem Schweine und Ochſen, als einem Pferde ähnlich, und iſt auch viel größer, denn es wiegt drey bis vier tauſend Pfund.

§. 17.

Die ſiebente und letzte Ordnung enthält die Wallfiſche (Cete), welche von den vorigen Thieren darin hauptſächlich unterſchieden ſind, daß ſie anſtatt der Füße Floßfedern haben, ſonſt aber, was den Bau ihres Herzens, ihr Blut und ihre Lungen betrift, mit den vierfüßigen Thieren, mehr als mit den Fiſchen übereinkommen, auch, wie jene, lebendige Junge gebären; daher ſie der Herr von Linné aus der Klaſſe der Fiſche in die Klaſſe der ſäugenden Thiere verſetzt hat. Die Geſchlechter dieſer Ordnung ſind: der Narhwall, der Grönländiſche Wallfiſch, der Pottfiſch, der Delphin. Dieſe Thiere, wovon die erſten drey alle übrigen lebendigen Geſchöpfe an Größe übertreffen, haben oben auf dem Kopfe eine oder zwey Oefnungen, aus denen ſie das Waſſer, um Athem zu holen, ausſpritzen. Der Narhwall, deſſen Länge bisweilen gegen 60 Schuh beträgt, un-

terſcheidet ſich von den übrigen vorzüglich durch einen ſehr langen aus der Oberlippe hervorkommenden Zahn, welcher von einigen für ein Horn angeſehen wird, daher man dem Narhwall auch den Namen Einhornfiſch beygelegt hat, ob es gleich ſehr wahrſcheinlich iſt, daß dieſe Thiere von Natur zwey ſolche lange Zähne haben, von denen gemeiniglich einer verloren geht. Der grönländiſche Wallfiſch, welcher oft eine Länge von hundert und mehr Schuh erreicht, hat gar keine Zähne, ſondern ſtatt derſelben hornartige Reifen im obern Kiefer, welche das bekannte Fiſchbein ausmachen.

Drittes Kapitel.

Von den Vögeln.

§. 18.

Die Vögel unterſcheiden ſich von den ſäugenden und übrigen Thieren vorzüglich durch folgende Merkmale. Sie haben einen mit Federn bedeckten Körper, zwey Füße, zwey Flügel und einen hornartigen Schnabel, welcher aus zwey Kinnladen beſteht, und eine ſehr verſchiedne Geſtalt hat. Bey einigen Vögeln iſt er gerade, bey andern hingegen unterwärts oder überwärts gekrümmt, und über dieſes bald rund, bald platt, bald kegelförmig, bald cylindriſch, bald meſſerförmig, bald eckig oder hakenförmig, oder ſonſt noch auf mancherley andere Art gebildet. Eigentliche Zähne haben dieſe Thiere nicht; aber bey einigen

iſt der Schnabel inwendig ſo eingekerbt, daß es ſcheint, als wenn er mit Zähnen beſetzt wäre. Bey vielen Vögeln iſt die Wurzel des Schnabels mit einer Haut, wie mit Wachs überzogen; daher man dieſe Naſenhaut auch Wachshaut zu nennen pflegt. Die Füße ſind in Zehen abgetheilt, welche bey den meiſten Vögeln ganz frey, bey einigen aber mit einer zum Schwimmen dienlichen Haut verbunden, oder nur mit einer lappigen Haut eingefaßt ſind. Die Vögel bringen übrigens, wie bekannt, ihre Jungen nicht lebendig zur Welt, ſondern ſie legen oder gebären nur Eyer, die mit einer kalkartigen Schale überzogen ſind. Was die Eintheilung dieſer anſehnlichen Klaſſen von Thieren betrift, ſo iſt dieſelbe bey den Schriftſtellern, welche dieſen Theil der Naturgeſchichte bearbeitet haben, eben ſo verſchieden, als die Eintheilung der vierfüßigen Thiere. Ich will aber hier zur Vermeidung der Weitläuftigkeit ebenfalls nur die Linnäiſche anführen; weil dieſelbe ſehr natürlich, und überaus leicht zu merken iſt. Bey dieſer Eintheilung wird vorzüglich die Beſchaffenheit der Schnäbel zum Grunde gelegt; und weil man ſechs ſehr merkliche Verſchiedenheiten bey den Schnäbeln antrift, ſo hat der Ritter von Linné das ganze zahlreiche Heer der Vögel unter ſechs Ordnungen gebracht, die im Deutſchen folgende Namen führen: Raubvögel, Spechte oder ſpechtartige Vögel, Schwimmvögel, Sumpfvögel, Hüner und Singvögel.

§. 19.

Die Raubvögel (Accipitres), welche die erſte Ordnung ausmachen, und auch Habichte genannt werden, ob man gleich ſonſt dieſen Namen nur auf

eine einzige Art einſchränkt, haben einen gekrümmten Schnabel, deſſen obere Kinnlade über die untere, wie ein krummer Haken gehet. Gleich hinter der Spitze iſt der obere Theil des Schnabels etwas erweitert, und bildet daſelbſt gleichſam einen Zahn. Die Füße ſind kurz und ſtark; die Zehen haben in ihrer Beugung Warzen, und ſind mit krummgebogenen ſcharfen Nägeln bewaffnet. Die meiſten Vögel dieſer Ordnung freſſen Aas und zerreiſſen lebendige Thiere. Ihre Neſter legen ſie allezeit auf hohen Felſen oder großen Bäumen an. Die Hauptgattungen oder Geſchlechter dieſer Ordnung ſind: der Geier, der Falk, wozu auch der Adler, Weihe und Sperber gerechnet wird, die Eule und der Neuntödter.

Unter den Geiern iſt vorzüglich der Cuntur oder Condor, von einigen Schriftſtellern Greifgeier genannt, den man in America und Africa, auch bisweilen, wenigſtens eine ähnliche Art, in einigen europäiſchen Gegenden, beſonders in der Schweitz auf den Alpen antrifft, wegen ſeiner anſehnlichen Größe und Stärke merkwürdig. Er hat einen kahlen Kopf, und iſt oberwärts ſchwarz, oder auch ſchwarz und weiß, und am Unterleibe braun. Die ausgebreiteten Flügel nehmen einen Raum von ſieben bis acht Ellen ein, und der Vogel iſt ſo ſtark, daß er nicht nur Lämmer und Schaafe, ſondern auch Kälber und Kinder von acht bis zehn Jahren anfaſſen und forttragen kann. Von den Falken laſſen ſich viele zur Jagd abrichten. Die hierzu geſchickteſte Art wird der edle Falk genannt. Der Adler, der König der Vögel, fliegt ſehr hoch, bewohnt faſt alle Weltgegenden und verabſcheuet das Aas. Die Eulen, welche ſich durch ihr ſonderbares Anſehen und großen Katzenkopf von

andern Vögeln unterſcheiden, pflegen meiſtentheils den Tag über zu ſchlafen, und nur bey Nachtzeit herumzufliegen. Ihre Augen ſind auch ſo beſchaffen, daß ſie das helle Tageslicht nicht gut vertragen können. Die Neuntödter, welches die kleinſten Vögel dieſer Ordnung ſind, indem ſie ſelten die Amſeln, und meiſtentheils nicht einmal die Sperlinge an Größe übertreffen, ſollen die noch nicht genau unterſuchte Gewohnheit haben, neun und mehr kleine Thiere hinter einander umzubringen, ehe ſie davon zu freſſen anfangen; wodurch die angeführte Benennung veranlaßt worden iſt. Sie werden auch wegen ihrer räuberiſchen und mörderiſchen Art Würger genannt.

§. 20.

Die Vögel der zweyten Ordnung, nämlich die ſpechtartigen (Picae), welche auch von einigen Waldvögel genannt werden, unterſcheiden ſich von andern vorzüglich dadurch, daß ihr Schnabel einigermaßen zuſammengedrückt und der Rücken deſſelben erhaben iſt. Sie haben kurze, ziemlich ſtarke, zum Laufen und Klettern ſehr geſchickte Füße und vier getheilte Zehen, wobey man aber folgenden Unterſchied bemerkt. Bey einigen Gattungen ſtehen zwey Zehen vorwärts und zwey hinterwärts, bey vielen aber drey vorwärts und nur eine hinterwärts. Es gehören unter dieſe Ordnung, außer den eigentlichen Spechten, der Papagey, der Toukan oder Pfefferfreſſer, der Hornvogel, das Rabengeſchlecht, wozu auch die Krähe, Dohle und Elſter gerechnet wird, der Paradiesvogel, der Guckuk, der Eisvogel, der Bienenfreſſer, der Wiedehopf, der Colibri, und einige andre weniger bekannte Gattungen.

Von den Papageyen gibt es über achtzig Arten, die ſowohl in Anſehung der Größe, als auch in Anſehung der Farbe und andrer Umſtände von einander abweichen. Die großen kurzgeſchwänzten Papageye, die weiße Federn haben, wovon einige meiſtentheils in das Roſenfarbige ſpielen, werden Kakatu genannt. Der Toukan oder Pfefferfreſſer, welcher auch die braſilianiſche Elſter genannt wird, woraus man ſein Vaterland erſehen kann, unterſcheidet ſich von allen andern Vögeln durch die auſſerordentliche Größe ſeines Schnabels, welcher inwendig hohl, am Rande wie eine Säge ausgezackt, an der Spitze ein wenig unterwärts gekrümmt, und faſt ſechs Zoll lang iſt, ungeachtet der ganze Vogel kaum die Größe einer Taube hat. Die Paradiesvögel, welche vorzüglich auf den moluckiſchen Inſeln gefunden werden, ſind wegen der Schönheit ihrer Federn merkwürdig, unter denen einige eine Länge von anderthalb Schuh und darüber haben, ungeachtet ein ſolcher Vogel gemeiniglich nicht viel größer als eine Lerche oder Wachtel iſt. Man ſchnitt ſonſt dieſen Vögeln in Oſtindien, ehe man ſie an die Europäer verkaufte, die Füße ab und ſuchte die Einfältigen zu bereden, daß ſie aus dem Paradieſe kämen, und deswegen keine Füße hätten, weil ſie beſtändig in der Luft ſchwebten, auch von nichts als Luft lebten. Dieſe lächerliche Fabel hat die deutſche Benennung veranlaßt. Die Colibri oder Colibritchen, die man auch Honigſauger und Ananasvögel nennt, ſind die kleinſten unter allen Vögeln; denn ſie ſind noch nicht ſo groß als unſre Zaunkönige. Es gibt Arten von dieſer Gattung, die nicht viel größer ſind, als eine Schmeißfliege,

und getrocknet nicht viel mehr, als fünf Gerſtenkörner wiegen; daher man ſie Vogelfliegen zu nennen pflegt. Man findet dieſe niedlichen Vögelchen, die auch wegen der auſſerordentlichen Schönheit ihrer Federn merkwürdig ſind, blos in America. Der ſchönſte iſt der Juwelencolibri. Der Wiedehopf iſt auch ſchön, aber er riecht unangenehm.

§. 21.

Die Vögel der dritten Ordnung, die Schwimmvögel (Anseres), haben einen glatten, mit einer dünnen Haut überzogenen Schnabel, der am Ende etwas breiter, als an der Wurzel iſt. Die Zehen ſind mit einer Schwimmhaut verbunden; wodurch die Füße zum Rudern geſchickt werden. Man rechnet zu dieſer Ordnung: das Gänſegeſchlecht, worunter auch die Enten, der Schwan und der Eidervogel gehören, die Sturmvögel, die Taucher, den Penguin, den Tropikvogel, den Pelican, die Möwen, und noch einige andre Gattungen.

Der Eidervogel, welcher von dem Eiderfluſſe im Holſteiniſchen ſeinen Namen hat, iſt etwas größer, als eine Ente, und vorzüglich wegen der überaus weichen, leichten und elaſtiſchen Federn merkwürdig, die unter dem Namen der Eiderdunen bekannt ſind. Der Penguin, welcher in beyden Indien und in einigen Gegenden von Africa gefunden wird, hat ungefähr die Größe einer zahmen Gans, welcher er auch ſonſt in einigen Stücken gleicht; daher man ihm im Deutſchen den Namen Fettgans gegeben hat. Die Flügel ſind aber ganz anders, als bey den Gänſen geſtaltet; denn ſie beſtehen blos in kleinen häutigen Lappen, die oben und unten mit ſehr kleinen, ſteifen Fe-

derchen beſetzt ſind, und dieſem Vogel nicht zum Fliegen, ſondern nur zur Bewegung im Waſſer dienen. Der Penguin unterſcheidet ſich auch durch den Gang von den Gänſen und andern Vögeln; denn er geht ganz aufrecht, weil die Füße ſehr nahe beym Hintern ſtehen. Der Pelican, den man außer Europa faſt in allen übrigen Welttheilen antrifft, hat ebenfalls in Anſehung der Geſtalt des Körpers eine ziemliche Aehnlichkeit mit der Gans, die er aber zwey bis dreymal an Größe übertrift. Das vornehmſte Unterſcheidungszeichen von der Gans und andern Vögeln iſt der lange, ganz beſonders gebildete Schnabel, deſſen unterſtes Stück aus zwey biegſamen Seitentheilen beſteht, welche der Länge nach durch eine ſchlaffe Haut mit einander verbunden ſind. Dieſe Haut, welche ſich bis unter die Kehle erſtreckt und gleichſam einen Kropf oder vielmehr Sack bildet, hat den Namen Kropfgans veranlaßt. Wenn dieſer Vogel ſeine Jungen füttern will, ſo füllt er ſeinen Kropf mit Fiſchen und Waſſer an, und läßt hernach ſeine Jungen aus dem geöfneten Schnabel freſſen und ſaufen. Was man ſonſt von ihm erzählte, daß er die Gewohnheit hätte, ſich die Bruſt aufzureiſſen, und ſeine Jungen daraus zu tränken, iſt ein Mährchen.

§. 22.

Die Sumpfvögel (Grallae), welche die vierte Ordnung ausmachen, und wegen ihrer hohen Beine auch Stelzenläufer genannt werden, haben meiſtentheils einen langen, etwas walzenförmigen und ſtumpfen Schnabel. Die Schenkel ſind bis über die Knie kahl, und der Schwanz kurz. Die merkwürdigſten Geſchlechter dieſer Ordnung ſind folgende: der

Strauß nebſt dem Caſuar, der Flamingo, die Löffelgans, das Krannichgeſchlecht, worunter auch der Storch, der Reiher und die Rohrdommel gerechnet werden, der Brachvogel, die Schnepfe, der Strandläufer, der Auſterndieb, die Waſſerhühner, die Rallen und die Trappen oder Trappgänſe.

Der Strauß, deſſen Vaterland Africa iſt, wird für den größten unter allen Vögeln gehalten; wenigſtens übertrift er alle übrigen an Höhe, wenn er gleich ſonſt vielleicht dem Condor an Größe weichen müßte. Er hat einen ſehr kleinen, oberwärts kahlen Kopf, und einen kurzen Schnabel, aber einen überaus langen Hals und hohe Beine. Seine ganze Höhe, von der Schnabelſpitze bis an die Füße gerechnet, beträgt bisweilen acht bis neun Schuh. Er iſt der einzige Vogel, deſſen Füße zweyzehig ſind. Der Schwanz beſteht blos aus einem Klumpen nicht allzulanger Federn. Zum Fliegen iſt dieſer große Vogel wegen ſeines ſchweren Körpers, deſſen Gewicht oft über anderthalb Centner beträgt, und wegen ſeiner kleinen Flügel ganz ungeſchickt; doch nützen ihm die letztern zur Geſchwindigkeit im Laufen. Dieſe iſt ſo groß, daß kaum der geübteſte Reiter ihn einzuholen im Stande iſt. Der Caſuar, welcher ebenfalls in Africa, und noch häufiger in Oſtindien, gefunden wird, iſt faſt ſo dick und ſtark, wie der Strauß, hat aber einen kürzern Hals und kürzere Füße, ſo daß ſeine ganze Höhe nicht viel über fünf Schuh beträgt. Auf dem Kopfe befindet ſich ein hornartiger Kamm, und unten am Halſe hängen zwey fleiſchige Häute. Die Flügel ſind überaus kurz, und haben keine eigentlichen Federn,

ſondern nur etliche glänzende Kiele ohne Bart, faſt wie die Stacheln bey den Stachelſchweinen. Der Schwanz fehlt ganz und gar, und die Füße haben drey, mit ſcharfen Nägeln bewaffnete Zehen. Beyde Vögel ſind ſehr gefräßig.

§. 23.

Die Hühner oder hühnerartigen Vögel, (Gallinae) aus welchen die fünfte Ordnung beſteht, haben einen erhabenen runden, nicht allzulangen Schnabel, deſſen oberer Theil mit dem Rande über den untern geht, und meiſtentheils kurze Flügel; daher ſie nicht weit fliegen können. Die Naſenlöcher ſind bis zur Hälfte mit einer knorpelichen Haut bedeckt. Die Hauptgattungen oder Geſchlechter dieſer Ordnung ſind, außer den gemeinen Hühnern, der Tölpel, der Pfau, der Truthahn, der Faſan, das Perlhuhn, und das Berghuhn, worunter auch der Auerhahn, das Rebhuhn und die Wachtel, nebſt noch andern Arten gerechnet werden.

Der Tölpel, dem man dieſen Namen wegen ſeiner Ungeſchicklichkeit gegeben hat, iſt ein indianiſcher Vogel, welcher den Truthahn noch an Größe übertrift. Er hat einen dicken, runden Körper, einen langen, ſtarken Schnabel, kleine Flügel, und ſtatt des Schwanzes einen Klumpen Federn, wie der Strauß. Er iſt weder zum Fliegen, noch auch zum Gehen geſchickt, und kann daher leicht gefangen werden. Wegen ſeines fetten und ſchmackhaften Fleiſches aber wird er ſehr geſchätzt. Der Faſan, welcher heut zu Tage in vielen Gegenden von Deutſchland und in andern europäiſchen Ländern gehegt wird, iſt eigentlich kein europäiſcher Vogel, ſondern ſtammt

aus Aſien und Africa ab. Seinen Namen hat er von dem Fluſſe Faſis in der Türkey erhalten. Er iſt nicht nur wegen ſeines zarten und angenehmen Fleiſches, weswegen er von den Großen und Reichen mit vielen Koſten unterhalten wird, ſondern auch wegen der Schönheit ſeiner Federn merkwürdig. Einige Faſane haben auf den langen Schwanzfedern große blaue, augenförmige Flecken, welche wie die Augen auf den Pfauſchwänzen ausſehen, daher man ſie Pfaufaſane zu nennen pflegt; andere werden wegen der goldgelben oder ſilberglänzenden Farbe ihrer Federn Goldfaſane oder Silberfaſane genannt. Unter den oſtindiſchen Faſanen gibt es einen, welcher auf dem Kopfe, über den Augen, ein Paar fleiſchige, aber ziemlich harte Hörner führet; daher man ihm den Namen des gehörnten Faſans gegeben hat.

§. 24.

Die Vögel der ſechsten und letzten Ordnung nämlich die Singvögel, welche man auch ſperlingsartige Vögel zu nennen pflegt, haben einen kegelförmigen, zugeſpitzten Schnabel, der bey denjenigen, deren Nahrung in harten Körpern beſteht, ſtark und dick, bey den übrigen aber, die ſich von weichen Inſecten und Würmern nähren, ſehr ſchwach und dünne iſt. Die Füße ſind in vier Zehen abgetheilt, wovon drey vorn und eine hinten ſtehet. Es gehören unter dieſe Ordnung, außer den eigentlichen Sperlingen, noch folgende Geſchlechter: die Tauben, von denen es ſehr vielerley Arten gibt, die Lerchen, der Staar, die Krammetsvögel, worunter auch die Droſſeln, Amſeln und Mörlen oder Steinröthel gehören, der Seidenſchwanz, die Kernbeißer, wo-

von einer der bekannteſten der Gimpel oder Dompfaff iſt, die Ammern, worunter man auch den Ortolan rechnet, die Finken, worunter auch der Stieglitz, der Canarienvogel, der Zeißig, der Hänfling und viele andere Arten gehören, die Fliegenfänger, die Bachſtelzen, worunter im Linnäiſchen Syſtem auch die Nachtigall, die Grasmücke, das Rothkehlchen, der Zaunkönig und andre Arten geſetzt werden, die Meiſen, die Schwalben, und die Ziegenmelker.

Der Ortolan, ein kleiner Vogel, welcher auch unter den Namen Fettammer und Gartenammer bekannt iſt, und vorzüglich in Italien gefunden wird, gehört unter diejenigen Vögel, welche von den Reichen und Vornehmen am meiſten geſchätzt werden. Denn er iſt nicht nur wegen ſeines angenehmen Geſanges, den er vorzüglich bey Nacht hören läßt, ſondern auch wegen ſeines ſehr zarten und fetten Fleiſches merkwürdig. Er iſt gemeiniglich grau röthlich, und hat ſchwarze Schwanz- und Schwungfedern, von welchen letztern die drey erſten einen weißen Rand haben.

Die Ziegenmelker oder Milchſauger haben dieſe Namen daher bekommen, weil man ehemals die lächerliche Meinung hegte, daß dieſe Vögel die Gewohnheit hätten, ſich des Nachts in die Ställe zu ſchleichen und den Ziegen die Milch auszuſaugen. Sie werden auch Nachtſchwalben genannt, weil ſie nur des Nachts herumfliegen und eine Aehnlichkeit mit den Schwalben haben, von welchen ſie ſich aber nicht nur durch den ungetheilten Schwanz, ſondern auch durch die borſtenartigen, bey den Naſenlöchern

und an dem untern Theile des Schnabels ſtehenden Härchen unterſcheiden.

Viertes Kapitel.

Von den Amphibien.

§. 25.

Das Wort Amphibium, welches aus der griechiſchen Sprache entlehnt iſt, und von einigen deutſchen Naturforſchern durch zweylebiges Thier überſetzt wird, bedeutet eigentlich ein Thier, welches auf zweyerley Art, nämlich ſowohl im Waſſer, als auch auf dem trocknen Lande leben kann. Allein der Ritter von Linne' nimmt dieſes Wort, weil der äußerliche Umſtand der zweyfachen Art zu leben kein beſtimmtes Kennzeichen abgibt, in einer ganz andern Bedeutung, und verſteht hier durch Amphibien, welche die dritte Claſſe des Thierreichs ausmachen, alle diejenigen Thiere, die nur eine einzige Herzkammer, rothes kaltes Blut, knorpelartige Knochen, und Lungen zum Luftſchöpfen haben. Weil man nun dieſe Merkmale ſowohl bey verſchiednen vierfüßigen Thieren, als auch bey einigen Thieren, denen die Füße gänzlich mangeln, ingleichen bey einigen, die mit Floßfedern verſehen ſind, antrifft; ſo hat der Ritter von Linne' dieſe Claſſe des Thierreichs unter drey Hauptabtheilungen oder ſogenannte Ordnungen gebracht, die jetzt kürzlich beſchrieben werden ſollen.

§. 26.

Die erſte Ordnung enthält die vierfüßigen oder kriechenden Amphibien, (Reptiles) unter denen einige giftig ſind. Die meiſten davon leben theils im Waſſer, theils auch auf dem trocknen Lande, einige davon aber blos in einem einzelnen Elemente. Es gehören unter dieſe Ordnung die Schildkröten, das Froſchgeſchlecht, worunter man auch die Kröten rechnet, das Eidechſengeſchlecht, welches auch die Krokodile nebſt vielen andern Arten enthält, und die ſogenannten Drachen.

Die Schildkröten unterſcheiden ſich von den übrigen Amphibien durch den, mit einer harten Schale, oder knochigem Schilde, bedeckten Körper, welcher einigermaßen das Anſehen einer Kröte hat, wodurch ihre Benennung veranlaßt worden iſt. Dieſe Schale iſt bey einigen, vorzüglich bey den größern Gattungen, mit hornartigen Blättern belegt, welche das bekannte Schildpat ausmachen. Die Schildkröten gebären nicht lebendige Jungen, ſondern legen Eyer, die eine häutige Schale haben. In Anſehung ihrer Lebensart theilt man ſie in Waſſer- und Landſchildkröten ein. Bey den Waſſerſchildkröten unterſcheidet man wieder Meer- und Flußſchildkröten. Unter den Meerſchildkröten findet man die größten. Einige darunter haben eine Länge von acht bis neun Fuß und ſo viel Stärke, daß ſie ſieben bis acht Perſonen auf ihrem Rücken forttragen können. Die meiſten Schildkröten, auch die größern Arten, ſind eßbar, und einige werden ſogar unter die Leckerbiſſen der Reichen gezählt. Unter den Meerſchildkröten wird vorzüglich diejenige

für ſehr wohlſchmeckend und geſund gehalten, die man wegen der Farbe ihrer Schale die grüne Schildkröte zu nennen pflegt.

Aus dem Froſchgeſchlechte verdient vorzüglich eine Surinamiſche Kröte, welche unter dem Namen Pipal bekannt iſt, wegen der Art ihrer Fortpflanzung angemerkt zu werden. Sie hat einen breiten, oben ſchwarzbraunen, unten aber graugelben Körper. Der Rücken iſt voller Gruben, worin die mit einer Schale umgebenen Eyer liegen, ſo daß die Jungen auf dem Rücken ausgebrütet werden.

Unter den verſchiednen Arten des Eidechſengeſchlechts, welches alle vierfüßige Amphibien, die einen geſchwänzten nackten Körper haben, in ſich enthält, ſind vorzüglich das Krokodil, der Chamäleon, und der Salamander merkwürdig. Die Krokodile, wovon man die größten in Aegypten, und zwar im Nil antrifft, haben einen ziemlich langen, hinten breiten, vorne aber ſpitzigen Kopf, einen großen, mit langen, ſcharfen Zähnen gewaffneten Rachen, einen länglichen, mit viereckigen, harten Schuppen, dergleichen ſich auch auf dem Kopfe befinden, gepanzerten Körper, und einen langen Schwanz, welcher auf der obern Seite mit ſchuppigen Zacken beſetzt iſt. Die africaniſchen Krokodile, welche für die grauſamſten und gefährlichſten gehalten werden, erreichen eine Länge von achtzehn bis vier und zwanzig Schuh, und leben von Fiſchen und allerhand Landthieren, deren ſie ſich gemeiniglich zu der Zeit bemächtigen, wenn dieſe an das Waſſer kommen, um ſich zu baden oder ihren Durſt zu löſchen. Sie fallen auch Menſchen an, die an dem Ufer herumgehen, oder ſich in kleinen Fahrzeugen befinden. Die-

jenigen, welche man in Aſien und America antrifft, ſind gemeiniglich kleiner, als die africaniſchen, und auch nicht ſo grauſam. Alle dieſe Thiere pflanzen ihr Geſchlecht durch Eyer fort, welche ſie in den Sand legen, und durch die Wärme der Sonne ausbrüten laſſen.

Der Chamäleon iſt eine kurze, dicke, unſchädliche Eidechſe, deren Länge ſelten mehr, als eine Spanne, und bisweilen nicht einmal ſo viel beträgt. Man erzählte ſonſt von dieſem Thiere, welches in Aegypten, auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung, und in einigen andern Gegenden gefunden wird, allerhand fabelhaftes, vorzüglich dieſes, daß es von nichts, als von der Luft lebe, und die Farbe der nahe liegenden Gegenſtände annehme. Jetzt aber weiß man aus ſichern Erfahrungen, daß ſeine Nahrung in Fliegen und andern kleinen Inſekten beſteht, daß es aber auch viele Wochen ohne alle Speiſen leben kann. Eine Veränderung der Farbe wird zwar bey dem Chamäleon bemerkt; allein dieſe Veränderung wird nicht durch die Gegenſtände, welche dieſem Thiere nahe ſind, ſondern durch Mattigkeit, durch Zorn, und durch andre Affekten verurſacht.

Der Salamander, welchen man nicht nur in Indien, ſondern auch in einigen Gegenden des mittägigen Europa antrifft, iſt nicht größer, als der Chamäleon, aber etwas anders geſtaltet und gezeichnet. Er hat einen dicken, fetten Körper, und einen dicken ſtumpfen Schwanz, der eben ſo lang iſt, als der Körper. Der Oberleib hat eine glänzend ſchwarze oder grauliche Farbe und iſt überdieſes gemeiniglich mit ſchönen gelben Flecken geziert. Die Farbe des

Unterleibes fällt ins Gelbe oder Weißliche. Der Rücken iſt mit zwey Reihen Warzen beſetzt, aus denen ſich eine milchige Feuchtigkeit auspreſſen läßt. Wenn man den Salamander auf glühende Kohlen legt, ſo pflegt er durch die Feuchtigkeit, die er nicht nur aus dieſen Warzen, ſondern auch aus dem Munde häufig von ſich gibt, das Feuer eine zeitlang auszulöſchen. Hieraus iſt die Fabel entſtanden, daß er im Feuer leben könne und unverbrennlich ſey, wovon man jetzt das Gegentheil aus wiederholten Verſuchen weiß. Die neuern Naturforſcher nehmen aber auch bisweilen das Wort Salamander in einer weitern Bedeutung, und verſtehen dadurch alle Eidechsarten, die vierzehige Vorderfüße und keine Schuppen haben, worunter auch das in Deutſchland unter dem Namen Molch bekannte Thier gehöret. Ueberhaupt pflegt man gemeiniglich Erdſalamander, Waſſerſalamander und Feuerſalamander zu unterſcheiden. Unter dem letztern Namen wird diejenige Art verſtanden, welche man ſonſt nur ſchlechtweg Salamander zu nennen pflegte.

Die ſogenannten Drachen ſind ebenfalls kleine, unſchädliche Eidechſen, die unſern gemeinen Eidechſen an Geſtalt und Größe ſehr nahe kommen, nur daß ſie einen viel längern Schwanz haben, und vermittelſt einer, an den Seiten des Körpers hervorſtehenden Haut fliegen können; daher man ſie auch fliegende Eidechſen nennt. Die Erzählungen von großen fürchterlichen Drachen gehören unter die Fabeln.

§. 27.

Die ſchleichenden Amphibien, aus denen die

zweyte Ordnung beſteht, führen den allgemeinen Namen Schlangen (Serpentes), welchen man allen denjenigen Thieren gibt, die durch Lungen Luft ſchöpfen, und einen wurmförmigen Körper ohne Füße, ohne Schwimmfloſſen, und ohne äußerliche Ohren haben. Der Körper dieſer Thiere, wovon man ſchon über zwey hundert Arten kennt, iſt entweder mit Schuppen und Schilden, oder mit Ringen und Runzeln bedeckt. Die Schuppen ſind längliche, theils ſpitzige, theils abgerundete kleine Blättchen, die wie Dachziegeln über einander liegen, und meiſtentheils den ganzen Rücken, vom Kopfe an bis zur Schwanzſpitze, bekleiden. Durch die Schilde verſteht man nichts anders, als verlängerte Schuppen, welche die Geſtalt breiter, halbmondförmiger Ringe haben, und den Unterleib der Schlangen, wie halbe Cirkel, umgeben. Dieſe Schuppen, Schilde und Runzeln, welche die Schlangen von einander dehnen, und wieder zuſammenziehen können, dienen ihnen auf dem trocknen Lande ſtatt der Füße, und im Waſſer ſtatt der Schwimmfloſſen. Die Kinnladen dieſer Thiere ſind meiſtentheils mit ſpitzigen Zähnen beſetzt, und laſſen ſich, ſo wie auch die innern Theile des Körpers, ſehr ſtark aus einander dehnen. Außer den ordentlichen Zähnen haben einige Schlangen in der obern Kinnlade noch zwey ſogenannte Giftzähne, welche hohl und größer, als die übrigen ſind. Hinter der Wurzel dieſer Giftzähne, welche die Schlangen herausſtrecken und wieder einziehen können, befinden ſich kleine Bläschen, welche eine flüſſige und giftige Materie enthalten. Dieſes Gift ergießt ſich in die beyden hohlen, beweglichen Zähne, und dringt aus der Spitze derſelben in die von den Schlangen gebiſ-

ſene Wunde. Die Zunge dieſer Thiere iſt ſehr lang, aber ſchmal, und endiget ſich in zwey Spitzen. Die Augen ſind bey einigen Arten ſo klein, daß man ſie kaum bemerken kann. Aeußere Werkzeuge des Gehörs findet man zwar bey ihnen nicht; doch kann man ihnen deswegen die Fähigkeit, den Schall zu empfinden, nicht ganz abſprechen. Alle Jahre legen ſie ihre Haut ab, woher die Veränderlichkeit ihrer Farben entſteht. Einige Schlangen halten ſich blos auf dem trocknen Lande, andre aber im Waſſer, und noch andre bald im Waſſer, bald auf dem trocknen Lande auf. Verſchiedne Arten gebären lebendige Jungen; die meiſten aber legen Eyer, die gemeiniglich eine längliche Geſtalt und eine pergamentartige Schale haben. Nur der kleinſte, und vielleicht kaum der zehnte Theil der Schlangen iſt giftig. Die meiſten ſind ganz unſchädlich, und einige, vorzüglich die großen indianiſchen Arten, haben ſogar ein eßbares und ſchmackhaftes Fleiſch. Manche werden auch ſehr zahm, und können in den Häuſern, ſtatt der Katzen, zur Vertilgung der Ratten, Mäuſe und andrer dergleichen beſchwerlichen Thiere gebraucht werden.

Bey der Eintheilung dieſer zahlreichen Ordnung der Amphibien wird von dem Ritter von Linne' die Beſchaffenheit der Bedeckung unter dem Bauche und dem Schwanze zum Grunde gelegt, und die Arten eines jeden Geſchlechts durch die Anzahl der Schilde, Schuppen und Ringe beſtimmt. Nämlich die Schlangen haben entweder Schilde und Schuppen zugleich, oder nur Schuppen und keine Schilde, oder weder Schuppen noch Schilde. Bey den erſtern bemerkt man wieder folgenden Unterſchied. Einige haben ſo-

wohl am Unterleibe, als auch am Schwanze Schilde; bey andern hingegen iſt nur der Bauch mit Schilden, der Schwanz aber blos mit Schuppen beſetzt. Von jenen gibt es auch gewiſſe Arten, deren Schwanz mit einer Klapper verſehen iſt. Diejenigen Schlangen, deren Körper weder mit Schuppen noch mit Schilden bedeckt iſt, haben ſtatt derſelben entweder ordentlich zuſammenlaufende Ringe, oder nur bloße Runzeln. Wegen dieſer ſechsfachen, ſehr merklichen Verſchiedenheit der Bedeckung dieſer Thiere, wird das ganze Heer von Schlangen im Linnäiſchen Syſtem in folgende ſechs Hauptgattungen oder Geſchlechter eingetheilet.

§. 28.

Zu dem erſten Geſchlechte werden diejenigen Schlangen gerechnet, welche Schilde am Bauche und Schwanze haben, der aber nur halb damit beſetzt iſt, überdieſes auch mit einer Klapper an der Spitze des Schwanzes verſehen ſind; daher man ſie Klapperſchlangen oder Rattelſchlangen zu nennen pflegt. Sie werden ſowohl in Oſtindien, als auch in America gefunden, und gehören unter die ſchädlichſten und giftigſten Arten; denn auf ihren Biß folgt gemeiniglich in einigen Minuten der Tod. Die größten ſind ungefähr ſo dick, wie ein Mannsarm, und fünf bis ſechs Schuh lang. Die an der Schwanzſpitze befindliche Klapper beſteht in etlichen durchſichtigen, pergamentartigen Blaſen, die gliederweiſe an einander hängen, und gegen das Ende immer ſchmäler werden. Dieſe Blaſen geben, wenn die Schlange ſie rüttelt, einen eben ſolchen Ton von ſich, wie eine mit Erbſen gefüllte Blaſe.

Die Schlangen, aus denen das zweyte Geſchlecht beſteht, dem man gemeiniglich den Namen Boa gibt, haben gleichfalls unter dem Bauche und unter dem Schwanze überall Schilde, aber keine Schwanzklapper. Sie ſind wegen der Schönheit ihrer Haut eben ſo merkwürdig, als wegen ihrer anſehnlichen Größe, welche ihnen den Namen Rieſenſchlangen zu Wege gebracht hat. Die größte und merkwürdigſte Art, welche die Namen Königsſchlange, Büffelſchlange, Schlangenkönig, und noch viele andre Namen führet, iſt ſo dick, als ein großer erwachſener Menſch, und bisweilen zwanzig bis dreyßig Schuh lang, überdieſes ſo ſtark, daß ſie nicht nur Rehe und Hirſche, ſondern auch Tieger und die größten Büffel erdroſſeln und verſchlingen kann. Sie iſt übrigens nur wegen ihrer Stärke furchtbar, ſonſt aber eben ſo wenig, als die übrigen Arten dieſes Geſchlechts, wovon man keine einzige in Europa antrifft, giftig. Die Indianer halten ihr Fleiſch für einen Leckerbiſſen.

Die Schlangen des dritten Geſchlechts, denen man im Deutſchen den Namen Nattern gegeben hat, haben nur allein am Bauche Schilde, am Schwanze aber nur Schuppen. Einige gebären lebendige Jungen, und dieſe pflegt man Vipern, auch bisweilen Ottern zu nennen; welcher letztere Name aber im gemeinen Leben ſehr verſchiedentlich gebraucht wird. Viele Arten dieſes zahlreichen Geſchlechts, worunter auch alle europäiſche Schlangen gehören, nur die Blindſchleiche ausgenommen, ſind giftig; die meiſten aber ohne Gift. Die giftigſte darunter iſt die ſogenannte Brillenſchlange, eine oſtindiſche Art,

welche dieſen Namen wegen einer braunen, im Nakken befindlichen Zeichnung, die ſo ziemlich wie eine Brille ausſieht, erhalten hat. Sie iſt einige Schuh lang und ſo dick, wie ein Arm. Ihr Biß tödtet in einigen Stunden.

Die Schlangen des vierten Geſchlechts, denen man den Namen Aalſchlangen gegeben hat, ſind weder am Bauche, noch unter dem Schwanze mit Schilden, ſondern überall mit Schuppen bedeckt. Hierunter gehört die auch in unſern Gegenden bekannte Blindſchleiche, die aber dieſen Namen eigentlich nicht verdient; denn ſie iſt in der That nicht blind, ſondern hat nur überaus kleine Augen, die ſich nicht bemerken laſſen, wenn man dieſe Schlange nicht ſehr nahe betrachtet. Unter den ausländiſchen Arten iſt vorzüglich die ſogenannte Hornſchlange merkwürdig, welche ungefähr drey Spannen lang iſt und in Aegypten gefunden wird. Sie iſt aber nicht eigentlich gehörnt: denn Schlangen mit Hörnern gibt es nirgends; ſondern ſie hat nur zwey lange Zähne, welche den obern Kiefer durchbohren, und mit ihren Spitzen über dem Kopfe hervorragen, ſo daß ſie wie eigentliche Hörner ausſehen.

Das fünfte Geſchlecht, welches nur aus zwey Arten beſteht, enthält diejenigen Schlangen, bey denen man weder Schilde noch Schuppen antrifft, ſondern deren ganzer Körper nebſt dem Schwanze mit Ringen umgeben iſt, die nicht aus einer ſo harten Materie, wie die Schilde und Schuppen, ſondern nur aus einer dicken, ſehr feſten Haut beſtehen. Dieſe in Oſtindien und America befindlichen Schlangen, welche von einigen Schriftſtellern Ringel-

ſchlangen genannt werden, ſind am Schwanze eben ſo dick, als am Kopfe, ſo daß es in der Ferne ſcheint, als wenn ſie zwey Köpfe hätten; wodurch der irrige Name der zweyköpfigen Schlangen, unter welchem ſie verſchiedne ältere Schriftſteller anführen, veranlaßt worden iſt. Mit größerm Rechte werden ſie von Gesnern und einigen andern Naturforſchern Doppelſchleicher genannt; weil ſie die Gewohnheit haben, ſowohl vorwärts, als auch rückwärts zu kriechen. Sie ſind ganz unſchädlich und nähren ſich blos von Ameiſen. Ihre Länge beträgt nicht über drey Schuh.

Die Schlangen des ſechsten und letzten Geſchlechts, welches ebenfalls nur zwey ausländiſche Arten enthält, haben ſtatt ordentlich zuſammenlaufender Ringe, bloße Runzeln, die an den Seiten am meiſten ſichtbar ſind; daher man ihnen den Namen Runzelſchlangen gegeben hat. Sie unterſcheiden ſich von den übrigen Schlangen auch durch die kleinen Fühlhörner, womit ihre obern Lippen verſehen ſind, und weswegen ſie von einigen Schriftſtellern Fühlſchlangen genannt werden. Ihre Augen, welche unter der Haut liegen, ſehen wie kleine, kaum merkliche Puncte aus; daher ſie auch, wie eine oben angeführte Art des vierten Geſchlechts, unter dem Namen Blindſchleichen oder Blindſchlangen vorkommen. Sie ſind ohne Gift und werden ungefähr einen Schuh lang und einen Zoll dick.

§. 29.

Die dritte Ordnung der Amphibien enthält diejenigen, welche Schwimmfloſſen haben (Nantes);

daher ſie ſonſt unter die Fiſche gerechnet wurden, welches auch noch jetzt von vielen Naturforſchern geſchieht. Die Geſchlechter dieſer ſchwimmenden Amphibien ſind folgende: die Lampreten oder Pricken, worunter auch die bekannten Neunaugen gehören, die Rochen, die Hayfiſche, die Seedrachen, die Seeteufel, die Störe, die Hornfiſche, die Beinfiſche, die Stachelbäuche, die Igelfiſche, die Meerhaſen, die Schildfiſche, die Nadelfiſche, und die Meerpferde.

Unter den Rochen verdient vorzüglich der Krampffiſch oder Zitterfiſch angemerkt zu werden, welcher faſt eine tellerförmige Geſtalt hat, und ſo lange er lebt, eine merkliche electriſche Kraft beſitzt, ſo daß jeder, welcher ihn berührt, oder ihm nur nahe kömmt, eine krampfartige oder zitternde Erſchütterung empfindet. Er hält ſich im mittelländiſchen und in verſchiednen andern Meeren auf.

Unter den Hayfiſchen, welche ſehr räuberiſche und gefräßige Thiere ſind, gibt es einige von ſehr anſehnlicher Größe, deren man ſich, wie der Wallfiſch, mit Harpunen zu bemächtigen pflegt. Die größte Art, welche von einigen Schriftſtellern Pferdhay genannt wird, erreicht bisweilen eine Länge von funfzig und mehr Ellen und bewohnt die nördlichen Meere. Im mittelländiſchen und atlantiſchen Meere trifft man einen Hayfiſch an, deſſen Länge achtzehn bis zwanzig Fuß beträgt, und welcher einen ſo weiten Rachen hat, daß er einen erwachſenen Menſchen verſchlingen kann; daher man ihn Menſchenfreſſer, auch Jonasfiſch zu nennen pflegt; weil einige der Meinung ſind, daß der Prophet Jonas von einem

ſolchen Hayfiſche verſchlungen worden ſey. Denn diejenigen Fiſche, die man Wallfiſche zu nennen pflegt, werden nicht im mittelländiſchen Meere gefunden, wo ſich dieſe Begebenheit zugetragen hat.

Fünftes Kapitel.

Von den Fiſchen.

§. 30.

Den Namen Fiſch gibt man zwar im gemeinen Leben allen Waſſerthieren, welche mit Schwimmfloſſen oder Floßfedern verſehen ſind, und in dieſer Bedeutung wird derſelbe auch jetzt noch von vielen Naturforſchern gebraucht; allein der Ritter von Linne', dem ſehr viele Schriftſteller hierin nachfolgen, nimmt dieſe Benennung in einer etwas engern Bedeutung, und verſteht durch Fiſche nur diejenigen von den mit Floſſen verſehenen Thieren, welche ein Herz mit einer einzigen Kammer, und rothes kaltes Blut haben, auch nicht durch Lungen, ſondern blos durch äußerliche Luftwerkzeuge, oder ſogenannte Kiefern, Athem holen. Durch dieſe Beſtimmung werden alſo nicht nur die Wallfiſche, ſondern auch die in der dritten Ordnung der Amphibien angeführten Thiere von der Zahl der Fiſche ausgeſchloſſen.

Man kann bey jedem Fiſche drey Haupttheile, nämlich den Kopf, den Rumpf, und die Floſſen, wozu auch der Schwanz gehört, unterſcheiden. Der

Kopf hat eine ſehr mannigfaltige Bildung, die ſich hier ohne große Weitläuftigkeit nicht beſchreiben läßt. Das Maul, welches bey vielen Gattungen mit beweglichen Lippen verſehen iſt, befindet ſich bey einigen unten am Kopfe, bey den meiſten aber am Ende deſſelben und iſt bisweilen mit weichen, fadenförmigen Bartfaſern beſetzt, welche inwendig hohl ſind. Meiſtentheils ſteht an jeder Seite des Kopfs ein Auge; nur bey einem einzigen Geſchlechte findet man beyde Augen auf einer Seite des Kopfs. Die ſogenannten Kiefern oder Kiemen, denen man auch den unſchicklichen Namen Fiſchohren gegeben hat, beſtehen aus gebogenen Knochen, an deren erhabener Seite ſich eine große Menge zarter Gefäße befindet, welche durch eine feine Haut mit einander verbunden ſind. Ueber den Kiemen liegt an jeder Seite ein harter Deckel, welcher ſich unten mit der ſogenannten Kiemenhaut verbindet, die einige beinigte Strahlen von verſchiedner Anzahl enthält. Hinter dem Kiemendeckel befindet ſich die Kiemenöffnung, welche durch die Kiemen bis in das Maul des Fiſches geht. Vermittelſt dieſer Werkzeuge holen die Fiſche folgendergeſtalt Athem. Zuerſt öffnen ſie den Mund, um das Waſſer hinein zu laſſen; alsdann ſchließen ſie denſelben wieder zu, und nöthigen dadurch das eingedrungene Waſſer, ſich durch die Kiemen zu bewegen, aus deren Oeffnungen es wieder herausfließt. Das Blut, welches aus dem Herzen in die Kiemen geleitet wird, leidet darin durch die im Waſſer befindliche Luft eben die Veränderungen, welche die Lungen der ſäugenden Thiere in dem Blute verurſachen, und wird hernach durch verſchiedne Blutadern aufgefangen, und in alle Theile des Körpers verbreitet.

Der Rumpf oder Körper der Fiſche, welcher ohne Hals unmittelbar mit dem Kopfe zuſammenhängt, und gegen das Ende immer ſchmäler wird, iſt größtentheils mit Schuppen bedeckt, die aus einer hornartigen Materie beſtehen, und eine ſehr verſchiedne Geſtalt oder Größe haben. Die Schuppen ſind überdieſes mit einem klebrigen Schleime überzogen, wodurch das Eindringen des Waſſers verhindert wird. Von den innerhalb des Körpers befindlichen Theilen verdient vorzüglich die Schwimmblaſe angeführt zu werden, welche nur wenigen Fiſchen fehlt, und bey einigen Gattungen einfach, bey andern aber doppelt iſt. Durch dieſe Blaſe, welche die Fiſche nach Belieben ausdehnen und zuſammenziehen können, wird vorzüglich ihr Auf- und Niederſteigen im Waſſer befördert. Denn wenn ſich dieſe Blaſe vermittelſt der eingezogenen Luft erweitert, ſo wird auch dadurch der Körper des Fiſches in einen größern Raum ausgedehnt, und leichter, als das Waſſer, folglich zum Aufſteigen geſchickt. Wenn hingegen der Fiſch die Blaſe vermittelſt der damit verbundenen Muſkeln zuſammenziehet, ſo nimmt auch der Umfang des Körpers ab, welches ſein Niederſinken zur Folge hat.

Die Floſſen oder Floßfedern, welche bey den Fiſchen die Stelle der Füße vertreten, und von den Theilen des Körpers, an welchen ſie ſich befinden, ihren Namen erhalten, ſind nichts anders, als ausgebreitete Häute, die durch beinige Strahlen oder Gräten aufgerichtet und geſpannt werden. Dieſe beinigen Strahlen nennt man insbeſondre Finnen, wiewohl man durch dieſes Wort auch bisweilen die ganze Schwimmfloſſe zu verſtehen pflegt. Weil man nun

in Anſehung der Lage der Bauchfloſſen eine vierfache, ſehr merkliche Verſchiedenheit bey den Fiſchen antrifft; denn einige haben gar keine Bauchfloſſen, bey den übrigen aber, die damit verſehen ſind, ſtehen dieſelben entweder vor, oder unter, oder hinter den Bruſtfloſſen: ſo hat der Ritter von Linné dieſe anſehnliche Claſſe des Thierreichs unter folgende vier Ordnungen gebracht.

§. 31.

Die erſte Ordnung enthält diejenigen Fiſche, denen die Bauchfloſſen gänzlich mangeln (Apodes), worunter folgende Geſchlechter gehören: die Aale, die Kahlrücken, die Dünnſchwänze, der Seewolf, der Sandaal, die Schlangenfiſche, die Deckfiſche, und der Schwertfiſch.

Unter den Kahlrücken, welche nur in America gefunden werden, iſt vorzüglich der Zitteraal, ein ſurinamiſcher, erſt in dieſem Jahrhundert bekannt gewordner Fiſch, merkwürdig. Er ſieht ſo ziemlich wie ein Aal aus, und erreicht eine Länge von drey bis fünf Schuh. So lange er lebt, beſitzt er, wie der Krampfſiſch, eine ſehr ſtarke electriſche Kraft. Wenn man ihn entweder unmittelbar mit der Hand, oder mit einem Stocke berührt, ſonderlich wenn der Stock einen metallenen Knopf hat und mit Metall beſchlagen iſt; ſo empfindet man eine eben ſo heftige Erſchütterung in dem Körper, als ſonſt nur durch die verſtärkte Electricität verurſacht wird. Dieſe Wirkung erfolgt auch ſogar, wenn man nicht den Fiſch ſelbſt, ſondern nur das in dem Gefäße, worein man den Fiſch geſetzt hat, befindliche Waſſer berühret.

Der Schwertfiſch oder Degenfiſch, welcher nicht nur in dem mittelländiſchen Meere und in der Nordſee, ſondern auch in andern Meeren gefunden wird, unterſcheidet ſich von den übrigen Fiſchen vorzüglich durch den langen, hervorragenden, ſchwertförmigen Oberkiefer, wodurch auch die Benennung dieſes Fiſches veranlaßt worden iſt. Die Länge dieſes degenförmigen Oberkiefers beträgt oft den dritten Theil von der Länge des ganzen Fiſches, welche bisweilen gegen zwanzig Fuß ausmacht.

§. 32.

Zu der zweyten Ordnung werden diejenigen Fiſche gerechnet, deren Bauchfloſſen vor den Bruſtfloſſen ſitzen (Iugulares). Die Hauptgattungen oder Geſchlechter ſind: die Schellfiſchteufel, der Sternſeher, das Petermännchen, die Rotzfiſche, und die Kabeljaue, worunter auch der Dorſch, der Schellfiſch, der Stockfiſch und viele andre Arten gehören.

Der Sternſeher, welcher ſich im mittelländiſchen Meere und vielleicht auch in andern Seen aufhält, hat ſtark hervorragende, mit goldgelben Ringen eingefaßte Augen, welche oben auf dem Kopfe ſtehen, und beſtändig gerade in die Höhe gegen den Himmel zu gerichtet ſind. Aus dieſer Urſache hat man dieſen Fiſch mit den Sternſehern verglichen, zumal da er gemeiniglich die Nacht hindurch munter iſt, und den Tag über ſchläft. Vom Fleiſche des Stockfiſches leben viele Menſchen.

§. 33.

Die Fiſche, aus denen die dritte Ordnung beſteht (Thoracici), haben die Bauchfloſſen gerade un-

ter den Bruſtfloſſen. Die hierunter gehörigen Hauptgattungen ſind folgende: die Spitzſchwänze, die Sauger, die Stutzköpfe, die Meergrundel, die Knorrhähne, die Meerſcorpione, die Spiegelfiſche, die Seitenſchwimmer, die Klippfiſche, die Meerbrachſen, die Lippfiſche, die Umberfiſche, die Bärſchinge, die Stachelbärſche, die Mackrelen, die Meerbarben, und die Seehähne.

Die Sauger, von einigen Schriftſtellern auch Schiffshalter und Hemmfiſche genannt, welche man vorzüglich in den oſtindiſchen und americaniſchen Meeren antrifft, unterſcheiden ſich von den übrigen Fiſchen am meiſten durch die Geſtalt des Kopfes, welcher oben eine eyförmige, platte Fläche hat, die mit ſägeförmigen Runzeln beſetzt iſt. Mit dieſem platten Obertheile des Kopfs pflegen ſich dieſe Fiſche an den Böden der Schiffe, oder an große Fiſche und an andre Körper feſt anzudrücken. Man trug ſich ſonſt mit der fabelhaften Erzählung, daß ſie im Stande wären, ein ſegelndes Schiff aufzuhalten, wenn ſie ſich unten angeſaugt hätten, und dadurch ſind die beyden letzten Benennungen veranlaßt worden. Das Lächerliche dieſes Vorgebens erhellt ſchon aus ihrer Größe, welche bey der größten Art noch nicht zwey Ellen beträgt.

§. 34.

Die Fiſche der vierten und letzten Ordnung (Abdominales) ſind diejenigen, bey denen die Bauchfloſſen wirklich am Bauche, nämlich hinter den Bruſtfloſſen ſitzen. Hierunter gehören: die Schmerlen, nebſt dem Steinbeiſſer und Prietzker, die Welſe,

die Felſenfiſche, die Panzerfiſche, die Salme, wozu man auch die Forelle, den Lachs und andre Arten rechnet, die Pfeiffenfiſche, die Hechte, die Silberfiſche, die Kornährenfiſche, die Meeräſche, der fliegende Fiſch, die Fingerfiſche, die Heringe nebſt den Sardellen, und das ganze Karpfengeſchlecht, unter welches man nicht nur die eigentlichen Karpfen, ſondern auch die Flußbarbe, den Gründling, die Schleihe, die Karauſche, den Goldfiſch, den Weißfiſch, und verſchiedne andre Arten zählet.

Die fliegenden Fiſche, welche man vorzüglich zwiſchen den Wendecirkeln antrifft, kommen ſowohl in Anſehung der Größe, als auch in Anſehung der Geſtalt den Heringen ſehr nahe, doch unterſcheiden ſie ſich von ihnen am meiſten durch die ſehr langen Bruſtfloſſen, deren ſie ſich ſtatt der Flügel bedienen. Sie können aber nicht über zweyhundert Schritte auf einmal fliegen; weil ihre Bruſtfloſſen in der Luft ſehr bald trocken, und dadurch zum fliegen ungeſchickt werden.

Sechstes Kapitel.

Von den Inſecten.

§. 35.

In die Klaſſe der Inſecten werden, wie ſchon oben (§. 8.) erinnert worden iſt, alle Thiere gerechnet, welche weißes kaltes Blut, ein Herz mit einer ein-

zigen Kammer, und in ihrem vollkommnen Zuſtande Füße und Fühlhörner haben. Die Fühlhörner ſind längliche, aus Gelenken zuſammengeſetzte Glieder am Vorderkopfe, die eine ſehr verſchiedne Geſtalt und Größe haben. Man findet bey den Inſecten mehr Füße, als bey den übrigen Thieren; denn ein Inſect iſt zum wenigſten ſechsfüßig. Zu dem Athemholen haben ſie Luftlöcher an den Seiten, wodurch die Luft in alle Theile ihres Körpers gebracht wird. Die meiſten Inſecten ſind in ihrem vollkommnen Zuſtande mit Flügeln verſehen, bey denen man ſowohl in Anſehung der Zahl, als auch in Anſehung der Geſtalt eine große Verſchiedenheit antrifft. Bey einigen Inſecten ſind die Flügel nackend und ohne Bedeckung, bey andern aber mit Flügeldecken von einer härtern Materie verſehen. Uebrigens entſtehen die Inſecten eben ſowohl, wie die größten Thiere, aus der Zeugung von ihres Gleichen, und niemals aus der Fäulniß. Daß man bisweilen im faulenden Fleiſche Inſecten findet, kömmt daher, weil zuvor Schmeißfliegen oder andre fliegende Inſecten ihre Eyer darein gelegt haben, die hernach durch die Wärme ausgebrütet worden ſind. Denn wenn man friſch geſchlachtetes Fleiſch in gläſernen oder andern Gefäßen ſo verwahret, daß weder Fliegen noch andre Inſecten dazu kommen können, ſo findet man niemals eine Made darin, wenn man es auch ſo lange in den Gefäßen behält, bis es gänzlich verweſet iſt.

Ein merkwürdiger Umſtand bey dieſen Thieren iſt die dreyfache Verwandlung, welche viele Arten leiden, ehe ſie ihre eigentliche Geſtalt und Vollkommenheit erhalten. Zuerſt kriecht aus dem Ey eines ſol-

chen Inſects ein Würmchen, oder eine ſogenannte Larve heraus, welche ihre beſondere Speiſe frißt, einigemal ihre Haut ablegt, und nach einiger Zeit einen ſtarken, häutigen und geringelten Ueberzug von verſchiedner Geſtalt und Farbe bekömmt; in welchem Zuſtande ſie ohne alle Speiſe lebt, und Nymphe oder Puppe genannt wird. Aus dieſer kommt endlich das Inſect in ſeiner eigentlichen Geſtalt hervor, welches ſich alsdenn paaret, Eyer leget, und gemeiniglich bald darauf ſtirbt.

§. 36.

Die Haupteintheilung der Inſecten gründet ſich auf die Beſchaffenheit der Flügel und Flügeldecken, wobey folgender Unterſchied bemerkt wird. Die geflügelten Inſecten haben entweder vier, oder nur zwey Flügel. Bey den erſtern beſtehen die Oberflügel entweder in ganz harten, oder in halb harten Flügeldecken, oder in ganz weichen Flügeln; und zwar ſind bey den letztern die Flügel entweder beſtäubt, oder netzförmig. Aus dieſer Urſache bringt der Ritter von Linné dieſe zahlreiche Thierclaſſe unter folgende ſieben Ordnungen.

§. 37.

Die erſte Ordnung (Coleoptera) enthält alle diejenigen, welche ganze und harte Flügeldecken haben. Hierzu gehören: die Käfer, der Johanniswurm, der Erdfloh, und der Ohrwurm.

Die Käfer machen den größten Theil dieſer Ordnung aus, und enthalten viele Gattungen und Arten unter ſich, wovon einige gehörnt, die meiſten aber ungehörnt ſind. Von den erſtern ſind einige Arten

nur mit einem einzigen, andre aber mit zwey bis drey Hörnern bewafnet. Unter den ausländiſchen gehörnten Käfern gibt es einige, die eine Länge von ſechs Zoll erreichen.

Das Johanniswürmchen iſt vorzüglich wegen des hellen Scheins merkwürdig, den es im Finſtern von ſich gibt, und der bey dem Weibchen, welches ungeflügelt iſt und das Männchen an Größe weit übertrift, viel ſtärker, als bey dem Männchen zu ſeyn pflegt.

§. 38.

Die zweyte Ordnung (Hemiptera) beſteht aus ſolchen Inſecten, bey denen man nur halbe Flügeldecken antrift; dazu gehören: die Wanze, die Baumlaus, der Laternträger, die Kackerlacken, die Grillen nebſt den Heuſchrecken, die Cicaden und die Schildläuſe.

Der Laternträger, welcher unter die merkwürdigſten leuchtenden Inſecten gehört, hat ſeinen Namen von dem langen, hohlen, blaſenartigen Theile erhalten, welcher ſich vorn am Kopfe befindet und mit einer Laterne verglichen wird, weil er des Nachts einen überaus feurigen Schein von ſich gibt. In America, wo man die größten Laternträger findet, bedienen ſich die gemeinen Leute auch wirklich dieſer Inſecten, die oft eine Länge von fünf und mehr Zoll erreichen, ſtatt einer Laterne.

§. 39.

Die Inſecten der dritten Ordnung (Lepidoptera) haben vier, mit einem feinen Staube bedeckte

Flügel, und einen haarigen Körper. Hierunter gehören alle Arten von Schmetterlingen, die man nach der Zeit, wo ſie herumfliegen, in Tagvögel, Abendvögel und Nachtvögel eintheilt. Unter die letztern werden auch die bekannten Seidenwürmer und Motten gerechnet.

§. 40.

Die vierte Ordnung (Neuroptera) enthält diejenigen Inſecten, welche vier unbedeckte netzförmige Flügel haben, nämlich: die Waſſernymphen, den Haft oder das Uferaas, die Stinkfliege und einige andere.

Der Haft iſt vorzüglich wegen der kurzen Dauer ſeines Lebens merkwürdig, welches ſich, wenn man nämlich von ſeiner Verwandlung in ein geflügeltes Inſect zu rechnen anfängt, nicht über einen Tag erſtreckt, und gemeiniglich nur wenige Stunden dauert; daher man ihm auch den Namen Tagthierchen beygelegt hat.

§. 41.

Die fünfte Ordnung (Hymenoptera) iſt durch vier glatte Flügel kenntlich; dergleichen haben die Weſpen und Horniſſen, die Bienen, die Ameiſen, die Raupentödter, der Gallapfelwurm und verſchiedne andre Gattungen.

§. 42.

Die ſechste Ordnung (Diptera) enthält diejenigen Inſecten, welche zwey unbedeckte glatte Flügel haben, nämlich alle Gattungen von Fliegen, Mükken und Bremſen.

§. 43.

Die ſiebente und letzte Ordnung (Aptera) beſteht aus denjenigen Inſecten, die gar keine Flügel haben. Hierunter gehören: der Floh, die Laus, der Zuckerlecker, der Pflanzenfloh, die Milbe, die Spinne, die Todtenuhr, der Scorpion, der Krebs, der Schildfloh, der Weberknecht, der Kellerwurm, die Aſſel, der Vielfuß oder Tauſendfuß.

Die Todtenuhr, ein kleines Inſect, welches noch nicht die Größe einer Laus erreicht, und ſich gern in hölzernen Wänden aufhält, hat dieſen Namen daher bekommen, weil einige Naturforſcher mit dem Ritter von Linné dafür halten, daß von dieſem Thierchen der bekannte, dem Schlagen einer Taſchenuhr ähnliche Schall herrühre, der bisweilen in den hölzernen Wänden gehört, und von den gemeinen Leuten für das Zeichen eines nahen Todesfalles angeſehen wird; welche Meinung aber keine große Wahrſcheinlichkeit hat, weil man dieſes Inſect ſehr häufig findet, ohne ein ſolches dem Schlagen einer Uhr ähnliches Geräuſche zu bemerken. Einige neuere Naturforſcher ſchreiben daher dieſen Schall der Larve eines kleinen Käfers zu.

Siebentes Kapitel.

Von den Gewürmen.

§. 44.

Die Würmer oder Gewürme kommen darin mit den Inſecten überein, daß ſie weißes kal-

tes Blut, und ein Herz mit einer einzigen Kammer haben, aber darin ſind ſie von ihnen unterſchieden, daß ihnen eigentliche Füße und Fühlhörner fehlen, ſtatt deren einige Fühlfaden haben, welche nicht, wie die Fühlhörner der Inſecten, aus verſchiednen Gelenken zuſammengeſetzt, ſondern ganz einfach ſind. Man findet überhaupt bey dieſen Thieren, die auch keiner eigentlichen Verwandlung unterworfen ſind, einen weit einfachern Bau des Körpers, als bey den übrigen lebendigen Geſchöpfen. Wenn man ſie verſtümmelt, ſo pflegen die abgeſchnittenen Theile in kurzer Zeit wieder zu wachſen. Einige Arten laſſen ſich ſogar durch das Zerſchneiden vermehren. Wenn man z. B. einen Fadenwurm in etliche Theile zerſchneidet, ſo wächſt jeder Theil in kurzer Zeit wieder zu einem vollkommnen Fadenwurme. Einige haben einen ganz nackenden Körper ohne Schale, der bey vielen mit Gliedmaßen, bey manchen Gattungen aber mit keinen verſehen iſt. Andre hingegen ſind mit einer harten kalkartigen Schale bekleidet, und noch andre wachſen, nach Art der Pflanzen, mit Aeſten und Blüthen. Aus dieſer Urſache hat der Ritter von Linnë die Würmer in folgende fünf Ordnungen eingetheilt.

§. 45.

Die erſte Ordnung (Inteſtina) welche ihren Linnäiſchen Namen von der Aehnlichkeit dieſer Gewürme mit den Eingeweiden bekommen hat, enthält diejenigen, welche einen nackenden cylindriſchen Körper haben, und ohne Gliedmaßen ſind. Dazu gehören: der Fadenwurm, der Regenwurm, der Spulwurm, der Blutigel, der Fiſchwurm.

§. 46.

Die Gewürme der zweyten Ordnung (Molluſca) ſind ebenfalls nackend, aber mit verſchiedenen Gliedmaßen verſehen. Hierzu gehören: die Erdſchnecke ohne Haus, der Seehaſe, der Riemenwurm, die Seekatze, worunter auch der ſogenannte Dintenfiſch gerechnet wird, der Seeigel, der Seeſtern, nebſt andern Gattungen.

Der Dintenfiſch, welchen Leske richtiger den Dintenwurm nennt, hat eine ſehr ſonderbare Geſtalt, die man mit einem offenen Geldbeutel zu vergleichen pflegt. Der fleiſchige Körper, deſſen Länge bisweilen über eine halbe Elle beträgt, ſteckt in einer Scheide, und iſt mit acht langen, armförmigen Theilen verſehen, die an der innern Seite mit kleinen Warzen beſetzt ſind. Das merkwürdigſte bey dieſen Thieren, welche man in den europäiſchen Meeren antrifft, iſt die ſchwarze Feuchtigkeit, welche ſie in einem beſondern Beutel führen, und, wenn ſie verfolgt werden, von ſich ſpritzen, um das Waſſer trübe zu machen, damit ſie von ihren Feinden nicht bemerkt werden können. Dieſe ſchwarze Feuchtigkeit, welche zu ihrer Benennung Anlaß gegeben hat, ſoll ſich wirklich wie Dinte gebrauchen laſſen.

§. 47.

Die dritte Ordnung (Teſtacea) enthält diejenigen, welche in kalkartigen Gehäuſen wohnen, und daher Schalthiere genannt werden, wozu alle Arten von Schnecken und Muſcheln gehören. Nämlich den Namen der Schnecken (Cochleae) gibt man allen denen, deren Schale aus einem Stücke beſteht, und gewunden iſt; Muſcheln aber (Conchae)

heißen diejenigen, deren Schale aus mehr als einem Stücke beſtehet.

§. 48.

Zu der vierten Ordnung rechnet man die ſogenannten Steinpflanzen (Lithophyta) oder Korallengewächſe, welche nichts anders ſind, als kalkartige Gehäuſe gewiſſer kleinen zuſammengeſetzten Thiere, die ſich dieſe Wohnungen ſelbſt erbauen, und ſich in Zweigen, nach Art der Pflanzen, ausbreiten und vermehren. Die Hauptgattungen ſind: die Tubiporen oder Röhrencorallen, welche aus lauter parallellaufenden Cylindern beſtehen; die Milleporen oder Punctcorallen, welche verſchiedene Aeſte mit ſehr kleinen Löchern haben; die Madreporen oder Sterncorallen, bey denen man kleine reguläre Sterne antrifft.

§. 49.

Die fünfte und letzte Ordnung enthält die Thierpflanzen (Zoophyta), welche eigentliche Thiere ſind, die aber vieles mit den Pflanzen gemein haben. Die meiſten davon ſind an Felſen und andre Körper durch Wurzeln befeſtiget. Sie haben einen Stengel, und zergliedern ſich in Zweige, an welchen man gleichſam Knoſpen und Blumen, aber keine Blätter antrifft. Die Blumen ſind lebendig, haben eine willkührliche Bewegung, und bringen wieder ſolche lebendige Pflanzen hervor. Zu dieſer Klaſſe gehören die echte oder edle Coralle, die Horncoralle, der Seekork, der Schwamm, die Coralline, das Corallenmooß und andre Arten. Einige andre Thiere, die man auch zu dieſer Ordnung, je-

doch ohne hinlängliche Urſache rechnet (Phytozoa), haben weder Wurzeln noch Zweige, ſondern bewegen ſich frey, z. B. das Kugelthier, die Polypen und die Bandwürmer, welche letztern man oft von einer ſehr anſehnlichen Länge in den Eingeweiden der Menſchen und Thiere antrifft. Wenn man dieſe Würmer in viele Stücke zerſchneidet, ſo iſt jedes Stück ein beſondres lebendiges Thier, welches an dem abgeſchnittenen Ende wieder neue Glieder bekemmt. Eben dieſe Eigenſchaft findet man auch an andern Thieren dieſer Klaſſe, wie ich bereits oben erinnert habe, beſonders an den Polypen, von denen man erſt ſeit dem Jahre 1744 einige Kenntniß erlangt hat. Dieſe kleinen Thiere, welche ſich gern an den Meerlinſen und andern Waſſerpflanzen aufhalten, haben einen gallertartigen, durchſichtigen Körper, der aus einer einfachen, hohlen Röhre beſteht, an welcher vorn einige lange, fadenförmige oder armförmige Theile ſitzen. Dieſe Thiere vermehren ſich ordentlicherweiſe durch Knoſpen, die an der Seite ihres Körpers herauswachſen, und wenn ſie die gehörige Größe erreicht haben, ſich endlich als junge Polypen von dem Körper der Alten trennen.

Außer den jetzt angeführten Arten, die ſich mit bloßen Augen bemerken laſſen, gibt es noch verſchiedne andre, die nur dem bewafneten Auge ſichtbar ſind, z. B. die Infuſionsthierchen, die man ſich leicht verſchaffen kann, wenn man auf Gras, Blumen, Heu oder andre vegetabiliſche Subſtanzen Waſſer ſchüttet, und daſſelbe ein paar Tage ſtehen läßt. Die Kleiſteraälchen u. d. gl.

Zweyte Abtheilung.

Das Pflanzenreich.

Erſtes Kapitel.

Von den Pflanzen und ihren vornehmſten Theilen überhaupt.

§. 50.

Vegetabilien oder Pflanzen, im weitläuftigen Verſtande genommen, ſind alle diejenigen Naturalien, welche wachſen, und eine Art von Leben, aber nicht, wie die Thiere, eine Fähigkeit haben, ihre Körper aus einem Orte in einen andern zu bewegen; daher ſie allemal mit der Erde oder mit einem andern Körper zuſammenhängen, und dadurch ihre Nahrung erhalten.

§. 51.

Das ganze Pflanzenreich, welches der Gegenſtand derjenigen Wiſſenſchaft iſt, welche man die Botanik nennt, läßt ſich ſehr bequem in ſieben Hauptfamilien eintheilen, welche folgende Namen führen:

1) Pflanzen, in einer engern Bedeutung genommen, wozu nicht nur alle Kräuter und Sträucher, ſondern auch die Bäume gehören.

2) Palmgewächſe, die nur Einen Stamm haben, auf deſſen Gipfel die Blätter anſitzen.

3) Gräſer, die einen geraden, unzertheilten, mit Knoten und Gelenken verſehenen Stängel oder Halm haben, der entweder hohl, oder mit einem ſchwammigen Marke angefüllt iſt.

4) Farren-Kräuter, (Filices) welches ſolche Gewächſe ſind, die keinen Stengel haben, und deren Blätter unmittelbar aus der Wurzel ſteigen.

5) Mooſe (Muſci).

6) Aftermooſe, oder Flechten, (Algae) welche zwar mit den eigentlichen Mooſen eine große Aehnlichkeit haben, aber ſich von dieſen doch durch einen einfachen Bau unterſcheiden. Denn bey den Aftermooſen machen Wurzel, Stamm und Blatt nur ein einziges Stück aus; Hingegen die eigentlichen Mooſe ſind mit beſondern Stängeln, Blättern und Fruchtſtielen verſehen.

7) Schwämme, (Fungi) welche gemeiniglich aus einem Stiele und einem Huthe beſtehen, aber keine Blätter haben.

§. 52.

Wenn man den innern Bau einer Pflanze betrachtet, ſo findet man darin Häute, Röhren und Bläschen. In den Häuten ſind viele kleine Löcher, durch welche das Waſſer hindurch dringen kann. Die Röhren ſind von zweyerley Art, Saftröhren und Luftröhren. Die Saftröhren enthalten einen wäßrigen, milchichten, ſchleimigten oder andern Saft, der ſowohl in Anſehung der Far-

be, als auch in Anſehung andrer Umſtände ſehr verſchieden iſt. Die Bläschen dienen zu der Abſonderung der mannigfaltigen flüſſigen Theile, und ſind bey den Pflanzen eben dasjenige, was die Glandeln bey den Thieren ſind.

§. 53.

Was den äußern Bau einer Pflanze betrift, ſo laſſen ſich vorzüglich drey Haupttheile unterſcheiden, die Wurzel, der Stamm und die Blüthen; wovon die erſten beyden zur Erhaltung und zum Wachsthum, der letzte Theil aber zu der Fortpflanzung derſelben dienet.

§. 54.

Die Wurzel iſt derjenige Theil der Pflanze, durch welchen ſie mit der Erde oder mit andern Körpern zuſammenhängt, und ihre meiſte Nahrung an ſich ziehet. Der Stamm, welcher bey einigen Pflanzen Stängel, bey einigen Halm, bey einigen Schaft, und bey andern Strunk oder Stiel genannt wird, iſt derjenige Theil derſelben, welcher ſich über der Erde befindet, und die übrigen Theile der Pflanze trägt. Die Theile des Stammes ſind die Haut (Epidermis), die Rinde (Cortex), der Splint (Liber), das Holz (Lignum), und das Mark (Medulla). An dem Stamme oder deſſen Zweigen befinden ſich die Blätter, welche bey einigen Pflanzen durch einen Stiel, bey andern aber ohne Stiel mit dem Stamme ſelbſt verbunden ſind, und die eigentlich aus der Rinde entſtehen, deren ſchwammiges Gewebe in die Geſtalt des Blattes ausgedehnt wird.

§. 55.

Von den Blüthen oder Blumen ſind ebenfalls verſchiedne Theile zu unterſcheiden, von denen einige ihnen nur zur Zierde oder Beſchützung dienen, andre aber ihnen weſentlich ſind. Zu den erſteren gehöret die innere Blumendecke oder die Blume im engern Verſtande, (Corolla) und die äußere Blumendecke oder der Kelch (Calix); zu den weſentlichen aber die Staubgefäße (Stamina), und die Piſtille oder Staubwege.

§. 56.

Die Haupttheile der Staubgefäße ſind die Staubfäden (Filamenta), und die Antheren, welche von den Fäden entweder an der Spitze oder an der Seite getragen, und von einigen auch Staubbeutel, Staubfache oder Staubbehältniſſe genannt werden. Die Staubfäden ſind bey einigen Blumen von gleicher, bey andern von ungleicher Länge, und bisweilen ganz frey, bisweilen aber zuſammengewachſen. Die Antheren, welche ebenfalls auf verſchiedene Art gebildet ſind, enthalten in ihren innern Behältniſſen den Blumenſtaub, (Pollen) welchen ſie, wenn ſie ſich öfnen, auszuſtreuen pflegen.

§. 57.

Das Piſtill, welches den mittelſten Theil der Blume einnimmt und von einigen Schriftſtellern auch der Staubweg genannt wird, beſteht aus drey Stücken, wovon das unterſte der Fruchtknoten oder Eyerſtock (Germen, Ovarium), weil es das Behältniß der jungen Frucht iſt, das mittelſte der

Griffel oder das Räulchen (Stylus), und das oberſte die Narbe (Stigma) genannt wird. Der Griffel fehlt in einigen Pflanzen, und alsdenn ſitzt die Narbe gleich auf der jungen Frucht.

§. 58.

Die Antheren und Piſtille ſind die wichtigſten Theile einer Blume. In vielen findet man ſie beyde; in einigen aber nur Antheren, und in andern nur Piſtille. Blumen, die nur Antheren und keine Piſtille haben, tragen niemals Früchte, und Blumen mit Piſtillen nur alsdenn, wenn das Stigma derſelber, welches gemeiniglich etwas feucht zu ſeyn pflegt, mit dem Staube der Antheren beſtreut worden iſt. Weil nun dieſe Befruchtung des Piſtills durch den Blumenſtaub eine Aehnlichkeit mit der Zeugung der Thiere hat; ſo pflegt man ſich bey den Antheren und bey den Staubgefäßen überhaupt ein männliches Geſchlecht, bey den Piſtillen aber ein weibliches Geſchlecht einzubilden. Männliche Blumen (Flores mares) heiſſen alſo diejenigen, welche nur Antheren; weibliche hingegen (Flores feminae) ſolche, welche nur Piſtille, und vollkommne oder Zwitterblumen diejenigen, welche Antheren und Piſtille zugleich haben.

§. 59.

Daß aber in der That eine ſolche Befruchtung bey den Pflanzen, wie bey den Thieren nöthig iſt, beweiſen eine Menge Erfahrungen, wovon ich jetzt nur eine anführen will. In Berlin konnte man ehemals von einem weiblichen Palmbaume, der viele Jahre hindurch allemal blühte, niemals vollkomm=

ne und reife Datteln erhalten, bis man aus Leipzig Blumen von einem männlichen Palmbaume bringen, und über die weiblichen Blumen hängen ließ; wodurch die Datteln nicht nur ihre vollkommne Reife erhielten, ſondern auch viel voller und ſtärker wurden.

§. 60.

Bey den Früchten, welche auf die Blüthen der Pflanzen folgen, und nichts anders, als die ausgedehnten Eyerſtöcke ſind, läßt ſich der Saame und das Saamengehäuſe (Pericarpium) unterſcheiden. Der Saame beſteht aus einer Haut, aus dem Kern, und aus dem Keime, in welchem das junge Pflänzchen verborgen liegt. Das Saamengehäuſe, welches den Saamen in ſich enthält, iſt entweder blos hülſig und häutig, wie bey dem Getreide, oder fleiſchig, wie bey den Beeren und dem Obſte, oder holzig, wie bey den Tannzapfen, oder von noch einer härtern Materie, wie bey den Nüſſen.

Zweytes Kapitel.

Von der Eintheilung der Pflanzen in Claſſen.

§. 61.

Die Pflanzen werden in dem Linnäiſch en Syſtem eben ſo, wie die übrigen Naturalien, in Claſſen, Ordnungen, Geſchlechter und Arten eingetheilet.

Ich muß mich aber hier, zur Vermeidung der Weitläuftigkeit, blos auf die Eintheilung in Claſſen einſchränken. Die Anzahl der Arten, welche der Ritter von Linne' beſchrieben hat, beläuft ſich über ſieben tauſend, und es iſt ſehr wahrſcheinlich, daß es wenigſtens noch einmal ſo viel Arten wirklich gibt.

§. 62.

Linne' legt bey ſeiner Haupteintheilung der Pflanzen diejenigen Theile, welche ihr Geſchlecht ausmachen, die Staubfäden und Piſtille, zum Grunde; daher ſein Syſtem das Sexual-Syſtem genannt wird. Nämlich bey den Claſſen wird auf die Zahl, Proportion und Verbindung der Staubfäden, bey den Ordnungen aber vorzüglich auf die Figur, Eintheilung und Lage der Piſtille geſehen. Die Claſſen ſelbſt, deren Anzahl ſich auf vier und zwanzig erſtreckt, ſind folgende.

§. 63.

Die erſte Claſſe (monandria) enthält diejenigen Pflanzen, welche Zwitterblumen mit einem einzigen Staubfaden tragen. Hierunter gehören folgende Geſchlechter, wovon die meiſten ausländiſche Gewächſe ſind: Blumenrohr, Cardamom, Gelbwurz, Galgant, Pfeilwurz, Schafthalm, Wanzenſaame, Waſſerſtern, Beermelde und noch einige andre.

§. 64.

Die zweyte Claſſe (diandria) begreift diejenigen Gewächſe unter ſich, welche Zwitterblumen mit zwey Staubfäden tragen, wovon folgende die bekannteſten

ſind: Jaſmin, Hartriegel, Hexenkraut, ſpaniſcher Holunder, Ehrenpreis, Eiſenkraut, Rosmarin, Salbey, Pfeffer, Ruchgras.

§. 65.

Die Pflanzen der dritten Claſſe (triandria) haben Zwitterblumen mit drey Staubfäden; z. B. die Schwertlilie, der Hirſe, der Haſer, das Schilf, der Roggen, die Gerſte, der Weitzen, der Saffran, die Steinblume, das Strickgras, Schmielen, und viele andre Grasarten.

§. 66.

Die vierte Claſſe (tetrandria) hat Zwitterblumen mit vier Staubfäden von einerley Länge, wodurch ſie von der vierzehenten Claſſe unterſchieden iſt, wo ebenfalls Blumen mit vier Staubfäden, aber von ungleicher Länge vorkommen. Hierunter gehören: die Kardendiſtel, die Scabioſen, die Färberröthe, der Hartriegel, der Wegrich, die Stachel- oder Waſſernüſſe, die Kugelblume, das Labkraut, das Kreutzkraut, die Stechpalmen und noch andre Gewächſe.

§. 67.

Die fünfte Claſſe (pentandria) hat Zwitterblumen mit fünf Staubfäden, und iſt unter allen die zahlreichſte. Die bekannteſten Gattungen, welche darunter gehören, ſind: Ochſenzunge, Schlüſſelblume, Aurickel, Glockenblume, Wollkraut, Lein, Taback, Judenkirſchen, Nachtſchatten, Johannisbeere, Stachelbeere, der Weinſtock, Mangold, der Rüſter, Engelwurz, Coriander,

Vanille, Schierling, Kerbel, Kaffee, Peterſilie, Sellerie, Holunder, Hünerbaum, Vergiß mein nicht, Mohrrübe, Hundszunge, Lungenkraut, Steinſaamen, Mannstreu, Gänſefuß, Bruchkraut, Bilſenkraut u. a. m.

§. 68.

Die ſechste Claſſe (hexandria) hat Zwitterblumen mit ſechs Staubfäden, die, wie alle Staubfäden der erſten 13 Claſſen, von einerley Länge ſind; wodurch dieſe Claſſe von der funfzehnten unterſchieden iſt, wo man auch ſechs Staubfäden antrifft, von denen aber zwey kleiner als die übrigen vier ſind. Hierunter gehören: die Narciſſen, der Knoblauch, die Lilie, die Kayſerkrone, die Tulpe, der Spargel, die Mayblume, die Hiacinthe, die Ananas, die Aloe, der Calmus, Binſen, Sauerampfer, der Berberizenſtrauch, die Schneeglöckchen, die Strauchmelde, der Reis, der Ampfer, der Waſſerwegrich, nebſt andern Gattungen.

§. 69.

Die ſiebente Claſſe (heptandria) hat Zwitterblumen mit ſieben Staubfäden, und enthält nur drey Geſchlechter, nämlich die Trientale, den Eidechſenſchwanz und die wilden Caſtanien.

§. 70.

Die Pflanzen der achten Claſſe (octandria) haben Zwitterblumen mit acht Staubfäden, z. B. die Indianiſche Kreſſe, der Weiderich, die Heidelbeeren, die Preiſſelbeeren, der Buchweitzen, die Heide und der Kellerhals.

§. 71.

Die neunte Claſſe (enneandria) enthält diejenigen Gewächſe, welche Zwitterblumen mit neun Staubfäden tragen, z. B. der Lorbeerbaum, die Rhabarber, die Waſſerviole und der Kampherbaum.

§. 72.

Die Pflanzen der zehnten Claſſe (decandria) haben Zwitterblumen mit zehn Staubfäden, z. B. die Raute, der Diptam, der Porſch, das Wintergrün, das Seifenkraut, der Steinbrech, die Nelke, der Raden, die Caſſie, der Braſilienholzbaum, Kampeſchebaum und Quaſſie.

§. 73.

Die eilfte Claſſe (dodecandria) enthält alle diejenigen Pflanzen, die zwölf oder mehr, aber weniger als zwanzig Staubfäden haben, z. B Portulack oder Burzelkraut, Haſelwurz, Odermennig, Wolfsmilch und Hauslaub.

§. 74.

Zur zwölften Claſſe (icoſandria) werden diejenigen Pflanzen gerechnet, welche zwanzig oder mehr Staubfäden haben, wenn ſie nämlich nicht an dem Boden der Blüthe, ſondern an den innern Seiten des Kelchs angewachſen ſind. Z. B. der Myrtenbaum, der Granatbaum, der Pfirſichbaum, der Mandelbaum, der Pflaumbaum, der Miſpelbaum, der Birnbaum, die Vogelbeeren, die Roſe, die Himbeeren, die Erdbeeren, das Fünffingerkraut, der Schwarzdorn, der Mehlbeerbaum und Weißdorn.

§. 75.

Die dreyzehnte Claſſe (polyandria) begreift diejenigen Pflanzen unter ſich, die über zwanzig bis hundert Staubfäden haben, welche auf dem Boden und nicht auf dem Kelche ſitzen. Dazu gehören: das Schwalbenkraut, der Mohn, die Linde, die Kapern, der Thee, der Ritterſporn, die Anemone, die Ranunkel, der Kümmel, die Nieswurz, und verſchiedne andre Gattungen.

§. 76.

Die vierzehnte Claſſe (didynamia) hat zum Kennzeichen vier Staubfäden, von denen zwey kürzer ſind, als die übrigen beyden, worin der Unterſchied dieſer Claſſe von der vierten beſtehet. Dazu gehören: der Günſel, der Gamander, die verſchiednen Arten von Münze, Iſop, Lavendel, der rothe Fingerhut, Gundermann, taube Neſſel, Roßpoley, Andorn, Thymian, Meliſſe, Augentroſt, Hahnekamm, Braunwurz, Bärenklau, Baſilienkraut u. a. m.

§. 77.

Die funfzehnte Claſſe (tetradynamia) hat ſechs Staubfäden, von welchen vier merklich länger als die beyden übrigen ſind, wodurch ſie ſich von der ſechsten Claſſe unterſcheidet. Hierunter rechnet man alſo: den Leindotter, das Hungerblümchen, die Kreſſe, die Hirtentaſche, das Löffelkraut, den Hederich, Leukojen, Nachtviolen, Senf, Waid, Rettig, Roſe von Jericho, Kohl, Rüben, nebſt andern Gattungen.

§. 78.

Zu der ſechszehnten Claſſe (monadelphia) gehören diejenigen Pflanzen, deren Staubfäden unten in einen Körper zuſammengewachſen ſind; z. B. der Storchſchnabel, die Malven, die Pappel, die Baumwolle, u. a.

§. 79.

Die ſiebenzehnte Claſſe (diadelphia) beſteht aus ſolchen Gewächſen, deren Staubfäden in zwey Körper zuſammengewachſen ſind, worunter folgende Geſchlechter nebſt einigen andern gehören: Erdrauch, Pfriemkraut, Hauhechel, Geniſt, Bohnen, Erbſen, Wicken, Linſen, Süßholz, Klee, Acacie, Indigo und Evenholzbaum.

§. 80.

Unter die achtzehnte Claſſe (polyadelphia) rechnet der ſchwediſche Naturforſcher diejenigen Gewächſe, deren Staubgefäße in drey oder mehrere Körper zuſammengewachſen ſind; z. B. die Citronenbäume, die Pomeranzenbäume, und das Johanniskraut.

§. 81.

Die neunzehnte Klaſſe (ſyngeneſia) enthält diejenigen Pflanzen, deren Staubgefäße an ihrem obern Theile, nämlich an den Antheren, zuſammengewachſen ſind; z. B. Bocksbart, Gänſediſteln, Salat, Löwenzahn, Habichtkraut, Wegwart oder Cichorie, Butterblume, Klette, Artiſchocken, Diſteln, Beyfuß, Kamillen, Huflattig, Schafgarbe, Flockenblumen, Kornblumen, Sonnen=

blumen, Ringelblumen, Veilchen und Balſaminen.

§. 82.

Unter die zwanzigſte Claſſe (gynandria) gehören alle Pflanzen, deren Staubfäden an die Piſtille angewachſen ſind, z. B. das Knabenkraut, die Kuckucksblume, die Paſſionsblume, Oſterlucey oder Hallwurz, Aron.

§. 83.

Die ein und zwanzigſte Claſſe (monoecia) machen diejenigen Pflanzen aus, von denen jede ſowohl männliche als auch weibliche Blumen trägt; z. B. Waſſerlinſen, Rohrkolbe, Igelskolbe, türkiſcher Weitzen, Riedgras, Neſſeln, Maulbeeren, Buxbaum, Birke, Erle, Fuchsſchwanz, Pimpernelle, Buche, Eiche, Wallnußbaum, Haſelſtaude, Fichte, Tanne, Cypreſſen, Wunderbaum, Kürbis, Gurken und Melonen.

§. 84.

Die Pflanzen der zwey und zwanzigſten Claſſe (dioecia) haben ebenfalls Blumen von beyderley Geſchlechte, aber nicht an einem einzigen Stamme, wie die Pflanzen der vorhergehenden Claſſe; ſondern an dem einen Stamme ſitzen blos männliche, und an dem andern blos weibliche Blumen; z. B. die Weide, die Miſtel, der Spinat, der Hanf, der Hopfen, die Eſpe, das Bingelkraut, der Wachholder, der Taxbaum, der Mausdorn und der Piſtacienbaum.

§. 85.

Die Pflanzen der drey und zwanzigſten Claſſe (polygamia) haben nicht nur männliche und weibliche, ſondern auch Zwitterblumen. Bey einigen trägt einerley Stamm alle dieſe drey Arten von Blüthen, z. B. bey dem Bartgras, Honiggras, Masholder und Glaskraut. Bey andern aber ſind die Zwitterblumen auf einem beſondern Stamme, und die männlichen oder weiblichen Blumen auf einem andern, oder auf zwey verſchiednen Stämmen. Zu jenen gehören die Eſche und einige ausländiſche Gewächſe; zu dieſen aber, nämlich zu denjenigen, deren Geſchlechtstheile ſich auf drey verſchiednen Stämmen befinden, der Soodbrodbaum und die Feigenbäume.

§. 86.

Die vier und zwanzigſte Claſſe (cryptogamia) beſtehet aus lauter ſolchen Pflanzen, deren Blumen und Befruchtung mit bloßen Augen nicht bemerkt werden können. Unter dieſe Claſſe gehören alſo die Farrenkräuter, die Mooſe, die Aftermooſe und die Schwämme, worunter auch der Schimmel gerechnet wird.

Dritte Abtheilung.

Das Mineralreich.

Erſtes Kapitel.

Von den Mineralien überhaupt.

§. 87.

Ich komme nunmehr zu der letzten Abtheilung der natürlichen Körper, nämlich zu denjenigen Naturalien, die zwar mit den Thieren und Pflanzen das Wachsthum gemein haben, aber weder die Kraft zu empfinden, noch eine Art zu leben beſitzen, ſondern blos als Haufen verſchiedner, mit einander verbundner Theile anzuſehen ſind, und bey den Naturforſchern den Namen Mineralien führen, wie meinen Leſern noch aus der Einleitung in die Naturgeſchichte bekannt ſeyn wird.

§. 88.

Die Mineralien entſtehen nicht durch die Fortpflanzung, wie die thieriſchen und vegetabiliſchen Subſtanzen, ſondern blos durch äußerliche Anſetzung ihrer Theile. Denn was einige Naturforſcher ehemals von dem Saamen der Mineralien behaupteten, iſt völlig ohne Grund. Daß ſie aber ihren Urſprung nicht blos aus der erſten Schöpfung haben, ſondern

noch heut zu Tage in der Erde und außer derſelben erzeugt werden und wachſen, läßt ſich ſchon daraus ſchließen, weil man nicht nur ſehr oft fremde Körper aus dem Thier- und Pflanzenreiche in ihnen findet, ſondern weil ſich auch die Gänge in den Bergwerken, aus welchen man Erze oder andre Mineralien gegraben hat, nach einer Reihe von Jahren wieder füllen, und man alsdenn ſehr oft an Holz und andern Körpern metalliſche oder andre mineraliſche Theile antrifft. Der berühmte Herr Viceberghauptmann von Trebra hat, wie er in ſeinen Erfahrungen vom Innern der Gebirge S. 53. u. f. anmerkt, in einem Schachte zu Marienberg im Erzgebirge, alte hölzerne Stempel, die etwa zwey hundert Jahr lang geſtanden hatten, mit gediegenem Silber, Glaserze und andern Mineralien angeflogen gefunden. Wie aber eigentlich die Mineralien in der Erde erzeugt werden, iſt eine noch ganz unbekannte Sache. So viel läßt ſich wohl mit Grunde behaupten, daß die Wirkung des Feuers, der Luft und des Waſſers das meiſte zu ihrer Erzeugung beytragen müſſen; nur die Art und Weiſe, wie dieſe Elemente die Erzeugung derſelben bewirken, iſt bisher noch nicht hinlänglich erklärt worden.

§. 89.

Die Mineralien werden, wie die übrigen Naturkörper, nicht von allen Schriftſtellern auf einerley Weiſe eingetheilt. Nach dem Syſtem des Herrn von Linne' beſteht das ganze Mineralreich nur aus drey Hauptabtheilungen. Unter die erſte Abtheilung werden von ihm die Felsſteine (petrae), unter die zweyte die eigentlichen Minern (minerae), und unter die dritte die Foſſilien (foſſilia), gerechnet. Die

Minern begreifen alle Salze, Erdharze und Metalle unter ſich. Die eigentlichen Foſſilien aber beſtehen nach dem Linnäiſchen Syſtem blos aus den zuſammengewachſenen Steinen, aus den verſteinerten Körpern und den verſchiednen Erdarten. Andre mineralogiſche Schriftſteller hingegen pflegen die Mineralien in mehr Claſſen zu vertheilen. Eine der bequemſten unter den jetzt bekannten Eintheiluugen des Mineralreichs ſcheint mir diejenige zu ſeyn, nach welcher man fünf Claſſen der Mineralien annimmt, nämlich: 1) Erden, 2) Steine, 3) Salze, 4) brennliche Mineralien, und 5) Metalle. Nach dieſer letzten Eintheilung will ich alſo das ganze Mineralreich kürzlich durchgehen.

Zweytes Kapitel.

Von den Erdarten.

§. 90.

Durch das Wort Erde verſteht man in der Mineralogie überhaupt alle feſte Körper, die ſich leicht zerreiben laſſen, aber größtentheils im Waſſer und im Oele unauflöslich ſind, und in glühender Hitze nichts von ihrem körperlichen Inhalt verlieren. Die meiſte neuern Mineralogen, welche die Producte des Mineralreichs nur unter vier Hauptabtheilungen bringen, rechnen auch die Steine unter die Erdarten, weil ſie ſich von dieſen faſt nur durch den ſtärkern Zuſammenhang ihrer Theile unterſcheiden. Man findet die

gegrabene Erde immer mit einigen fremden Theilen, bald mehr, bald weniger vermiſcht, wodurch die verſchiednen Erdarten entſtehen, die man unter folgende fünf Hauptgattungen oder Geſchlechter bringen kann: 1) Kieſelerde, 2) Thonerde, 3) Kalkerde, 4) metalliſche Erde, und 5) vermiſchte Erde.

§. 91.

Die Kieſelerde, von einigen Schriftſtellern auch Quarzerde genannt, welche den gewöhnlichen reinen Sand ausmacht, iſt unter allen bekannten Erdarten die reinſte, und kömmt der ſogenannten elementariſchen Erde am nächſten. Denn ſie beſitzt einen weit höhern Grad von Feuerbeſtändigkeit, Unſchmelzbarkeit und Unveränderlichkeit, als die übrigen Erdarten. Nach der Brennung zerfällt ſie weder in der Luft, noch im Waſſer zu einem Pulver, und nur vermittelſt eines hinzugeſetzten Feuerbeſtändigen Laugenſalzes wird ſie durchs Feuer in Fluß gebracht; weswegen ihr von einigen der Name einer glasartigen Erde beygelegt worden iſt, ob ſie gleich dieſen Namen weit weniger verdient, als andre Erdarten.

§. 92.

Der Thon (argilla) iſt eine fette Erde, welche mit Waſſer angefeuchtet zähe wird, und ſich zu einem Teige machen läßt, alsdenn allerhand Geſtalten annimmt, und im Feuer zu einem harten Körper wird. Der feinſte und reinſte Thon iſt die Porcellanerde, die man vorzüglich in Sachſen von beſondrer Güte findet, und der Pfeiffenthon, aus welchem die Tabackspfeifen gemacht werden.

§. 93.

Die Kalkerden (terrae calcareae), wenn man nämlich dieſes Wort in der weitläuftigſten Bedeutung nimmt, haben dieſe Eigenſchaft, daß ſie erhärten, wenn man ſie in mäßigem Feuer brennt, und hernach mit Waſſer vermiſcht, in ſtarkem Feuer aber, auch ohne Zuſatz, in Glas verwandelt werden. Man unterſcheidet gemeiniglich die eigentlichen Kalkerden und die Gypserden. Das Kennzeichen der eigentlichen Kalkerden beſteht darin, daß ſie, wenn man ſie mit Scheidewaſſer oder mit einer andern Säure anfeuchtet, aufbrauſen. Die Gypserden ſind nichts anders, als Kalkerden, welche, durch die Vereinigung mit Vitriolſäure, die Eigenſchaft aufzubrauſen, verloren haben. Werden ſie in einem mäßigen Feuer gebrannt, und mit Waſſer vermiſcht, ſo erhärten ſie geſchwind; in einem etwas ſtärkern Feuer verlieren ſie einen Theil des Vitriolſauren, daher ſie hernach die verlorne Eigenſchaft, mit dem Scheidewaſſer und andern Säuren aufzubrauſen, wieder erhalten.

§. 94.

Unter die Kalkerden gehören die bekannte weiße Kreide und die Mondmilch; unter die Gypserden aber das ſogenannte Himmelsmehl. Die Mondmilch (lac lunae, Morochthus, Agaricus ſaxatilis) iſt eine leichte, lockere, ſchlammige Erde, die in den Klüften der Kalkgebirge, worin man ſie gemeiniglich findet, meiſtentheils feuchte iſt, und wie friſcher Käſe ausſieht. Man brachte ſie zuerſt aus dem Mondloch am Luzerner Pilatusberge, welches zu ihrer Benennung Anlaß gegeben hat. Die eigentliche ſo-

genannte Gypserde hat eine weiße Farbe und iſt auch unter den Namen Guhr und Himmelsmehl (farina foſſilis) bekannt.

§. 95.

Unter den metalliſchen Erden werden hier nicht überhaupt diejenigen verſtanden, welche metalliſche Theile enthalten, wie verſchiedne Erdarten der folgenden Claſſe, ſondern blos ſolche, die keine einzige andre Erdart beygemiſcht enthalten, und ſich daher vermittelſt einer hinzugeſetzten brennbaren Subſtanz ganz und gar in Metall durch das Feuer verwandeln laſſen. Dergleichen metalliſche Erden ſind das ſogenannte Kupfergrün und eine gewiſſe Art von Eiſenocher. Das Kupfergrün oder Berggrün (Viride montanum, Ochra cupri viridis) hat dieſe Namen von ſeiner Farbe erhalten, die bisweilen hochgrün, bisweilen blaßgrün iſt. Es beſteht aus lauter Kupfertheilchen, die keinen ſtarken Zuſammenhang mit einander haben und ſich daher leicht zerreiben laſſen. Die Eiſenocher (Ochra ferri) iſt eine rothe, braune, oder gelbe Erde, welche ſich zu Eiſen ſchmelzen läßt, und von den Malern und andern Künſtlern auch als Farbe gebraucht wird.

§. 96.

Die vermiſchten oder zuſammengeſetzten Erdarten machen die größte Anzahl aus, und viele derſelben beſtehen nicht nur aus verſchiedenen Erdarten, ſondern auch aus andern Materien, die man nicht darunter rechnen kann, z. B. aus metalliſchen, thieriſchen, ſalzigen und brennbaren Theilen; daher einige Schriftſteller dieſe Erdarten unter ſieben Abthei-

lungen gebracht haben, nach welchen ich die vornehmſten und nützlichſten Arten kürzlich anführen will.

§. 97.

Unter die erſte Abtheilung rechnet man die verſchiednen Thonerden, worunter nicht nur viele Arten von dem gemeinen Töpferthone, und der Lehm oder Leimen, aus welchem man die Mauerziegeln verfertiget, ſondern auch der Bolus, die Walkererde, das Steinmark, der Tripel, und einige Mergelarten gehören.

§. 98.

Der Bolus iſt eine gefärbte, meiſtentheils röthliche, eiſenhaltige Thonerde, die ſich fett anfühlt, und in mäßigem Feuer hart und roth brennen läßt. Ehemals wurde ſie nicht nur, wie jetzt noch, von verſchiedenen mechaniſchen Künſtlern, ſondern auch von den Aerzten häufig gebraucht, und in Geſtalt kleiner runder Kuchen, auf welche man zur Verhütung aller Verfälſchung ein beſondres Siegel drückte, unter dem Namen Siegelerde verkauft.

§. 99.

Die Walkererde (terra fullonum) hat eine weißgraue oder gelbliche Farbe, und iſt etwas feſter, als der gemeine Thon, von welchem ſie ſich auch durch verſchiedne andre Eigenſchaften unterſcheidet, welche aus ihrer Vermiſchung mit Kalkerde, Kieſelerde, Talkerde und Eiſentheilchen entſtehen. Wenn man ſie ins Waſſer bringt, ſo ſchäumt ſie wie Seife, daher ſie einige auch Seifenerde nennen, und läßt ſich im Waſſer zwar in ein feines Pulver auflöſen, aber

nicht zu einem Teige kneten. Sie iſt ſehr geſchickt, die aus Wolle verfertigten Zeuge von aller Fettigkeit zu reinigen; daher man ſie zum Walken der Tücher, wovon ſie ihren Namen erhalten hat, zu gebrauchen pflegt.

§. 100.

Das Steinmark (lithomarga) iſt ebenfalls eine ſehr geſchmeidige Erde, die meiſtentheils eine gelblichweiße, oder bläuliche Farbe hat, bisweilen aber auch anders gefärbt iſt, und gemeiniglich zwiſchen den Ritzen der Steine und Felſen, als eine weiche, ſchmierige Maſſe, die aber hernach an der Luft verhärtet, gefunden wird; welches zu ſeiner Benennung Anlaß gegeben hat.

§. 101.

Der Tripel (terra tripolitana), welcher von der Stadt Tripolis ſeinen Namen erhalten hat, aber nicht blos in Africa, ſondern auch in verſchiedenen europäiſchen Ländern gefunden wird, iſt eine magere, zarte und ſcharfe Erde, die aus Thon, Kalk, Sand und bisweilen auch aus eiſenhaltigen Theilen zuſammengeſetzt iſt, und ſehr gut zum Poliren des Metalls gebraucht werden kann. Er hat gemeiniglich eine gelbliche oder graue Farbe, die ſich aber im Feuer in eine weiße verwandelt.

§. 102.

Der Mergel (marga) iſt eine mit Kalk vermiſchte Thonerde, die bisweilen auch Gyps und Sand enthält, von welcher Miſchung die verſchiednen Mergelarten auch ihre Namen erhalten haben. Diejenige

vermiſchte Erdart, die beynahe aus gleichen Theilen Thon und Kalkerde beſteht, wird im eigentlichen Verſtande Mergel genannt. Hat aber in dieſer Miſchung der Thon die Oberhand, und ſind z. B. drey Theile Thon mit einem Theile Kalkerde vermiſcht, ſo heißt dieſe zuſammengeſetzte Erdart Thonmergel. Der Kalkmergel enthält weit mehr Kalkerde, als Thon; der Gypsmergel und Sandmergel enthalten ebenfalls ihre Namen von dem beygemiſchten Gyps oder Sande.

§. 103.

Die zweyte Abtheilung beſteht aus den vermiſchten Kalkerden, unter welche man außer den bereits angeführten Mergelarten, die mehr Kalkerde als Thon enthalten, die Braunröthe, die grüne Kreide, und verſchiedne andre Kreidearten zu rechnen pflegt.

§. 104.

Die Braunröthe (cimolia purpuraſcens), welche auch von einigen Indianiſch Roth genannt wird, iſt eine braune, feſte und dichte Erde, die ſich ſanft anfühlen läßt, und von den Schuhmachern zum Färben des Leders gebraucht wird. Sie enthält außer der Kalkerde auch etwas von Eiſenvitriol und andern Materien, von welchen ihre Farbe entſteht. Die grüne Kreide (Creta brianzonia), welche ihre Farbe ebenfalls von beygemiſchten metalliſchen Theilen erhält, iſt eine feſte, blättrige, etwas fett anzufühlende Erde, die, wie Kreide, zum Schreiben und Malen gebraucht werden kann, aber nicht allezeit eine ganz grüne Farbe hat.

§. 105.

Die dritte Abtheilung enthält die vermiſchten Sandarten, z. B. den Triebſand, den Thonſand, den Grusſand, den gefärbten Perlſand und den Glimmerſand, die nicht nur aus mancherley Erdarten, ſondern auch aus thieriſchen und andern Theilen zuſammengeſetzt ſind.

§. 106.

Die vierte Abtheilung begreift die mit brennbaren Materien vermiſchten Erdarten unter ſich, von denen vorzüglich die Schwefelerde und die Bergpecherde angeführt zu werden verdienen, welche ihre Namen von den beygemiſchten Theilen, die ſie zum Brennen geſchickt machen, erhalten haben.

§. 107.

Die Schwefelerde, wovon es mehr als eine Art gibt, hat eine braune, graue, oder ſchwarze Farbe, und läßt ſich, wenn man ſie auf glühende Kohlen wirft, ſehr leicht an der ſchönen blauen Flamme, und an dem ſtarken Schwefelgeruch, den ſie von ſich gibt, erkennen. Die Bergpecherde (terra bituminoſa), worunter man auch den Bergtorf rechnet, iſt aus verſchiedenen Erdarten und Bergpech oder Bergtheer zuſammengeſetzt, und brennt daher ebenfalls im Feuer, zumal wenn ſie noch ein wenig feuchte iſt, doch ohne eine blaue Flamme.

§. 108.

Unter die fünfte Abtheilung werden die mit ſaliniſchen Theilen vermiſchten Erdarten gerechnet, un-

ter welchen die Vitriolerde, die Alaunerde, die Salpetererde und die Kochſalzerde, deren vornehmſten Beſtandtheile ſchon ihre Namen anzeigen, die merkwürdigſten ſind.

§. 109.

Die Vitriolerde, welche gemeiniglich eine gelbe, ſchwarze oder rothe, bisweilen aber auch eine grüne Farbe hat, läßt ſich am leichteſten an dem herben Dintengeſchmack erkennen. Die Alaunerde, deren Farbe ins Schwärzliche, Bräunliche oder Graue fällt, hat einen zuſammenziehenden, ſauren Geſchmack. Die Salpetererde, in welcher der Stoff zum Salpeter erzeugt wird, unterſcheidet ſich von andern Erdarten, vorzüglich durch den ſcharfen, kühlen Geſchmack, den ſie auf der Zunge erregt, und durch das Praſſeln, welches man bemerkt, wenn man ſie auf glühende Kohlen wirft. Die Kochſalzerde, welche als eine weiche und lockere, bisweilen aber auch als eine feſte, zuſammengebackne Maſſe in den Steinſalzbergwerken gefunden wird, iſt an dem gewöhnlichen ſalzigen Geſchmack kennbar.

§. 110.

Die ſechste Abtheilung enthält die vermiſchten metalliſchen Erden, unter welche der Goldſand oder das ſogenannte Waſchgold, welches in einem gefärbten, mit feinem Goldſtaube vermiſchten Sande beſteht, die ſilberhaltige Gilbe; der Silbermergel; der Silberſchlamm; das Bergblau, eine ganz lockere, blaue Erde, welche Kupfertheilchen enthält; der Eiſenglimmer, eine rothe oder ſchwarzgraue, leicht zerreibliche und abfärbende Erde; die

Queckſilbererden, welche meiſtentheils eine röthliche oder graue Farbe haben, und ſich an ihrer beträchtlichen Schwere und den ſichtbaren Queckſilbertheilchen leicht erkennen laſſen; die Galmeyerde, ein mit Eiſenocher, Alaun und einer unmetalliſchen Erde vermiſchter Zinkkalk; das Giftmehl, oder das ſogenannte Schwabengift, ein mit Arſenik vermiſchter Letten oder Mergel; die Umbererde, eine dunkelbraune, eiſenſchüſſige, mit bituminöſen Theilen vermiſchte Erdart; einige Koboltererden und noch andre Erdarten gehören.

§. 111.

Zu der ſiebenten und letzten Abtheilung werden alle Arten von Gartenerde oder Fruchterde gerechnet, bey welcher man die meiſte Vermiſchung und Zuſammenſetzung antrifft. Denn die meiſte Gartenerde beſteht nicht nur aus verſchiednen der jetzt beſchriebenen Erdarten, ſondern auch aus mancherley verfaulten thieriſchen und vegetabiliſchen Theilen, von denen vorzüglich ihre Fruchtbarkeit herrührt.

Drittes Kapitel.

Von den Steinen.

§. 112.

Die Steine ſind harte und feſtzuſammenhängende Körper, welche unter dem Hammer zerſpringen, und im Waſſer ſich nicht auflöſen laſſen. Sie be-

beſtehen aus einer Zuſammenſetzung verſchiedner Erdarten, ob man gleich die Art und Weiſe, wie die erdigen Theile durch ihre Vereinigung die mancherley Arten von Steinen bilden können, noch nicht hinlänglich erklärt hat. Auch läßt ſich die Meinung derer, welche behaupten, daß nicht alle Steine aus den Erden erzeugt werden, ſondern daß man einige Arten derſelben für uranfängliche Steine halten müſſe, nicht widerlegen.

§. 113.

Wenn man die Steine ins Feuer bringt, und darin eine Zeitlang liegen läßt, ſo bemerkt man unter denſelben folgenden wichtigen Unterſchied. Einige Arten werden im Feuer locker und verwandeln ſich in Kalk oder Gyps; andere hingegen werden zu Glas, oder gleichen ſchon überhaupt dem Glaſe an Durchſichtigkeit, und noch andre bleiben darin eine lange Zeit unveränderlich. Es gibt aber auch Steine, die aus einer Vermiſchung verſchiedner Arten von Steinen, Erden und andern mineraliſchen Körpern beſtehen. Ueberdieſes trift man hin und wieder Steine an, welche die Geſtalt eines thieriſchen oder vegetabiliſchen Körpers zeigen. Man kann daher die ganze Claſſe von Steinen, nach dem Beyſpiele einiger Schriftſteller, unter fünf Abtheilungen oder Ordnungen bringen, welche die kalkartigen, glasartigen, feuerfeſten, felsartigen oder vermiſchten und gebildeten Steine enthalten.

§. 114.

Durch kalkartige Steine, wenn man dieſe Benennung in der weitläuftigern Bedeutung nimmt,

verſteht man alle Arten von Steinen, bey welchen man die Eigenſchaft antrift, daß ſie im Feuer locker werden, und hernach an der Luft in einen Staub zerfallen, welcher aber, wenn er mit Waſſer vermiſcht wird, wiederum erhärtet. Benetzt man dergleichen Steine mit Scheidewaſſer oder mit einer andern Säure, ſo bemerkt man bey ihnen eben denſelben Unterſchied, wie bey den Kalkerden; nämlich einige brauſen mit Scheidewaſſer, und zerfallen, wenn ſie vorher gebrannt worden ſind, im Waſſer mit einer ſtarken Erhitzung; bey andern hingegen trifft man dieſe Eigenſchaft nicht an. Die erſtern machen daher die kalkartigen Steine im engern Verſtande, und die letztern die gypsartigen Steine aus. Zu jenen, nämlich zu den eigentlichen kalkartigen Steinen, gehört nicht nur der gemeine Kalkſtein, ſondern auch der Marmor, der Kalkſpath, der Stinkſtein, und der Kalkſinter oder Tropfſtein.

§. 115.

Der gemeine Kalkſtein, aus welchem der zum Bauen nöthige Kalk gebrannt wird, iſt der Geſtalt und Farbe nach ſehr verſchieden. Es gibt dichte, körnichte, ſchimmernde und ſtreifige, weiße, graue, braune, röthliche, grünliche oder noch anders gefärbte Kalkſteine, die auch bisweilen mit Schnecken, Muſcheln, Knochen und andern fremden Theilen vermiſcht ſind.

§. 116.

Der Marmor unterſcheidet ſich von dem gemeinen Kalkſteine, vorzüglich durch ein dichteres und feſteres Gewebe; daher er auch eine ſchöne Politur

annimmt, deren der gemeine Kalkſtein nicht fähig iſt. Unter keiner einzigen Gattung von Steinen findet man eine ſo große Mannigfaltigkeit von Farben, als unter den Marmorarten. Es gibt weißen, ſchwarzen, gelben, rothen, braunen, grünen, grauen, bunten und figurirten Marmor. Einige Marmorarten, beſonders die florentiniſchen, haben eine ſolche Menge von Streifen, Flecken und Figuren, daß eine mittelmäßige Einbildungskraft ſich dabey leicht Bäume, Städte und Landſchaften vorſtellen kann. An denjenigen Oertern, wo es viel Marmor gibt, bedient man ſich deſſelben nicht nur zum Bauen und zu Bildſäulen, ſondern auch zum Kalkbrennen.

§. 117.

Der Kalkſpath, wovon es ebenfalls verſchiedne Arten gibt, iſt ein blättriger, weißer, auch anders gefärbter Stein, der ſich ebenfalls zu Kalk brennen läßt. Man unterſcheidet aber meiſtentheils den gemeinen Spath, den Würfelſpath, den Schieferſpath und den durchſichtigen Spath. Der gemeine Kalkſpath iſt undurchſichtig, und ſeine Theile liegen unordentlich unter einander, da hingegen der Würfelſpath (Spatum teſſulare), der auch überhaupt etwas feſter iſt, als der gemeine Kalkſpath, aus ſpitzwürflichen oder rhomboidaliſchen Theilen beſteht. Der Schieferſpath (Spatum lamelloſum), welcher auch Schuppenſpath genannt wird, bricht in dünne Blätter, und hat meiſtentheils eine weiße Farbe. Unter dem durchſichtigen Spathe (Spatum pellucidum) iſt vorzüglich diejenige Art merkwürdig, welche die Gegenſtände verdoppelt, die man dadurch betrachtet, und daher Doppelſtein, ſonſt auch der isländiſche Kryſtall genannt wird.

§. 118.

Man findet zwar in den mineralogiſchen Schriften, außer den jetzt angeführten, noch verſchiedne andre Steine, die man unter die Spatharten zu rechnen pflegt; weil man überhaupt unter der Benennung Spath einen blätterigen oder faſerigen, aus rhomboidaliſchen Theilen meiſtentheils zuſammengeſetzten Stein verſteht, der glatte, glänzende Flächen hat. Allein nicht alle Steine, bey welchen man dieſe Merkmale antrifft, gehören unter die Kalkſteine, indem viele derſelben nicht mit den Säuren brauſen, und ſich durchs Feuer nicht in Kalk, ſondern in Gyps verwandeln laſſen; daher einige von den hier übergangenen Spatharten unter den gypsartigen Steinen angeführt werden ſollen. Es gibt auch ſpathartige Steine, die ſich weder in Gyps noch in Kalk verwandeln laſſen, wie z. B. diejenigen, die metalliſche Theile enthalten, und daher überhaupt metalliſche Spathe genannt werden, worunter der Bleyſpath gehöret, deſſen metalliſche Beſtandtheile ſein Name anzeigt. Der ſogenannte Schwerſpath (Spatum ponderoſum) gehört ebenfalls weder unter die kalkartigen, noch gypsartigen Steine, ſondern beſteht aus einer beſondern alkaliſchen Erde, die ſich vorzüglich durch ihre anſehnliche ſpecifiſche Schwere von andern Erdarten unterſcheidet, und daher den Namen Schwererde erhalten hat. Der Schwerſpath, welcher gemeiniglich eine weiße, oft aber auch eine bläuliche, gelbliche und andre Farbe hat, entſteht aus dieſer Erde durch die Verbindung mit der Vitriolſäure.

§. 119.

Der Stinkſtein, welcher auch den Namen Sau-

ſtein (Lapis ſuillus) führet, iſt ein dunkelbrauner, grauer, oder ſchwärzlicher Kalkſtein, der unter verſchiedner Geſtalt gefunden wird, nämlich bald von einem dichtern, bald von einem lockerern Gewebe, und bald körnicht, bald wieder ſchuppenartig und ſpathig. Seinen Namen hat er von dem unangenehmen Geruche erhalten, den er von ſich gibt, wenn er gerieben wird, und der mit dem Geruche des Katzenurins ſo ziemlich übereinkömmt.

§. 120.

Der Kalkſinter oder kalkartige Tropfſtein (tofus), welcher auch bisweilen unter dem Namen Stalaktit vorkömmt, entſteht aus dem in den Berghöhlen herabtröpfelnden, mit Kalkerde vermiſchten Waſſer. Die meiſten Steine dieſer Art gleichen den Eiszapfen, und bilden durch ihre Zuſammenfügung bisweilen ſehr wunderbare Geſtalten, wovon man in der bekannten Baumannshöhle am Harz ſehr viele und merkwürdige Beyſpiele antrifft. Einige Quellen, z. B. der berühmte Carlsbader Geſundbrunnen, haben die Eigenſchaft, daß die hinein gelegten Sachen nach einiger Zeit mit einer ſteinartigen Rinde überzogen werden, die aus ähnlichen Beſtandtheilen beſteht.

§. 121.

Die gypsartigen Steine brauſen mit keiner Säure auf, und laſſen ſich durch Hülfe des Feuers in ein mehlartiges Pulver verwandeln, welches, wenn es mit Waſſer vermiſcht wird, ohne Erhitzung wieder erhärtet. Die meiſten gypsartigen Steine ſind auch ſo locker, daß man ſie ſchon mit den bloßen Fingern zerreiſſen, oder mit dem Meſſer ſchneiden kann. Die

merkwürdigſten Arten ſind, außer dem gemeinen Gypsſteine, der Alabaſter, der Gypsſpath, das Frauenglas, der bononiſche Stein und der Glasſpath.

§. 122.

Der gemeine Gypsſtein hat gemeiniglich eine weiße oder graue, bisweilen aber auch eine andre Farbe, und ſieht im Bruche faſt wie trockner Thon aus, von dem er ſich nur vorzüglich durch die glänzenden Puncte unterſcheidet. Wird dieſer Stein gebrannt, ſo gibt er den gewöhnlichen Gyps, den man zum Bauen und zu verſchiednen andern Arbeiten zu gebrauchen pflegt.

§. 123.

Der Alabaſter unterſcheidet ſich von dem gemeinen Gypsſteine durch ein dichteres und feſteres Gewebe, wodurch er einer ziemlichen Politur fähig wird. Es gibt weißen, ſchwarzen und ſchwarz gefleckten, auch gelben und röthlichen Alabaſter, wovon mancher durchſichtig, mancher aber undurchſichtig iſt. Der ſogenannte Alabaſtrit iſt eine ganz undurchſichtige Alabaſterart, die ſich von dem gemeinen Alabaſter nur durch eine größere Härte unterſcheidet.

§. 124.

Der Gypsſpath, nämlich der gemeine Gypsſpath, oder der Schiefergyps (Gypſum lamelloſum) beſteht aus undurchſichtigen dünnen Scheibchen und Blättchen, die ſich leicht von einander trennen laſſen. Das Frauenglas, welches auch die Namen Fraueneis und Marienglas (Glacies Mariae, Se-

lenites) führet, iſt nichts anders, als ein durchſichtiger Gypsſpath, welcher im Feuer ſeine Durchſichtigkeit verliert, und, wie andre Gypsſteine, zu Gyps wird.

§. 125.

Der Bononiſche Stein, oder der Bologneſer Spath (Phosphorus Bononienſis) iſt ein faſeriger, wenig durchſichtiger, mit einer grauen oder weißlichen Haut überzogener Stein, der vorzüglich in Italien in der Gegend von Bologna gefunden wird, wie man ſchon aus ſeiner Benennung erſehen kann. Wenn man ihn ins Feuer legt und calcinirt, ſo erhält er dadurch die beſondre Eigenſchaft, daß er hernach das Licht der Sonne und andrer leuchtenden Körper an ſich zieht, und wenn er hierauf in einen dunkeln Ort gebracht wird, einen Schein, wie glühende Kohlen, von ſich gibt; daher man ihn auch den leuchtenden Stein, und den leuchtenden Spath zu nennen pflegt. Ehedem glaubte man, daß die leuchtende Kraft dieſem Steine allein eigen ſey; allein heut zu Tage iſt man von der Unrichtigkeit dieſer Meinung völlig überzeugt. Denn die Erfahrung hat ſchon längſt gelehrt, daß auch andre gypsartige und kalkartige Steine dieſe Eigenſchaft erhalten, wenn ſie auf eben die Art, wie der Bononiſche Stein, behandelt werden.

§. 126.

Der Glasſpath, welcher auch Flußſpath genannt wird (ſpatum vitreum) iſt ein dichter, harter, bisweilen blätteriger, bisweilen würflicher, bald mehr, bald weniger durchſichtiger Stein, der einen Glas-

glanz hat, und von verſchiednen Farben gefunden wird. Er bringt den Kupferſchiefer und andre ſtrengflüſſige Erze leicht in Fluß, wodurch der Name Flußſpath veranlaßt worden iſt.

§. 127.

Außer den jetzt beſchriebenen kalkartigen Steinen gibt es noch einige andre Gattungen, die erſt in den neuern Zeiten entdeckt worden ſind, von denen vorzüglich der Apatit und der Boracit angeführt zu werden verdienen.

§. 128.

Der Apatit, deſſen Entdeckung wir dem berühmten Herrn Bergrath Werner in Freyberg zu verdanken haben, iſt ein halbdurchſichtiger Stein von einem eignen fettigen Glanze, der im Erzgebirge in kurzen ſechs Seitenſäulen von verſchiedner Farbe gefunden wird. Meiſtentheils fällt dieſelbe ins Berggrüne oder Grünlichgraue, bisweilen aber auch ins Weißliche, Hellgelbe, Blaue oder Röthliche. Durch das Reiben wird dieſer Stein ſtark elektriſch, und wenn man ihn zermalmet auf glühende Kohlen bringt, ſo gibt er ein ſchönes grünes Licht von ſich.

§. 129.

Der Boracit, welcher auch unter dem Namen Sedativſpath vorkömmt, und ehemals blos unter dem Namen des Lüneburger würflichen Quarzes bekannt war, ehe man durch die Bemühungen des ſcharfſinnigen Herrn Bergcom. Weſtrumbs ſeine eigentlichen Beſtandtheile kennen gelernt hatte, iſt ein harter, zum Funkenſchlagen und Glasritzen geſchick-

ter Stein, den man bis jetzt blos in dem ſogenannten Kalkberge bey Lüneburg, und zwar immer kryſtalliſirt, in der Geſtalt eines Würfels mit abgeſtumpften Ecken, gefunden hat. Er iſt bald mehr, bald weniger durchſichtig, und meiſtentheils von gräulichweißer Farbe, die bisweilen ins Grünliche fällt.

§. 130.

Die glasartigen Steine, (lapides vitreſcentes) welche nach der oben angenommenen Eintheilung die zweyte Ordnung ausmachen, haben dieſen Namen deswegen erhalten, weil die meiſten durchſichtig ſind, und mit fixen alkaliſchen Salzen im Feuer geſchwinder, als andre, zu Glaſe werden. Man rechnet hierunter die Edelſteine, die Kieſelarten, den Hornſtein, den Sandſtein, und den Schiefer.

§. 131.

Den Namen Edelſteine (Gemmae) führen diejenigen Steinarten, die ſich nicht nur durch einen vorzüglichen Glanz, ſondern auch durch eine beſondre Härte, Durchſichtigkeit und Seltenheit von andern Steinen unterſcheiden. Die bekannteſten Edelſteine ſind der Diamant, der Rubin, der Sapphir, der Topas, der Smaragd, der Chryſolith und Chryſopras, der Amethyſt, der Granat, der Hyacinth und der Berill oder Aquamarin; welche Anzahl aber in den neuern Zeiten noch durch verſchiedne Arten vermehrt worden iſt, wovon ich hernach die merkwürdigſten anführen will.

§. 132.

Der Diamant, welcher unter allen Edelſteinen

der härteſte iſt und auch an Glanz alle übrigen Arten von Steinen übertrifft, hat roh entweder eine runde Geſtalt, wie ein Kieſel, oder die Geſtalt einer doppelt vierſeitigen, bisweilen auch einer doppelt dreyſeitigen Pyramide. Er wird nicht nur Farbenlos, ſondern auch häufig blaßbraun, graulich, und citronengelb, ſelten aber roſenroth, und noch ſeltner grün oder blau gefunden. Die meiſten Diamanten kommen aus Oſtindien und Braſilien. Die oſtindiſchen aber werden allen übrigen vorgezogen. Ehemals hielt man dieſe Steine für ganz unzerſtörbar im Feuer. Allein ſeitdem man Mittel ausfindig gemacht hat, das Feuer auf mehr als eine Art anſehnlich zu verſtärken, iſt man von der Unrichtigkeit dieſer Meinung völlig überzeugt worden. Denn wenn er einem heftigen, durch große Brennſpiegel concentrirten Sonnenfeuer, oder der ſtärkſten Hitze eines Porzellanofens ausgeſetzt wird, ſo bricht er in ſchwache, bläuliche Flammen aus, und verbrennt nach und nach, ohne etwas mehr, als eine kaum merkliche Spur von Ruß zu hinterlaſſen. Wegen dieſes ganz beſondern Verhaltens im Feuer haben ihn daher einige neuere mineralogiſche Schriftſteller von den übrigen Edelſteinen abgeſondert, und als ein eignes Geſchlecht betrachtet.

§. 133.

Der Rubin, welcher dem Diamant an Härte und Koſtbarkeit ſehr nahe kömmt, und auch im Feuer ſeine Farbe behält, hat eine hochrothe, bisweilen aber auch etwas bläſſere Farbe. Die ſchönſten Rubinen werden auf der Inſel Ceylon und in andern morgenländiſchen Gegenden gefunden. Bey den ältern Schriftſtellern kömmt dieſer Edelſtein auch oft

unter dem Namen Carfunkel vor. Die Juwelirer pflegen gemeiniglich den Unterſchied, welchen man bey dem Rubin in Anſehung der Farbe antrifft, durch beſondre Namen anzuzeigen, und den eigentlichen Rubin von dem Spinell, Ballas und Rubicell zu unterſcheiden. Der eigentliche Rubin, welcher am meiſten geſchätzt wird, hat eine karmoiſinrothe, etwas purpurartige Farbe. Der Spinell, der weder an Härte, noch an Farbe dem Rubin gleich kömmt, iſt gemeiniglich bläulich roth; der Ballas oder Balais blaßroth, und der Rubicell, welcher den übrigen an Werth nicht gleich geſchätzt wird, und im Feuer auch ſeine Farbe verliert, iſt rothgelb.

§. 134.

Der Sapphir iſt ein ſchöner himmelblauer Edelſtein, der aber im Feuer ſeine Farbe nicht behält. Der Topas hat eine gelbe Farbe, die aber nach Beſchaffenheit ſeines Vaterlandes etwas verſchieden iſt. Der orientaliſche hat eine ſchöne citrongelbe, der braſilianiſche eine braungelbe, und der ſächſiſche Topas eine weißlichgelbe Farbe, die er im Feuer verliert. Die Juwelierer pflegen daher die Topaſe durch das Glühen weiß und dadurch den Diamanten ähnlich zu machen, von denen ſie auch diejenigen, die keine großen Kenner der Edelſteine ſind, nicht leicht unterſcheiden können. Die ſächſiſchen Topaſe, welche den beſten orientaliſchen an Härte ſehr nahe kommen, werden in vielen Gegenden Schneckentopaſe oder Schneckenſteine genannt, welche Benennung von einem Felſen bey Auerbach im Voigtlande, wo ſie brechen, hergenommen iſt.

§. 135.

Der Smaragd hat zwar eine viel geringere Härte, als die jetzt beſchriebenen Edelſteine, aber eine ſchöne grüne Farbe, die ihm auch durch das gewöhnliche Feuer nicht geraubt wird. Man findet ihn nicht nur in den Morgenländern, ſondern auch in verſchiednen Gegenden von Deutſchland, beſonders in Böhmen, Sachſen und Schleſien; doch werden die orientaliſchen Smaragde, ſo wie die meiſten übrigen orientaliſchen Edelſteine, höher, als die europäiſchen geachtet.

§. 136.

Der Chryſolith und der Chryſopras haben eine große Aehnlichkeit mit einander, und werden daher auch oft mit einander verwechſelt. Der Chryſolith oder Goldſtein hat eine gelblich grüne Farbe, die er aber im Feuer verliert. Die Farbe des Chryſopras iſt ebenfalls grün und mit Gelb vermiſcht. Beyde Steine ſind ſo weich, daß ſie ſich feilen laſſen. Es gibt auch einen ähnlichen Edelſtein, der eine blaß gelbgrüne Farbe hat, und von einigen Chryſoberill genannt wird.

§. 137.

Der Amethyſt unterſcheidet ſich von den übrigen Edelſteinen durch ſeine ſchöne, violetblaue Farbe, die er aber im Feuer nicht behält. Die orientaliſchen Amethyſte ſind härter, als diejenigen, die man in Deutſchland und andern europäiſchen Gegenden findet, und werden daher auch höher geſchätzt.

§. 138.

Der Granat, deſſen Farbe gemeiniglich dunkelroth iſt, bisweilen aber auch etwas ins Gelbliche oder Violette fällt, hat zwar nicht den Glanz und das Feuer der übrigen Edelſteine, übertrifft aber einige derſelben, z. B. den Smaragd und Chryſopras, an Härte. Er behält auch im Feuer ſeine Farbe; doch kömmt er darin im Fluß. Man findet die Granaten, die aber meiſtentheils klein ſind, in verſchiednen Ländern; und ob man gleich ſonſt, wie ich bereits oben erinnert habe, die orientaliſchen Edelſteine den übrigen meiſtentheils weit vorzieht, ſo leidet doch dieſe Bemerkung bey den Granaten eine Ausnahme. Denn die böhmiſchen Granaten werden von Kennern den orientaliſchen nicht nur gleich geſchätzt, ſondern dieſen auch oft noch vorgezogen.

§. 139.

Der Hyacinth, welcher ebenfalls in verſchiednen Ländern von Aſien und Europa gefunden wird, hat eine rothgelbe, bisweilen aber auch eine braungelbe und blaßgelbe Farbe. Er hat keine beträchtliche Härte, und kömmt im Feuer in Fluß. Der Berill oder Aquamarin hat eine grünblaue oder ſeegrüne Farbe. Einige machen daher einen Unterſchied unter dieſen beyden Benennungen und verſtehen unter Berill diejenigen Steine, deren Farbe mehr ins Grüne fällt, und unter Aquamarin diejenigen, die eine bläſſere, dem Seewaſſer mehr ähnliche Farbe haben, welches auch die Benennung anzeigt, die eine Abkürzung der lateiniſchen Worte aqua marina iſt.

§. 140.

Unter den in unſerm Jahrhunderte erſt entdeckten Edelſteinen verdienen vorzüglich der Turmalin und der Zirkon angeführt zu werden. Der Turmalin, den man zuerſt auf den Küſten der Inſel Ceylon, hernach aber auch in andern Ländern, und ſelbſt in einigen europäiſchen Gegenden fand, iſt ein rothbrauner, bisweilen aber auch etwas anders gefärbter, meiſtentheils durchſichtiger Stein, der vorzüglich wegen ſeiner elektriſchen Eigenſchaft geſchätzt wird, die man aber alsdenn erſt bemerkt, wenn man ihn auf glühende Kohlen oder in ſiedendes Waſſer legt. Weil man nun ſah, daß er im Feuer die nahe liegende Aſche an ſich zog, ſo nannte man ihn im Deutſchen Aſchentrecker oder Aſchenzieher.

§. 141.

Der Zirkon oder Sargon, (circonius) den man anfänglich bald unter die Diamanten, bald unter die Hyacinthen rechnete, jetzt aber, nachdem man ſeine Beſtandtheile genauer unterſucht hat, als ein beſondres Geſchlecht betrachtet, iſt noch weit ſpäter, als der Turmalin, auf der Inſel Ceylon, auch bis jetzt noch in keiner andern Gegend gefunden worden. Die Farbe dieſes Steins iſt meiſtentheils gelblich und grünlich grau, oder hellbraun, bisweilen auch grasgrün oder röthlich grün. Geſchliffen hat der Zirkon einen ganz eignen Glanz, der ſich dem metalliſchen ein wenig nähert. Nach den chemiſchen Unterſuchungen enthält er außer der Kieſelerde und ein wenig Eiſenerde, eine ganz beſondre einfache Erde, welche in den neuſten mineralogiſchen Schriften unter dem Namen Zirkonerde vorkömmt.

§. 142.

Kieſelſteine oder kieſelartige Steine, (Silices), worunter auch von einigen Schriftſtellern die meiſten Edelſteine gerechnet werden, heißen alle diejenigen Steinarten, welche ganz oder wenigſtens größtentheils aus einer Kieſelerde beſtehen, mit Stahl angeſchlagen, Funken geben, und im Feuer zwar mürbe werden, aber ſonſt weder an der Luft, noch im Waſſer in ein Pulver zerfallen. Hierunter kann man außer dem gemeinen Kieſel, dem Quarz und Flintenſteine, auch die ſogenannten Halbedelſteine, den Schörl, den Thumerſtein, den Obſidian, den Prehnit, den Zeolith und den Feldſpath rechnen.

§. 143.

Der gemeine Kieſel wird nicht nur ganz weiß, ſondern auch von andrer Farbe, und zwar bald durchſichtig, bald undurchſichtig gefunden. Die feinen durchſichtigen Kieſel werden geſchliffen und zu Frauenzimmerſchmuck verarbeitet. Die gröbern werden zum Bauen, zum Pflaſtern der Straßen, und zum Glasmachen gebraucht.

§. 144.

Der Quarz, der noch beſſeres und feſteres Glas gibt, als die gemeinen Kieſelſteine, iſt eine bald mehr, bald weniger durchſichtige Steinart, die man theils ungeformt, theils kryſtalliſirt, und zwar nicht nur weiß, ſondern auch gefärbt antrifft. Der kryſtalliſirte Quarz hat eine ſechseckige Figur, und wird, wenn er weiß und durchſichtig iſt, Bergkryſtall oder

böhmiſcher Stein genannt; der ſchwarzbraune kryſtalliſirte Quarz heißt Rauchtopas. Wenn man bey den gefärbten Quarzen keine merkliche Durchſichtigkeit antrifft, ſo pflegt man ſie überhaupt Flüſſe zu nennen, und hierzu den Namen desjenigen Edelſteins zu ſetzen, dem ſie in Anſehung der Farbe gleichkommen. So iſt z. B. Amethyſtfluß ein violetfarbiger, und Topasfluß ein gelber Quarzkryſtall.

§. 145.

Der Flintenſtein oder Feuerſtein, welcher von einigen Schriftſtellern unter die Hornſteine gerechnet wird, hat meiſtentheils eine graue, gelbe oder ſchwärzliche Farbe, und wird häufig im Sande und zwiſchen den Kreideſchichten gefunden. Die Eigenſchaft aber, vermöge welcher ihm die angeführten Namen beygelegt worden ſind, hat er mit allen kieſelartigen und mit vielen andern harten Steinen gemein, die man nur zum Theil wegen ihres größern Werths nicht ſo häufig, wie den gemeinen Flintenſtein, zum Feueranſchlagen gebraucht.

§. 146.

Unter die Halbedelſteine rechnet man gemeiniglich den Chalcedon, den Carneol, den Onyx, den Sardonyx, den Heliotrop, den Opal und den Achat. Einige ſetzen noch den ſchon beſchriebenen Bergkryſtal hinzu, und andre hingegen ſchränken dieſen allgemeinen und ziemlich unbeſtimmten Namen nur auf den Chalcedon, Carneol, Onyx und Opal ein.

§. 147.

Der Chalcedon iſt ein halbdurchſichtiger Stein, der eine große Aehnlichkeit mit dem gemeinen Flintenſteine hat, aber mehr Licht, als dieſer, durchläßt, und auch eine beſſere Politur annimmt. Er iſt gemeiniglich milchgrau oder milchblau; doch fällt ſeine Farbe bisweilen auch ins Grüne oder Braune. Eine weniger durchſichtige Art des Chalcedons von rahmgelber Farbe wird Raſcholon genannt. Der Carneol oder Sarder (Sarda) iſt ein fleiſchfarbiger oder rother, bisweilen auch brauner, und meiſtentheils ziemlich durchſichtiger Stein, der ſich gut ſchneiden und poliren läßt; daher man ſich deſſelben gern zu Petſchaften bedient.

§. 148.

Der Onyx oder Onych iſt ein halbdurchſichtiger Stein, welcher aus unterſchiedenen Lagen von verſchiedner Farbe beſteht, und die meiſten Kieſelarten an Härte übertrifft. Er hat bisweilen ſchwarze und weiße, bisweilen auch fleiſchfarbige, und noch anders gefärbte Ränder. Diejenige Art, welche keine cirkelförmigen Streifen, ſondern gerade Ränder oder Schichten über einander hat, wovon die untere ſchwarz und die obere weiß iſt, wurde von den alten römiſchen Steinſchneidern Camehuja und Cameus genannt, und zu erhabnen Bildern geſchnitzet, dergleichen auch die jetzigen Steinſchneider nachzumachen und Rameen zu nennen pflegen. Der Sardonyx beſteht aus einer Vermiſchung von Onyx und Sarder, wie ſchon der Name anzeigt, ſo daß Carniolſtreifen durch den Onyx laufen.

§. 149.

Der Heliotrop, den einige mineralogiſche Schriftſteller unter die Jaspisarten rechnen, iſt ein bald mehr, bald weniger durchſichtiger, ziemlich harter, aber nicht ſonderlich ſchwerer Stein, welcher eine ſehr dunkel lauchgrüne oder ſchwarzgraue, ins Lauchgrüne fallende Farbe, auch gemeiniglich blutrothe Puncte und olivengrüne, oder ockergelbe Flecken hat. Man findet ihn nicht nur in den Morgenländern, ſondern auch in Böhmen, und in verſchiednen andern europäiſchen Gegenden.

§. 150.

Der Opal, welchem man auch den Namen Elementſtein gegeben hat, iſt der ſchönſte und koſtbarſte unter allen Kieſelarten. Er unterſcheidet ſich von den übrigen Halbedelſteinen vorzüglich durch die, aus dem Brechen und Zurückwerfen der auf ihn fallenden Lichtſtrahlen entſtehende Veränderung der Farben. Der gemeine Opal, der zu Eibenſtock in Sachſen und in andern europäiſchen Gegenden gefunden wird, iſt milchblau und im Durchſchein gelblich; der Wachsopal, den man in Oberungarn antrifft, hat dieſen Namen von ſeiner gelben Wachsfarbe erhalten. Der edle Opal, welcher dieſen Namen wegen ſeiner Schönheit führt, und nicht nur in den Morgenländern, ſondern auch in Ungarn gefunden wird, hat eine bläuliche oder weißliche Farbe, und ſpielt mit verſchiednen ſehr lebhaften bunten Farben. Der veränderliche Opal oder das ſogenannte Weltauge iſt rahmgelb, und wird im Waſſer, auch in andern flüſſigen Materien, durchſichtiger. Viele Schrift-

ſteller verſichern, daß er im Waſſer einen Schein, wie eine glühende Kohle von ſich gebe, welches aber nach meinen Erfahrungen zu urtheilen, etwas poetiſch ausgedrückt iſt. Das ſogenannte Katzenauge wird auch von den meiſten Schriftſtellern unter die Opale, von einigen aber unter die Pſeudopale gerechnet. Dieſer Stein, welcher auf der Inſel Ceylon gefunden wird, hat gemeiniglich eine grünliche oder graugelbe Farbe, und wirft, wenn er geſchliffen iſt, von ſeiner Oberfläche gelbliche und grüne Strahlen, wie ein Katzenauge von ſich.

§. 151.

Der Achat iſt ein harter, ganz durchſichtiger Stein, der aus Quarz, Bergkryſtall, Chalcedon, Feuerſtein, Amethyſt, Heliotrop und andern Steinarten beſteht. Er wird vorzüglich wegen der Mannigfaltigkeit ſeiner Zeichnung und Farben geſchätzt, zumal da er einen ziemlichen Grad von Feſtigkeit hat, und eine ſehr gute Politur annimmt. Es gibt faſt von allen Farben Achate, und viele unter denſelben ſind auf eine ſo ſonderbare Art gefleckt und geſtreift, daß es einer mittelmäßigen Einbildungskraft ſchon nicht ſchwer wird, aus dieſen Zeichnungen Landſchaften, Feſtungen und andre Dinge zu machen, wodurch die Benennungen Landſchaftsachat, Feſtungsachat, und andre veranlaßt worden ſind.

§. 152.

In den ältern mineralogiſchen Schriften findet man unter den Halbedelſteinen auch den Türkis, (Turcoſa, Turcoides) angeführt, der eine blaugrü-

ne Farbe hat, und ſich ſchleifen und poliren läßt. Allein nachdem man gefunden hat, daß dieſer Körper kein eigentlicher Stein, ſondern nur ein verſteinerter Zahn oder andrer Knochen eines Thiers iſt, deſſen Farbe wahrſcheinlicher Weiſe von einer Kupferauflöſung herrührt, ſo hat man ihm nunmehr eine andre Stelle unter den natürlichen Körpern angewieſen.

§. 153.

Der Schörl, welchen Wallerius eine kryſtalliſirte Hornſteinfelsart nennt, gehört unter diejenigen Steine, die, wie die meiſten folgenden Arten, nicht nur Kieſelerde, ſondern noch verſchiedne andre Beſtandtheile enthalten. Denn nach den von den Scheidekünſtlern angeſtellten chemiſchen Unterſuchungen iſt er aus Kieſelerde, Thonerde, Eiſentheilchen und gemeiniglich auch aus Kalkerde zuſammengeſetzt. In Anſehung der Farbe findet man mancherley Verſchiedenheiten bey dieſer Steinart. Es gibt grauen, ſchwarzen, grünen, rothen und braunen Schörl. Der gewöhnlichſte iſt der ſchwarze Stangenſchörl, der am häufigſten in dem Erzgebirge, und zwar nicht nur derb, ſondern auch in dreyſeitigen, ſechsſeitigen und neunſeitigen Säulen kryſtalliſirt gefunden wird. Der oben (§. 140) bereits angeführte Turmalin iſt nichts anders, als eine Art von Schörl und wird daher von einigen mineralogiſchen Schriftſtellern der elektriſche Schörl genannt.

§. 154.

Der Thumerſtein, welcher ſeinen Namen von dem Sächſiſchen Bergſtädtchen Thum, wo er häu-

ſir gefunden wird, erhalten hat, in den mineralogiſchen Schriften aber auch unter dem Namen Glasſchörl vorkömmt, der ihm wegen ſeines Glasglanzes und wegen ſeiner Verwandtſchaft mit dem Schörl beygeleat worden iſt, hat meiſtentheils eine nelkenbraune Farbe, die ſich aber bisweilen dem Violblauen und dem Rothen nähert. Man findet ihn ſowohl derb, als auch kryſtalliſirt. Der derbe iſt nur durchſcheinend, der kryſtalliſirte aber durchſichtig, wenigſtens halbdurchſichtig.

§. 155.

Der Obſidian, welcher ſonſt gemeiniglich zu den Producten der Vulkane gerechnet und gemeiniglich unter dem Namen Lavaglas angeführt, von dem Herrn Bergrath Werner aber zuerſt als eine beſondre Steinart betrachtet wurde, iſt ein harter, nicht ſonderlich ſchwerer, an den Kanten durchſcheinender Stein von dunkelſchwarzer Farbe, die bisweilen ein wenig ins Graue fällt. Man findet ihn meiſtentheils in unförmlichen, ſtumpfeckigen Stücken bey Tockay in Oberungarn, und in andern Gegenden, vorzüglich aber in Island; daher ihm einige auch den Namen des isländiſchen Achats beygelegt haben.

§. 156.

Der Prehnit, welcher erſt ſeit zwanzig Jahren in Europa bekannt iſt, und ſeinen Namen von dem Capitain Prehn erhalten hat, der ihn zuerſt vom Vorgebirge der guten Hoffnung mitbrachte, iſt ein ſpröder, halbdurchſichtiger Stein, der eine apfelgrüne, oder

grünlichgraue Farbe hat, und nicht nur derb, ſondern auch kryſtalliſirt gefunden wird.

§. 157.

Der Zeolith, welcher vorzüglich in Island, und auf den Färöer Inſeln gefunden wird, iſt ein gelblichweißer, bisweilen auch röthlichweißer, oder grünlichgrauer, durchſcheinender Stein, der einen beſondern Glanz, faſt wie Perlmutter und Metall hat. Man findet ihn in verſchiedner Geſtalt, mehlig, ſtrahlig, faſerig und blättrig.

§. 158.

Der Feldſpath iſt ein blättriger, harter, durchſcheinender Stein, der in mancherley Geſtalten, und von verſchiedner Farbe gefunden wird. Der gemeine Feldſpath hat meiſtentheils eine fleiſchrothe, oder weißgelbliche, bisweilen auch eine olivengrüne Farbe, und kömmt bald derb, bald kryſtalliſirt in mancherley Geſtalten vor. Die merkwürdigſte Art von Feldſpath iſt der ſogenannte Labradorſtein, welcher erſt ſeit dreyßig Jahren in unſern Gegenden bekannt iſt. Er wurde zuerſt von einem Mitgliede der Brüdergemeinde an der Küſte von Labrador in Nordamerika, hernach aber auch in andern amerikaniſchen und europäiſchen Gegenden gefunden. Er hat meiſtentheils eine ſchwärzlich graue Farbe, und ſpielt, wenn man ihn in beſtimmten Richtungen hält, mit verſchiednen bunten Farben; daher man ihm auch den Namen Schillerſpath gegeben hat.

§. 159.

Als eine Art des Feldſpaths betrachten einige

Schriftſteller auch den ſogenannten Diamantſpath, weil er dem Feldſpath in der Textur gleicht, und dem Diamant in der Härte ſehr nahe kömmt. Da aber die Unterſuchungen des berühmten Herrn Profeſſor Klaproths in Berlin gezeigt haben, daß er in Anſehung ſeiner Beſtandtheile gar ſehr von dem Feldſpath unterſchieden iſt, und außer der Thonerde noch eine beſondre Erde enthält, die mit keiner der bekannten Erdarten gleiche Eigenſchaften hat; ſo iſt man dadurch bewogen worden, dieſen Stein, der vorzüglich in Bengalen und China gefunden wird, als ein eignes Geſchlecht zu betrachten. Er hat übrigens eine graue oder haarbraune, bisweilen auch eine braunrothe Farbe, und kömmt nicht nur derb, ſondern auch noch öfter in ſechsſeitigen Säulen vor. Geſchliffen wirft er eine Art von Perlmutterglanz von ſich. Wegen ſeiner außerordentlichen Härte wird er als Pulver zum Schleifen der Edelſteine gebraucht.

§. 160.

Die Hornſteine (lapides cornei), welche von vielen mineralogiſchen Schriftſtellern unter die kieſelartigen Steine, denen ſie auch wirklich in vielen Stücken gleichen, gerechnet werden, ſind ebenfalls ſehr harte, wenig oder gar nicht durchſichtige Steine, welche beym Zerſchlagen meiſtentheils kugelförmig erhabne, und auf der andern Seite eingedrückte, den Muſcheln ähnliche Brüche geben. Man ſetzt in dieſe Claſſe gemeiniglich, außer dem eigentlich ſogenannten Hornſteine, den Jaſpis, den Porphyr und den Lazurſtein, denen ich noch den Pechſtein beyfügen will.

§. 161.

Der eigentliche oder gemeine Hornſtein, welcher eine große Aehnlichkeit mit dem oben beſchriebenen Flintenſteine hat, und auch als ein Feuerſtein gebraucht wird, iſt etwas ſchieferig, und meiſtentheils von gelber, grauer oder ſchwärzlicher Farbe. Weil er wegen ſeiner Härte und Dichtigkeit eine gute Politur annimmt, ſo wird er häufig zu Doſen und andern Galanteriewaaren verarbeitet.

§. 162.

Der Jaſpis, welcher vorzüglich wegen der Schönheit und Mannigfaltigkeit ſeiner Farben geſchätzt wird, iſt ein undurchſichtiger, aber ſehr dichter und harter Stein, von welchem es eine Menge Abänderungen gibt. Man findet weißen, ſchwarzen, rothen, grünen, gelben, braunen und noch anders gefärbten, auch verſchiedentlich geſtreiften und geſprenkelten Jaſpis. Diejenige Jaſpisart, auf welcher man breite farbige Streifen antrifft, pflegt man Bandjaſpis zu nennen. Bisweilen ſind auch dem Jaſpis andre Steinarten beygemiſcht, vorzüglich Achat und Onyx, welches man durch die Benennung anzudeuten ſucht. So heißt z. B. ein Stein, der aus Jaſpis und Achat beſteht, Jaſpachat, und iſt er aus Jaſpis und Onyx zuſammengeſetzt, Jaſponyx.

§. 163.

Der Porphyr, welcher von einigen Schriftſtellern unter die Jaſpisarten gerechnet wird, iſt ein rothbrauner, undurchſichtiger Stein mit weißen, ſchwarzen oder gelblichen und andern Flecken. Ver-

ſchiedne Mineralogen unterſcheiden vier Arten von Porphyr, nämlich den eigentlichen Porphyr, den Porphyrit, den Brocatell und den Granit. Der eigentliche Porphyr iſt rothbraun und weiß gefleckt; der Porphyrit iſt ein purpurrother Stein mit Flek- ken von verſchiedner Farbe; der Brocatell hat eine blaßrothe Grundfarbe und gelbe Flecken; der Gra- nit, woraus die ägyptiſchen Säulen und Obelisken gemacht ſeyn ſollen, iſt ein röthlicher, ſehr harter, gemiſchter Stein mit ſchwarzen Flecken. Doch wird auch noch eine andre, von dieſer etwas verſchiedne Steinart mit dem Namen Granit bezeichnet.

§. 164.

Die koſtbarſte unter allen Hornſteinarten iſt der Lazurſtein (Lapis Lazuli), welcher nicht nur in Aſien und Africa, ſondern auch in einigen Gegenden von Europa gefunden wird. Er hat eine blaue Farbe mit gelben Puncten und Streifen, die wie Gold ſchim- mern, aber kein Gold enthalten, ſondern nichts an- ders, als eingeſprengte Kieſe ſind. Man verarbei- tet dieſen ſchönen Stein nicht nur zu Petſchaften, Stockknöpfen, Doſen und andern dergleichen Din- gen, ſondern man verfertiget daraus auch die vortref- liche blaue Farbe, die unter dem Namen Ultrama- rin bekannt iſt.

§. 165.

Der Pechſtein iſt erſt ſeit einigen Jahren von den Mineralogen einer beſondern Aufmerkſamkeit ge- würdiget worden, obgleich in der Gegend von Mei- ßen ganze Felſen und Berge von Pechſtein vorkom- men, die mit gewöhnlichen Porphyrbergen abwech-

ſeln. Er hat dieſen Namen von ſeinem pechartigen Glanze erhalten, und wird auch von einigen Kolofonienſtein, Harzſtein und Pechopal genannt. Seine Farbe iſt nicht nur pechbraun, ſondern auch oft rauchgrau, ſchwärzlich, olivengrün, bräunlich und roth. Sein Bruch iſt unvollkommen muſchlich, und die Bruchſtücke ſind unbeſtimmteckig. Er iſt gemeiniglich durchſcheinend, meiſtentheils nur halb hart, auch nicht ſonderlich ſchwer.

§. 166.

Die Sandſteine beſtehen in zuſammengekitteten Quarzkörnern und andern, bald gröbern, bald feinern Sandtheilchen; daher einige Schriftſteller dieſe Steine in grobkörnichte, feinkörnichte und vermiſchte einzutheilen pflegen. Die Poroſität einiger grobkörnichten Sandſteine iſt ſo groß, daß zwiſchen ihren Theilen das Waſſer und andre flüſſige Materien durchlaufen können; daher man dergleichen Steine zum Filtriren des Waſſers zu gebrauchen, und Filtrirſteine zu nennen pflegt.

§. 167.

Der Schiefer (Schiſtus) unterſcheidet ſich von den übrigen Steinen dieſer Ordnung vorzüglich durch ſein blättriges Gewebe, und durch ſeine geringe Härte; doch bedient man ſich dieſes Ausdrucks, den auch einige neuere Mineralogen nicht mehr als einen Geſchlechtsnamen wollen gelten laſſen, nur bey einigen Arten blättriger Steine, unter welchen der Dachſchiefer, der Tafelſchiefer, der feine Wetzſtein, und der Probirſtein die vornehmſten ſind. Der

Dachſchiefer hat gemeiniglich eine bläuliche oder blaugraue Farbe, und läßt ſich gut ſpalten; daher man ihn zur Bedeckung der Kirchen und andrer Gebäude zu gebrauchen pflegt. Der Tafelſchiefer, aus welchem man Tiſche und Rechentafeln macht, kömmt größtentheils mit dem Dachſchiefer überein, ausgenommen, daß er eine etwas dunklere, beynahe ganz ſchwarze Farbe hat. Der Wetzſtein, deſſen Farbe nicht nur ſchwarz, ſondern auch ſehr oft grau und gelblich iſt, hat zwar ebenfalls ein blättriges Gewebe, wie alle übrigen Schieferarten, läßt ſich aber nicht in dünne Scheiben ſpalten. Eben dieſes gilt auch von dem Probirſtein (Lapis Lydius), einem ſchwarzen Schiefer, deſſen man ſich vorzüglich dazu bedient, um Gold und Silber daran zu ſtreichen, und aus der Farbe ſolcher Striche die Feinheit dieſer Metalle zu beurtheilen.

§. 168.

Die Steine der dritten Ordnung, nämlich die ſogenannten feuerfeſten Steine (lapides apyri), weichen von den kalkartigen und glasartigen Steinen beſonders in dieſer Eigenſchaft ab, daß ſie bey demjenigen Grade von Feuer, worin die erſtern zu Kalk, und die letztern zu Glaſe werden, ihre Geſtalt und den Zuſammenhang ihrer Theile behalten, ja meiſtentheils im Feuer noch härter werden. Einige findet man in derben Stücken; andre hingegen ſind blätterig, und noch andre beſtehen aus lauter dünnen Fäden; daher man die Steine dieſer Ordnung unter drey Abtheilungen bringen kann. Zu der erſten Abtheilung, nämlich zu den feuerfeſten Steinen, die

in derben Stücken gefunden werden und ſich drechſeln laſſen, gehören: der Serpentinſtein, der Nierenſtein und der Speckſtein.

§. 169.

Der Serpentinſtein, den man ſehr häufig bey Zöblitz im Erzgebirge findet, iſt ein thonichter Stein, der ſich leicht ſchneiden und ſägen läßt, im Feuer aber um ein merkliches härter wird. Er hat gemeiniglich eine grünliche oder grünlich ſchwarze Farbe mit vielen weißlichen und ſchwärzlichen Flecken. Er nimmt eine ſehr gute Politur an und bekömmt dadurch faſt einen eben ſo ſchönen Glanz, wie der Marmor; daher man dieſen Stein in einigen Gegenden den Zöblitzer Marmor zu nennen pflegt.

§. 170.

Der Nierenſtein (lapis nephriticus), iſt ebenfalls ein thonartiger, grüner, nicht allzuharter Stein, welcher dem Serpentinſteine in den meiſten Stücken gleicht, und von vielen Schriftſtellern auch als eine Art des Serpentinſteins betrachtet wird. Er iſt ein wenig durchſichtig, und etwas fett oder geſchmeidig anzufühlen.

§. 171.

Der Speckſtein oder Seiſenſtein (Steatites, Smectis) iſt ein weißlicher, bisweilen auch etwas anders gefärbter Stein, der ſich ſo fettig wie Speck oder Seife anfühlen läßt, von verſchiedner Feſtigkeit und Durchſichtigkeit. Man findet ihn nicht nur in China, ſondern auch in der Schweiz, in Deutſchland,

und in andern Ländern. In Graubünden bricht eine grünlichgraue Art ſehr häufig, aus welcher man Keſſel und Töpfe zu drehen pflegt; daher man dieſer Steinart den Namen Topfſtein gegeben hat. Aus einer gröbern Art, die ſich nicht ſo gut drehen läßt, werden in einigen Gegenden der Schweiz dicke Tafeln gehauen, die ſich zu dauerhaften Stubenöfen gebrauchen laſſen. Die weichern Speckſteinarten, vorzüglich die weißlichen haben den Namen der ſpaniſchen Kreide erhalten, weil ſie ſich wie Kreide gebrauchen laſſen.

§. 172.

Zu der zweyten Abtheilung der feuerfeſten Steine, nämlich zu den blättrigen, rechnet man das Waſſerbley, das Katzengold, das Katzenſilber und das ruſſiſche Marienglas, welche man auch gemeiniglich, wenigſtens die letztern drey Arten, mit dem allgemeinen Namen Glimmer zu bezeichnen pflegt.

§. 173.

Das Waſſerbley oder Reißbley, auch Waſſerbleyglanz genannt (molybdaena), hat eine ſchwarzgraue, etwas glänzende Bleyfarbe, die zu ſeiner Benennung Anlaß gegeben hat, und beſteht aus feinen, leicht zerreiblichen Schuppen oder Blättchen, und färbet ſtark ab; daher man es vorzüglich zu Bleyſtiften gebraucht. Wegen ſeiner großen Feuerbeſtändigkeit pflegt man auch Schmelztiegel daraus zu machen. Man findet es vorzüglich in Zinnbergwerken und Eiſengruben.

§. 174.

Das ſogenannte Katzengold (mica aurea) beſteht aus glänzenden, goldgelben, ziemlich ſteifen Blättern, die aber ihre Farbe nicht von Goldtheilchen, ſondern von Eiſentheilchen erhalten. Das Katzenſilber (mica argentea) unterſcheidet ſich von dem Katzengolde nur durch die weiße Farbe, die von dem Mangel der Eiſentheilchen herrührt.

§. 175.

Das Ruſſiſche Marienglas, welches vorzüglich in Siberien gefunden wird, beſteht aus großen, dünnen, ſehr biegſamen und durchſichtigen Blättern, die ſich leicht ſpalten laſſen, und alsdenn wie Glasſcheiben ausſehen; daher man ſich derſelben in vielen Gegenden von Rußland ſtatt der Fenſterſcheiben bedient, da ſie die hierzu erforderliche Größe haben. Von dem oben (§. 124.) beſchriebenen deutſchen Marienglaſe unterſcheidet ſich das ruſſiſche vorzüglich dadurch, daß es ſich nicht, wie das deutſche, zu Gyps brennen läßt.

§. 176.

Außer den jetzt beſchriebenen Glimmerarten rechnen einige Schriftſteller auch den ſogenannten Talk (Talcum) unter dieſe Gattung von Steinen, weil er ebenfalls meiſtentheils aus leicht zerreiblichen Blättern beſteht. Er läßt ſich fett anfühlen und hat von dieſer Eigenſchaft ſeinen Namen erhalten. Man findet ihn nicht nur als Stein, ſondern auch als Erde, von verſchiedner, doch gemeiniglich von einer grünlich weißen Farbe. Die Urſache aber, warum

ihn die jetzigen Mineralogen nicht als eine Art von Glimmer, ſondern als ein eignes Geſchlecht betrachten, iſt vorzüglich die Verſchiedenheit in den Beſtandtheilen dieſer Steine. Die Grunderde des Glimmers iſt Thon, die Grunderde des Talks hingegen eine beſondere, jetzt unter dem Namen Bitterſalzerde bekannte Erdart.

§. 177.

Die dritte Abtheilung der feuerfeſten Steine machen diejenigen aus, die aus Fäden beſtehen, nämlich die verſchiednen Arten des Amiants und Asbeſts, die viel ähnliches mit einander haben; denn beyde ſind aus lauter parallelen, durch einander gewebten Faſern zuſammengeſetzt, die ſich biegen und von einander trennen laſſen. Dieſe Biegſamkeit der Faſern aber iſt bey dem Asbeſt nicht ſo groß, als bey dem Amiant, welcher auch über dieſes nicht ſo hart und ſchwer iſt, als der Asbeſt; denn er ſchwimmt im Waſſer, der Asbeſt hingegen ſinkt darin unter. Beyde leiden in dem gewöhnlichen Feuer keine andre Veränderung, als daß ſie etwas härter und ſpröder werden, auch meiſtentheils eine hellere Farbe bekommen.

§. 178.

Die vornehmſten Arten des Amiants, deſſen Farbe meiſtentheils ins Grünliche, bisweilen aber auch ins Weißliche, Gelbliche und Röthliche fällt, ſind der ſogenannte Bergflachs und das Bergleder. Der Bergflachs hat die biegſamſten Faſern, die gemeiniglich hellgrün ſind, und ſich über-

aus leicht von einander trennen laſſen; daher man auch von dieſer Art vorzüglich die ſogenannte unverbrennliche Leinwand und das unverbrennliche Papier zu machen pflegt. Das Bergleder beſteht aus weichern, feſt an einander hängenden Faſern, die durch andere Faſern durchkreuzt werden. Bisweilen bilden dieſe Faſern dünne Blättchen und machen alsdenn das ſogenannte Bergpapier aus.

§. 179.

Unter den Asbeſtarten findet man noch mehr Verſchiedenheiten. Der reiſe Asbeſt beſtehet aus parallelen, lichtgrauen, etwas zähen Faſern, die ſich ohne Schwierigkeit von einander trennen laſſen; der unreife Asbeſt aber hat härtere, nicht leicht von einander zu trennende Faſern. Bey dem Sternasbeſte laufen die Faſern aus einem Mittelpuncte, und bey dem Strausasbeſte aus verſchiednen Puncten. Der federartige Asbeſt, oder das ſogenannte Federweiß hat weiße, kaum zu trennende, ganz ſpröde Faſern, welche zwiſchen den Fingern in ſehr kleine Stückchen zerbrechen, und auf der Haut wie Nadelſpitzen ſtechen. Der Aehrenſtein iſt ebenfalls eine Asbeſtart, und hat ſeinen Namen von der Geſtalt ſeiner Faſern erhalten, die eine ſolche Lage unter einander haben, daß ſie faſt wie Aehrenſpitzen ausſehen. Viele Schriftſteller rechnen auch das ſogenannte Bergfleiſch und den Bergkork zu den Asbeſtarten, ungeachtet ſie im Feuer ſchon eine merkliche Veränderung leiden. Das Bergfleiſch enthält dicke, feſte und ſpröde Faſern; bey dem Bergkorke aber ſind die Faſern ſehr locker, und dergeſtalt mit einander verbunden, daß der Stein einem Korke ſo ziemlich ähnlich ſieht.

§. 180.

Die unter die vierte Ordnung gehörigen Steine, nämlich die Felsarten oder Wacken (Saxa, Petrae), ſind aus verſchiednen Gattungen von Erden, Steinen, metalliſchen, auch andern Theilen zuſammengeſetzt, und daher bald härter, bald weicher. Die vornehmſten Beſtandtheile derſelben ſind Quarz, Kieſel, Spath, Glimmer, Thon, Kalk, Mergel und Eiſentheilchen, wovon viele Felsſteine drey und mehr Arten enthalten. Den Namen Felsſteine hat man ihnen deswegen beygelegt, weil daraus gemeiniglich die Felſen und Gebirge beſtehen. Wenn man auf die Art und Weiſe Acht gibt, wie die verſchiednen, ungleichartigen Theile dieſer Steine mit einander verbunden ſind, ſo bemerkt man folgenden Unterſchied. Bey einigen Felsſteinarten ſind die Theile derſelben, ohne alle ſichtbare bindende Materie, blos an einander gewachſen, und ſo genau in einander gepaßt, daß keine merklichen Zwiſchenräume in denſelben geſehen werden können; bey andern hingegen ſind ſie durch eine beſondre bindende Materie, die nicht immer alle Zwiſchenräume der Theile ausgefüllt hat, gleichſam zuſammengekittet. Jene nennt daher Cronſtedt und einige andre mineralogiſche Schriftſteller zuſammengeſetzte (Saxa compoſita), dieſe aber zuſammengeleimte Felsſteine (Saxa conglutinata).

§. 181.

Unter die zuſammengeſetzten Feldſteine rechnet Cronſtedt den Ophit, den Geſtellſtein, den Murkſtein, den Schneideſtein, den Trapp, den Mandelſtein, den Granit, und noch verſchiedne andre, ſchon oben angeführte Steinarten, z. B. den

Porphyr und den Wetzſtein, weil der erſte meiſtentheils aus Jaſpis und Feldſpath, wozu bisweilen noch Glimmer kömmt, und der letztere aus Quarz und Glimmer zuſammengeſetzt iſt.

§. 182.

Der Ophit, deſſen Farbe weiß und grün, oder weiß und ſchwarz zu ſeyn pflegt, iſt aus Kalkſtein und Thontheilchen zuſammengeſetzt, denen bisweilen Serpentin und Speckſtein beygemiſcht iſt. Der Geſtellſtein, der ſehr häufig in den ſchwediſchen Bergwerken von weißgrauer, grünlicher oder röthlicher Farbe vorkömmt, beſteht aus vielem Quarz und etwas Glimmer; der Murkſtein, eine norwegiſche Felsart von grauer Farbe, aus Glimmer, Quarz und Granaten; der Schneideſtein, deſſen Farbe ins Graue, oder ins Gelbe und Grünliche fällt, aus Speckſtein und Glimmer; der Trapp, der von ſchwarzer, dunkelgrauer, brauner und andern Farben gefunden wird, aus weichem, eiſenhaltigen Jaſpis und Thon mit weißem eingeſtreuten Feldſpath, denen oft noch Glimmer und andre Theilchen beygemiſcht ſind; der Mandelſtein, welcher mit dem Trapp verwandt iſt, ebenfalls aus eiſenhaltigem Jaſpis und mandelförmigen Drüſen von Kalkſpath und Serpentin, und der Granit, deſſen ſchon oben gedacht worden iſt, aus Feldſpath, Quarz und Glimmer, denen bisweilen noch verſchiedne andre Theilchen beygemiſcht ſind.

§. 183.

Die zuſammengeleimten Felsſteine beſtehen theils aus größern oder abgebrochenen Stücken bloßer Bergarten, theils aus den Körnern von allerhand

Feldſteinen und aus Sande, theils aus Bergarten und Erzen. Das Bindungsmittel iſt bald Kalk, bald Thon, bald Jaſpis, bald Eiſen, bald eine andre Materie. Diejenigen, welche aus größern Steinſtücken beſtehen, werden überhaupt Breccien genannt, welchen Namen man von den Italienern entlehnt hat, bey denen dieſe Claſſe von Felsarten Breccia heißt. Man findet eine große Mannigfaltigkeit unter dieſen Breccien, von denen viele wegen der Schönheit ihrer Farben zu Zierathen in der Baukünſt gebraucht werden. Diejenigen, die aus verſchiednen Stücken von Kalkſteinen beſtehen, welche durch einen kalkartigen Kütt mit einander verbunden ſind, nehmen eine gute Politur an, und ſind meiſtentheils ſchön gefärbt; daher ſie wie Marmor gebraucht und von den Italienern auch marmore brecciato genannt werden. Die ſogenannten Puddingſteine (von dem engliſchen Wort Puddingſtone) gehören ebenfalls unter die Breccien; denn ſie beſtehen aus Kieſeln, Achathen, Quarz und Feuerſteinſtücken, die durch Quarz oder verhärteten Thon mit einander vereiniget ſind. Wenn die Kieſelſtücke blos durch Sand mit einander verbunden ſind, ſo nennt man dieſe Steine Sandbreccien.

§. 184.

Die fünfte und letzte Ordnung enthält die ſogenannten gebildeten Steine (Lapides figuratos), worunter man diejenigen verſteht, welche entweder durch ihre ganze äußere Bildung, oder durch die auf ihren Oberflächen befindlichen Figuren die Geſtalt eines thieriſchen, vegetabiliſchen oder künſtlichen Körpers zeigen. Man rechnet daher unter dieſe Ord-

nung die ſogenannten Naturſpiele, die Abdrücke, und die Verſteinerungen.

§. 185.

Naturſpiele (Luſus naturae) heißen alle diejenigen Steine, welche durch einen Zufall eine merkliche Aehnlichkeit mit ſolchen Körpern, die nicht in das Mineralreich gehören, erhalten haben. Sie unterſcheiden ſich alſo von den bereits beſchriebenen Steinarten nicht durch ihre äußere Beſtandtheile, ſondern blos durch ihre Geſtalt, die ſie meiſtentheils allein merkwürdig macht. So findet man z. B. bisweilen Kieſel und Feldſteine, welche die Geſtalt eines Käſes oder Eyes haben, und daher auch von dieſen Körpern ihren Namen bekommen. Es gibt Felsſteine, die aus rothem, mit weißem Quarz vermiſchten Jaſpis beſtehen, und, wenn ſie geſchliffen worden ſind, wie ein Stück Blutwurſt ausſehen; daher man ſie Wurſtſteine zu nennen pflegt.

§. 186.

Durch Abdrücke verſteht man ſolche Steine, welche Abbildungen von einem Gewächſe oder von einem Thiere enthalten. Diejenigen, auf welchen ſich die Abbildung einer Pflanze oder eines Blattes befindet, werden daher vegetabiliſche Abdrücke (Phytotypolithi), und die übrigen, auf denen man die Geſtalt eines thieriſchen Körpers erblickt, thieriſche Abdrücke (Zootypolithi) genannt. Dieſe Abdrücke ſollen, nach der Meinung einiger Naturforſcher, entſtehen, wenn der Schlamm oder die weiche Erde, worin eine Pflanze oder ein Thier verſenkt worden iſt, nach und nach zu einem feſten Steine verhärtet, und der darin enthaltne fremde Körper mit der Zeit

verweſet oder davon getrennt wird. Doch gibt es auch Abdrücke, die einen andern Urſprung zu haben ſcheinen. So rühren z. B. die meiſtentheils verjüngten Abbildungen von kleinen Bäumchen und Kräutern, die man auf den ſogenannten Dendriten antrift, wahrſcheinlicher Weiſe von einer metalliſchen Feuchtigkeit her, welche in die Steine eindringt, und darin allerhand Figuren erzeuget, bey denen ſich die Einbildungskraft, wenn nur einige Aehnlichkeit Statt findet, gar leicht Bäumchen und Kräuter vorſtellen kann. Denn es laſſen ſich dergleichen Dendriten durch die Kunſt, nämlich vermittelſt aufgelöſter Metalle, ohne Schwierigkeit nachmachen.

§. 187.

Die Verſteinerungen (Petrefacta) ſind eigentlich vegetabiliſche oder thieriſche Körper, deren leere Zwiſchenräume mit der im Waſſer befindlichen Steinmaterie nach und nach angefüllt worden ſind, ſo daß die ganzen Körper endlich, nach Abdünſtung des Waſſers, eine wirklich ſteinigte Beſchaffenheit erhalten haben. Am häufigſten trifft man das Holz und die Seethiere, vorzüglich die Muſcheln und Schnekken, verſteinert an. Zu den Verſteinerungen rechnen einige Schriftſteller auch diejenigen Körper, die einen harten Ueberzug aus Tropfſtein erhalten haben, und die man daher incruſtirte Körper zu nennen pflegt.

§. 188.

Außer den bisher angeführten Steinarten gibt es noch andre ſteinigte Producte, die aber durch das Feuer eine merkliche Veränderung gelitten haben,

und daher nicht unter die Steine der bisher beſchriebenen Claſſen und Ordnungen gerechnet werden können. Hierunter rechnet man die Lava und den Bimsſtein, nebſt noch andern Stein- und Erdarten, unter denen ſich aber einige befinden, deren vulkaniſcher Urſprung ſehr zweifelhaft iſt.

§. 189.

Unter der Benennung Lava verſteht man die geſchmolzene Maſſe, welche als ein glühender Strom aus den feuerſpeyenden Bergen oft viele Meilen weit herausfließt, und nach dem Erkalten meiſtentheils die Härte eines Steins erhält. Nach Verſchiedenheit der zuſammengeſchmolzenen Materien und ihres Alters, ſo wie auch nach Verſchiedenheit des Grades von Hitze, den ſie ausgeſtanden hat, iſt die Lava von ſehr mannigfaltiger Verſchiedenheit. Man findet ganz dichte, von grauer, röthlich brauner und andrer Farbe; man findet auch ſchlackenartige Lava, die meiſtentheils eine ſchwärzliche Farbe hat, und auf der Oberfläche oft verglaſet iſt.

§. 190.

Der Bimsſtein (pumex) unterſcheidet ſich von den übrigen vulkaniſchen Producten vorzüglich durch ſein löcheriges Gewebe, und durch ſeine Leichtigkeit, die ſo beträchtlich iſt, daß er auf dem Waſſer ſchwimmet. Er wird nicht nur in Italien, ſondern auch in andern Gegenden, beſonders in warmen Bädern, und zwar gemeiniglich von weißlicher oder von aſchgrauer, bisweilen aber auch von andrer Farbe gefunden. Einige Mineralogen halten ihn für einen ausgebrannten Asbeſt, andre hingegen für eine andre durchs Feuer veränderte Steinart.

§. 191.

Unter den übrigen Steinarten, die einige Mineralogen noch zu den vulkaniſchen Producten rechnen, iſt vorzüglich der Baſalt merkwürdig, deſſen vulkaniſchen Urſprung aber unſer berühmte Sächſiſche Mineraloge, Herr Werner, mit wichtigen Gründen beſtritten hat. Er wird auch von einigen Schriftſtellern Säulenſtein genannt, weil man ihn ſehr häufig in ſchönen, regelmäßigen, ſäulenförmigen Stükken, und zwar fünf, ſechs und mehreckig antrifft. Doch wird er auch derb ohne eine beſtimmte Figur gefunden. Er iſt ein gräulich ſchwarzer, halb harter und ſpröder Stein, der ſich ſchwer zerſprengen läßt.

Viertes Kapitel.

Von den mineraliſchen Salzen.

§. 192.

Salze nennt man alle mineraliſche Körper, welche ſich im Waſſer ganz auflöſen, einen ſehr merklichen Geſchmack haben, und nach der Verdünſtung des Waſſers, worin man ſie aufgelöſt hat, ſich wiederum in feſte Körper verwandeln, die meiſtentheils eckige Figuren bilden; welche letztere Eigenſchaft die Kryſtalliſirung der Salze genannt wird. Man pflegt gemeiniglich ſaure Salze (Salia acida), Laugenſalze (Salia alcalia), und Mittelſalze (Salia media) zu unterſcheiden.

§. 193.

Saure Salze ſind diejenigen, welche einen ſauren Geſchmack auf der Zunge erregen, den Veilchenſyrup und die meiſten blauen Säfte der Pflanzen roth färben, mit Laugenſalzen vermiſcht aufbrauſen, und mit dieſen zu Mittelſalzen werden. Ein reines ſaures Salz wird als ein feſter Körper im Mineralreiche gar nicht gefunden, ſondern blos durch die Kunſt aus den Mittelſalzen geſchieden.

§. 194.

Die Laugenſalze erregen auf der Zunge einen ſcharfen, brennenden Geſchmack, färben den Veilchenſaft und andre blaue Säfte der Pflanzen grün, brauſen mit ſauren Salzen, und werden mit denſelben zu Mittelſalzen. Man pflegt ſie auch kaliſche oder alkaliſche Salze zu nennen, weil man aus der zu Aſche verbrannten Pflanze, welche den Namen Kali führt, und an den Seeufern wächſt, durch Auslaugen, Einſieden und Calciniren dergleichen Salze erhalten kann, die ſich aber auch aus der Aſche andrer Gewächſe bereiten laſſen. Doch da wir jetzt nur die mineraliſchen Salze zu betrachten haben, ſo übergehe ich alle diejenigen alkaliſchen Salze, die das Pflanzenreich liefert, unter welchen die Potaſche die bekannteſte Art iſt, und bemerke nur dieſes, daß ſich das mineraliſche Alkali, welches ſonſt in Anſehung der weſentlichen Eigenſchaften mit dem vegetabiliſchen übereinkömmt, von dieſem darin unterſcheidet, daß es nicht an der Luft zerfließt, und mit den ſauren andre Arten von Mittelſalzen gibt. Ein vollkommen reines Alkali hat man bis jetzt eben ſo wenig, als ein vollkommen reines ſaures Salz im Mineralreiche angetroffen;

es erſcheint immer als ein mit Erde und meiſtentheils auch mit etwas Kochſalz vermiſchtes Product, dergleichen z. B. dasjenige iſt, welches nicht nur in Aegypten, Perſien und andern Morgenländern, ſondern auch in verſchiednen europäiſchen Gegenden gefunden wird, und ſchon den Alten unter dem Namen Natrum oder Nitrum bekannt geweſen iſt. Es beſteht aus feinen, ſtaubartigen Theilen und hat eine gelblichgraue Farbe.

§. 195.

Die Mittelſalze, welche aus der Vermiſchung eines ſauren und alkaliſchen Salzes entſtehen, erregen auf der Zunge einen ſalzigen Geſchmack, pflegen aber weder mit ſauren, noch mit alkaliſchen Salzen aufzubrauſen, auch die Farbe des Veilchenſafts, wenn ſie recht geſättiget ſind, unverändert zu laſſen. Unter dieſe Claſſe gehören das Kochſalz, der Salpeter, der Salmiak, das Bitterſalz, der Borax, der Vitriol, der Alaun und der Arſenik.

§. 196.

Das Kochſalz (Sal commune) ſchießt in cubiſchen oder würflichen Kryſtallen an, und kniſtert, wenn es ins Feuer geworfen wird; bey ſtarkem Feuer fließt es und bleibt feuerbeſtändig. Man findet es nicht nur in feſter Geſtalt unter der Erde, ſondern man erhält es auch aus beſondern Quellen und aus dem Meerwaſſer. Man unterſcheidet daher Bergſalz oder Steinſalz, Brunnenſalz und Meerſalz. Das Steinſalz (Sal foſſile, ſal gemmae), welches vorzüglich in Polen in großer Menge und in ſehr großen Stücken gegraben wird, iſt durchſichtig und glän-

zet wie Kryſtall: doch iſt es nicht ſo rein und enthält mehr erdige Theile, als das Brunnenſalz, (ſal fontanum) welches man aus beſondern Salzquellen, deren Waſſer man Sole zu nennen pflegt, durch Kochen bereitet. Das Meerſalz (Sal marinum), welches man gemeiniglich vermittelſt der Sonnenhitze aus dem Seewaſſer erhält, iſt anfänglich grau und ſehr unrein; daher man es, wenn man es zur Speiſe gebrauchen will, hernach noch beſonders raffiniren oder reinigen muß.

§. 197.

Der Salpeter (Nitrum) bildet lange, ſechseckige Kryſtallen; erregt auf der Zunge einen kühlenden Geſchmack, und verbrennt mit Ziſchen und einer hellen weißblauen Farbe, wenn man ihn an glühende Kohlen bringt. Der reine Salpeter iſt weiß und durchſichtig, wird aber in dieſer Geſtalt nicht unmittelbar gefunden, ſondern nur durch die Kunſt erhalten. Er ſetzt ſich gern an leimige Wände und alte Mauern, bisweilen auch an die Gartenerde an, und zwar vorzüglich an ſolchen Oertern, wo es viele faule Dünſte gibt, und wohin nicht viel Sonne kommen kann. Man zieht ihn aus der Erde, mit welcher er vereiniget iſt, vermittelſt einer beſondern Lauge, die gemeiniglich aus Holzaſche und Kalk bereitet wird.

§. 198.

Der Salmiak (Sal ammoniacum) ſchmeckt ſtark nach Kochſalz und Urin, läßt ſich im Waſſer leicht auflöſen, und ſchießt hernach, wenn man ihn der Kryſtalliſation ausſetzt, in erdenartigen Kryſtallen an. Er pflegt ſchon in mäßigem Feuer zu ſchmelzen, und in

einem weißen Rauche in die Höhe zu gehen. Er wird meiſtentheils durch die Kunſt bereitet, doch auch in einigen Gegenden als ein natürlich gewachſenes Salz an den Felſen gefunden, und am häufigſten aus Aegypten gebracht. Er gehört unter die nützlichſten Mittelſalze, und wird nicht nur von den Aerzten und Apothekern, ſondern auch von den Färbern und andern Künſtlern ſehr häufig gebraucht.

§. 199.

Das Bitterſalz (Sal amarum) iſt ein Mittelſalz, welches ſich im Waſſer leicht auflöſen läßt, und einen ſehr bittern Geſchmack hat, wie man ſchon aus dem Namen vermuthen kann. Es macht länglich viereckige Kryſtallen, und fließet leicht im Feuer. Es wird auch Geſundbrunnenſalz genannt, weil es ſich in verſchiednen Geſundbrunnen und Bädern befindet, von denen man die mancherley Sorten dieſes Salzes, welches ein gutes Purgirmittel abgibt, zu benennen pflegt.

§. 200.

Der Borax (Sal Tincal), welchen einige unter die Laugenſalze rechnen, weil er viel Alkali enthält und den Veilchenſaft grün färbt, ſieht faſt wie Alaun aus, und ſchmeckt, wenn man ihn auf die Zunge bringt, im Anfange ſüßlich, hernach aber herbe. Er kryſtalliſirt ſich in unbeſtimmten Figuren; doch macht er gemeiniglich ſechseckige oder achteckige Kryſtallen. Er ſchmelzt ſehr ſchwer im Waſſer; im Feuer blähet er ſich auf und wird darin zu einem durchſichtigen Glaſe, welches ſich aber wiederum im Waſſer auflöſen und zu Borax kryſtalliſiren läßt. Dieſes Salz

wird aus Oſtindien und China unter dem Namen Tinkal oder Tinkar nach Europa gebracht, und nicht nur zum Löthen, ſondern auch auf verſchiedne andre Art, vorzüglich in der Emailmalerey und Glasmacherkunſt gebraucht.

§. 201.

Der Vitriol (Vitriolum) iſt ein mit metalliſchen Erden vermiſchtes Salz, welches einen ekeln, zuſammenziehenden Geſchmack hat, in allerley Kryſtallen anſchießt, und im Feuer fließet. Von der Verſchiedenheit der metalliſchen Theile, welche dieſes Salz enthält, rühren die Hauptverſchiedenheiten deſſelben her, welche man auch durch die gewöhnlichen Benennungen anzuzeigen pflegt. Es gibt Eiſenvitriol, Kupfervitriol, Zinkvitriol und vermiſchten Vitriol. Der Eiſenvitriol (Vitriolum martis), welcher auch grüner Vitriol und grün Kupferwaſſer genannt wird, weil er eine grüne Farbe hat, zerfällt in mäßiger Wärme in ein graues Pulver, läßt ſich im Waſſer auflöſen, und gibt, wenn man ihn mit Galläpfeln und einer ſäuerlichen Flüſſigkeit vermiſcht, eine ſchwarze Dinte. Der Kupfervitriol (Vitriolum veneris), welcher auch unter den Namen des blauen Kupferwaſſers und des römiſchen Vitriols bekannt iſt, hat eine blaue Farbe, läßt ſich ebenfalls im Waſſer auflöſen, bringt aber in Verbindung mit Galläpfeln keine ſchwarze, ſondern eine bräunliche, oder bräunlichgraue Farbe hervor. Der Zinkvitriol (Vitriolum album), welcher auch unter dem Namen Gallizenſtein vorkömmt, hat meiſtentheils eine weiße, bisweilen aber auch eine röthliche Farbe, und gibt mit Galläpfeldecoct vermiſcht,

ebenfalls keine ſchwarze, ſondern eine bräunliche Farbe. Der vermiſchte Vitriol (Vitriolum compoſitum) beſteht entweder aus Eiſen und Kupfer, in welchem Falle ſeine Farbe ins Bläulichgraue fällt, oder aus Zink und Eiſen, wo die Farbe grün zu ſeyn pflegt, oder aus Zink und Kupfer, oder auch aus Nikel und Eiſenvitriol. Jener hat eine blaue, dieſer aber eine hochgrüne Farbe.

§. 202.

Der Alaun (Alumen), welcher in achteckigen Kryſtallen zum Vorſchein kömmt, hat anfänglich, wenn man ihn auf die Zunge bringt, einen ſüßlichen, hintennach aber auch einen ſtark zuſammenziehenden Geſchmack, und im Feuer blähet er ſich auf. Er wird nicht nur durch die Kunſt aus gewiſſen Steinen und Erden gezogen, ſondern auch gediegen und kryſtalliſirt, oder wie Wolle gewachſen, auch bisweilen in der Geſtalt eines weißen Mehls gefunden. Man braucht dieſes Salz vorzüglich in der Färberey zur Erhöhung und Verbeſſerung der Farben. Auch die Aerzte, Wundärzte und verſchiedene Künſtler bedienen ſich deſſelben mit vielem Vortheile.

§. 203.

Der Arſenik (Arſenicum) iſt ein metalliſches Salz, welches in ſeiner reinen Geſtalt ganz weiß und kryſtalliniſch, bald prismatiſch, bald pyramidaliſch, bald auch noch anders erſcheint, im Waſſer ſich völlig auflöſen, auch hernach wieder kryſtalliſiren läßt, und, auf glühende Kohlen geworfen, einen ſtarken Knoblauchsgeruch von ſich gibt. Man findet den Arſenik in verſchiedner Geſtalt, und oft mit vielen andern

Mineralien vermiſcht. Bisweilen erſcheint er als ein grauer oder ſchwarzer Stein, der auf dem Bruche wie neugeſchnittenes Bley glänzet, und entweder ganz hart und dicht oder locker und löcherig iſt, in welchem Falle man ihn Fliegenſtein zu nennen pflegt. Er wird aber auch als eine feſte, weiße, kryſtalliniſche Subſtanz, und oft in Geſtalt eines Kalks, und zwar entweder rein und weich, wie ein weißes Mehl, oder erhärtet und mit Schwefel vermiſcht gefunden. Der mit Schwefel vermiſchte wird, wenn ſeine Farbe roth-gelb iſt, Rauſchgelb, und wenn er eine grüngelbe Farbe mit ſchimmernden Flecken hat, Auripigment oder Operment genannt. Außerdem trifft man den Arſenik noch in der, unter dem Namen Schwalben-gift bekannten Erde, und in verſchiednen Erzen an, die man in beſonders hierzu erbauten und mit ſehr langen und krummen Rauchfängen verſehenen Hütten zu röſten pflegt. Der Arſenik ſteigt alsdenn als ein dichter Rauch in die Höhe, und legt ſich in den Rauch-fängen als ein weißgraues Mehl an, welchem man daher die Namen Hüttenrauch und Arſenikmehl beygelegt hat.

Daß übrigens der Arſenik das ſtärkſte minera-liſche Gift iſt, und daher von Böſewichtern und Selbſtmördern häufig gemisbraucht wird, brauche ich wohl kaum zu erinnern. Allein man würde ſehr irren, wenn man glauben wollte, daß man durch denſelben bloß Schaden, aber keinen Nutzen ſtiften könnte. In der Chemie und in verſchiednen andern Künſten wird der Arſenik mit vielem Vortheile ge-braucht. Er befördert das Schmelzen der Metalle; er macht das Kupfer, ingleichen das Porcellan weiß,

und das Glas helle, gibt auch, wie bekannt, ein ſehr wirkſames Mittel zur Vertilgung ſchädlicher Thiere ab.

Fünftes Kapitel.

Von den brennlichen Mineralien.

§. 204.

Die Mineralien, welche dieſe Abtheilung ausmachen, unterſcheiden ſich von den übrigen Producten des Mineralreichs vorzüglich durch die Eigenſchaft, daß ſie brennen und zum Theil ganz verbrennen können, wodurch auch ihre allgemeine Benennung veranlaßt worden iſt. Sie laſſen ſich bequem in drey Ordnungen abtheilen, nämlich in Erdharze, Schwefel und mit Erdharze durchdrungene Körper.

§. 205.

Die Erdharze (Bitumina) ſind mineraliſche Säfte, welche das Waſſer von ſich ſtoßen, von Oelen aber ſich auflöſen laſſen, mit Rauch und Flamme brennen, und dabey einen beſondern ſtarken Geruch von ſich geben. Einige Arten werden in der Erde als flüſſige, andre aber als feſte Körper gefunden. Zu den flüſſigen gehören die Naphtha, das Bergöl und der Bergtheer; zu den feſten Erdharzen aber das Bergpech, das mineraliſche Federharz, der

Gagat, die Steinkohlen, der Bernſtein, der Kopal und der Ambra.

§. 206.

Die Naphtha, welche auch Bergbalſam genannt wird, iſt eine ſehr flüſſige, leichte, durchſichtige und ölige Materie, die an Klarheit und Farbe faſt dem Waſſer gleicht, einen ſehr ſtarken, nicht unangenehmen Geruch von ſich gibt, und ſchon in einer Entfernung vom Feuer zu brennen anfängt. Sie wird vorzüglich in Perſien gefunden, wo ſie auf dem Waſſer gewiſſer Brunnen ſchwimmen ſoll. Man kann ſie aber auch durch die Kunſt, vermittelſt des Vitriolöls und Weingeiſtes, einigermaßen nachmachen.

§. 207.

Das Bergöl oder Steinöl (Petroleum), welches nicht nur in Perſien und den benachbarten morgenländiſchen Gegenden, ſondern auch in Italien, Frankreich und andern europäiſchen Ländern gefunden wird, iſt ein dickes, ſchweres, braunröthliches oder gelbes, ſtarkriechendes Oel, welches nicht nur, wie der Bergbalſam, auf dem Waſſer verſchiedner Brunnen ſchwimmt, ſondern auch bisweilen aus den Felſenritzen und Bergen quillt. Wegen des ſchädlichen Dampfs, den es von ſich gibt, kann es nicht, wie das Oel aus dem Pflanzenreiche, zum Brennen in der Haushaltung gebraucht werden. Die Feuerwerker und Wundärzte aber wiſſen ſich deſſelben bey der Ausübung ihrer Kunſt mit Vortheil zu bedienen.

§. 208.

Der Bergtheer (Bitumen craſſum, Maltha) iſt

ein ſchwarzbraunes, dickflüſſiges Bergöl, welches dem äußern Anſehen nach mit dem gemeinen Theer eine große Aehnlichkeit hat, und, wenn es brennt, einen ſehr ſtarken und unangenehmen Geruch von ſich gibt. Man findet es vorzüglich im gelobten Lande auf dem todten Meere, ingleichen auch in einigen europäiſchen Gegenden, z. B. in England, wo es von vielen Bauleuten, wie der gemeine Theer, zum Anſtreichen der Schiffe, Häuſer und andrer Dinge gebraucht wird. Es läßt ſich auch eine ſehr heilſame Salbe daraus bereiten.

§. 209.

Das Bergpech oder Judenpech (Asphaltum) iſt ein ſchwarzes oder dunkelpurpurfarbiges, ziemlich hartes und glänzendes Erdharz, welches zwar äußerlich dem eigentlichen Peche ſehr gleicht, wenn es aber angezündet wird, einen ganz andern, ſehr unangenehmen Geruch, der mit dem Geruch des Steinöls übereinkömmt, von ſich gibt. Es wird nicht nur ſehr häufig auf dem todten Meere, ſondern auch in vielen andern Gegenden gefunden, und von den Kupferſtechern zu ihrem Aezgrunde gebraucht. Von den alten Aegyptiern ſoll es auch zur Einbalſamirung todter Körper angewandt worden ſeyn.

§. 210.

Das mineraliſche Federharz oder das elaſtiſche Erdharz unterſcheidet ſich von den übrigen Erdharzen, vorzüglich durch ſeine ſehr merkliche Elaſticität, wie man auch ſchon aus der Benennung erſehen kann. Denn wenn man es mit den Fingern zuſammengedrückt hat, ſo ſucht es ſich nach aufgehobenem Druck ſogleich

wieder in ſeine vorige Geſtalt auszudehnen. Man hat es bis jetzt blos bey Caſtletown in Derbyſhire, und zwar von zweyerley Art gefunden. Die eine Art, welche im Aeußern dem ſogenannten elaſtiſchen Gummi gleicht, und eine ſchwarzbraune Farbe hat, iſt dicht und wird ſchon bey einer ſehr gelinden Wärme weich. Die andere Art, deren Farbe ins Haarbraune fällt, iſt von einem lockern, gleichſam ſchwammigen Gewebe, und etwas zäher, als die erſte Art.

§. 211.

Der Gagat (Gagas, Gangites), welcher von einigen auch der ſchwarze Bernſtein genannt wird, kömmt mit dem Judenpech ſowohl in Anſehung der Farbe, als auch in den meiſten übrigen Eigenſchaften überein, wenn man ſeine Härte ausnimmt, die ſo beträchtlich iſt, daß man ihn ſchleifen, und Knöpfe, Doſen und andere Dinge daraus machen kann. Er wird vorzüglich in England und Frankreich, doch auch in einigen Gegenden von Deutſchland, und in andern Ländern gefunden.

§. 212.

Unter der Benennung Steinkohle (Lithantrax) verſteht man ſchwarze, ſteinigte, meiſtentheils ſchieferige Körper, die ſich wegen des Erdharzes, von welchem ſie durchdrungen ſind, leicht entzünden laſſen, und nach dem Brennen entweder eine Aſche, oder eine glänzende, bald mehr, bald weniger harte und ſchwammige Schlacke zurücklaſſen. Die harten und ſchweren Steinkohlen laſſen ſich nicht ſo leicht, wie die übrigen, zum Brennen bringen, brennen aber deſto länger, und geben eine ſehr ſtarke Hitze. Diejenigen

hingegen, welche lockerer und mürber ſind, fangen zwar leicht Feuer, verurſachen aber auch nur eine geringe Wärme. Man findet die Steinkohlen, deren Gebrauch hinlänglich bekannt iſt, in verſchiednen Gegenden, auch hin und wieder in unſerm Vaterlande, am häufigſten aber in England und Schottland.

§. 213.

Der Bernſtein oder Agtſtein (Succinum, Electrum) iſt ein hartes, feſtes, doch ſprödes und zerbrechliches, bald mehr, bald weniger durchſichtiges, glattes Erdharz, deſſen Farbe gemeiniglich ins Gelbe, bisweilen aber auch ins Röthliche und Weiße fällt. Er gibt im Brennen und Schmelzen einen überaus angenehmen Geruch von ſich; daher man ihn unter die Räucherpulver zu nehmen pflegt. Außerdem aber wird er auch noch ſonſt auf mancherley Art genützt. Denn man verfertiget daraus nicht nur allerhand künſtliche Geſchirre, Knöpfe und andre Arbeiten, ſondern man bereitet auch daraus einen vortreflichen Lackfirniß und braucht ihn in der Heilkunſt als ein Nerven ſtärkendes Mittel. Den meiſten und beſten Bernſtein findet man in Preußen an den Ufern der Oſtſee, oft mit eingeſchloſſenen Inſekten.

§. 214.

Der Kopal, welcher aber nicht von allen Naturforſchern zum Mineralreiche gerechnet, ſondern von einigen, und zwar nicht ohne hinlänglichen Grund, für das Harz eines americaniſchen Baums gehalten wird, hat in Anſehung der Farbe, des Geruchs, und der meiſten übrigen Eigenſchaften eine große Aehnlichkeit mit dem Bernſteine, iſt aber etwas weicher, und

wird daher nur vorzüglich zu Firniſſen und Räucherpulvern gebraucht.

§. 215.

Der Ambra iſt ein leichtes, undurchſichtiges, von Farbe graues oder ſchwärzliches Erdharz, welches faſt ſo zähe, wie Wachs, aber doch zerbrechlich iſt, bey ſchwachem Feuer ſchon fließt, und alsdenn einen angenehmen Geruch verbreitet, bey ſtärkerm Feuer aber flüchtig wird. Man findet ihn vorzüglich in Oſtindien am Strande des Meeres, bisweilen aber auch in denjenigen Wallfiſchen, die unter dem Namen der Pottfiſche bekannt ſind; daher ihn einige Naturforſcher aus dem Mineralreiche in das Thierreich verſetzt haben. Es fehlt auch nicht an ſolchen, die ihn für ein Product des Pflanzenreichs ausgeben. Man nimmt ihn nicht nur unter die Räucherpulver, ſondern auch zu verſchiednen Eſſenzen und andern Arzneymitteln, weil man ihm eine Nervenſtärkende Kraft zuſchreibt.

§. 216.

Die zweyte Abtheilung der brennlichen Mineralien enthält nur eine einzige Gattung, nämlich den Schwefel (Sulphur), den man theils gediegen, oder ganz rein, theils mit andern mineraliſchen Körpern vermiſcht antrifft. Der gediegene oder gewachſene Schwefel, den man nicht nur in Ungarn, Rußland und einigen Gegenden von Deutſchland, ſondern auch in andern Ländern findet, hat eine citrongelbe oder rothe Farbe; im letztern Falle aber iſt er ſchon etwas mit Arſenik vermiſcht. Die Erze, welche Schwefel enthalten, haben meiſtentheils eine blaßgelbe, glänzende Farbe, und werden von mancherley Geſtalt ge-

funden. An dem Schwefelgeruch, den ſie von ſich geben, wenn ſie auf glühende Kohlen geworfen werden, laſſen ſie ſich leicht erkennen. Man nützt übrigens den Schwefel nicht nur in der Haushaltung und Feuerwerkerey, ſondern auch ſonſt noch auf mancherley Art. Von den Aerzten wird er ſowohl äußerlich, als auch innerlich, wegen ſeiner balſamiſchen, trocknenden und eröffnenden Kraft in vielerley Krankheiten gebraucht. Die Färber bedienen ſich deſſelben, um die Wolle und Seide weißer zu machen. Die Goldſchmiede und andre Künſtler verfertigen daraus allerhand Abgüſſe und Patronen. Aus Schwefel und Queckſilber wird der künſtliche Zinnober bereitet, welcher dem natürlichen in allen weſentlichen Eigenſchaften völlig gleichkommt, und ihn noch an Reinigkeit und Brauchbarkeit übertrift.

§. 217.

Unter die dritte Ordnung der brennbaren Mineralien, welche die mit Erdharz durchdrungenen Körper aus dem Pflanzenreiche enthält, gehören die **Erdkohlen** und der **Torf**. Die **Erdkohlen** oder die unterirdiſchen **Holzkohlen** (Lignum foſſile bituminoſum), welche gemeiniglich eine ſchwärzliche oder braune Farbe haben, und daher auch **Braunkohlen** genannt werden, ſind nichts anders, als Stämme oder Aeſte von Bäumen, die durch einen Zufall unter die Erde gekommen und mit flüſſigen Erdharzen durchdrungen worden ſind. Sie ſind viel leichter, als die Steinkohlen, und verbrennen geſchwind. Die größern Stücke von dergleichen Holze, das bisweilen eine ſehr beträchtliche Härte hat, können ſehr gut beym Waſſerbau gebraucht werden.

§. 218.

Der Torf oder Turf (Cespes bituminoſus) hat eine braunſchwarze, oder andre dunkle Farbe, und beſteht meiſtentheils aus Gartenerde und aus Wurzeln von verſchiednen Gewächſen, die feſt in einander verwickelt und mit Erdharz durchdrungen ſind. Man bedient ſich des Torfs, der in vielen Gegenden, auch hin und wieder in unſerm Vaterlande, am häufigſten und beſten aber in Holland gefunden wird, in der Haushaltung und bey einigen Fabriken mit großem Vortheil. Er unterhält das Feuer ſehr lange, und gibt gute Kohlen, die noch geſchwinder glühend werden, als die gemeinen Holzkohlen. Die Torfaſche kann auch mit Nutzen zur Verbeſſerung der Felder gebraucht werden.

Sechstes Kapitel.

Von den Metallen.

§. 219.

Das Wort Metall bezeichnet diejenigen mineraliſchen, undurchſichtigen Körper, welche alle übrigen an Schwere übertreffen, einen beſondern Glanz haben, und im Feuer flüſſig werden. Einige Arten ſind ſehr biegſam, und laſſen ſich durch den Hammer treiben; andre aber ſind ziemlich ſpröde, und können nicht allezeit gehämmert werden. Jene werden daher eigentliche oder vollkommne Metalle, die letztern aber unvollkommne oder Halbmetalle genannt.

Beyde werden entweder gediegen oder vererzt aus der Erde gegraben. Gediegen aber heißt man ein Metall, wenn es ganz rein, in ſeiner vollkommnen metalliſchen Geſtalt, und nicht mit andern Materien genau vereiniget, gefunden wird. Ein vererztes Metall oder ein Erz hingegen iſt eine ſolche Vermiſchung metalliſcher Theile mit andern mineraliſchen Körpern, wodurch das Metall ſeines äußern Anſehens und ſeiner Geſchmeidigkeit größtentheils beraubt worden iſt.

§. 220.

Unter die vollkommnen Metalle rechnet man das Gold, die Platina del Pinto, das Silber, das Kupfer, das Eiſen, das Zinn und das Bley, denen man noch das Queckſilber beyfügen kann, welches man ſonſt unter die unvollkommnen Metalle zu ſetzen pflegte. Gibt man auf das Verhalten dieſer Metalle im Feuer Acht, ſo bemerkt man folgenden wichtigen Unterſchied. Einige bleiben in dem gewöhnlichen Schmelzfeuer, wenn ſie auch darin lange Zeit fließend erhalten werden, ganz unveränderlich, und werden daher edle Metalle genannt, worunter das Gold, die Platina und das Silber gehören; die übrigen hingegen werden vom Feuer gar bald zerſtöret, und verwandeln ſich darin theils in Rauch, theils in Kalk oder Aſche, theils in Schlakken oder glasartige Maſſen, und haben daher den Namen der unedlen Metalle bekommen.

§. 221.

Das Gold übertrift an Geſchmeidigkeit, und wenn man die Platina ausnimmt, auch an Schwere

alle übrigen Metalle. Denn in ſeiner Reinigkeit iſt es über 19 Mal ſchwerer, als das Regenwaſſer. Aus einem einzigen Ducaten laſſen ſich über drey hundert ſolcher Blättchen ſchlagen, deren man ſich zum Vergolden zu bedienen pflegt, und ein Gran Gold läßt ſich ſo ſtark ausdehnen, daß man einen Silberdrath von mehr als neunzig Ellen ganz damit überziehen kann. Es hat einen ſehr geringen Grad von Härte und keine merkliche Elaſticität; daher es auch keinen Klang von ſich gibt. Vom Königswaſſer, welches aus einer mit Salpeterſäure vereinigten Kochſalzſäure beſteht, wird es aufgelöſt, aber nicht vom Scheidewaſſer. Man findet es meiſtentheils nur gediegen, doch bisweilen auch vererzt. Das meiſte Gold kömmt aus America, und zwar aus Chili und Peru. Es gibt aber auch in Europa, vorzüglich in Ungarn, Siebenbürgen und Salzburg, Bergwerke, in welchen Gold gefunden wird, und verſchiedne europäiſche Flüſſe führen Sand mit ſich, der mit feinen Goldtheilchen vermiſcht iſt.

§. 222.

Die Platina del Pinto, die auch im Deutſchen den Namen weißes Gold führet, iſt ein gegen die Mitte dieſes Jahrhunderts in Europa erſt bekannt gewordnes Metall, welches man bisher immer nur gediegen, in zerſtoßenen kleinen, weißlichen oder bleyfarbigen Körnern aus dem ſpaniſchen America erhalten hat, wo es 1736 zuerſt entdeckt worden iſt. Es wird vorzüglich in der peruaniſchen Provinz Papajan, und zwar nicht weit von dem Fluſſe Pinto gefunden, von welchem es auch ſeinen Namen erhalten hat. Es iſt unter allen Metallen, und überhaupt unter allen bekannten körperlichen Dingen das ſchwerſte; denn

ſeine eigenthümliche Schwere beträgt über zwanzig Mal mehr, als die Schwere des Waſſers. Es iſt ein ſehr ſprödes und ſtrengflüſſiges Metall, und läßt ſich nur in Königswaſſer oder in dephlogiſtiſirter Kochſalzſäure auflöſen.

§. 223.

Das Silber, welches, wie bekannt, eine glänzend weiße Farbe hat, iſt ein ſehr zähes und dehnbares, auch ziemlich elaſtiſches Metall, deſſen eigenthümliche Schwere ſich zu der Schwere des Waſſers ungefähr wie $10\frac{1}{2}$ zu 1 verhält. Von der Salpeterſäure oder von dem Scheidewaſſer wird es ſehr leicht, von der Kochſalzſäure aber gar nicht aufgelöſt. Es wird nicht nur auf vielerley Art vererzet, ſondern auch häufig gediegen, und zwar bald in kryſtalliniſcher, bald in haariger, bald in körniger, blättriger und andrer Geſtalt gefunden.

§. 224.

Das Kupfer, deſſen Farbe ins Braunrothe oder Rothgelbe fällt, iſt ein ſehr geſchmeidiges und hellklingendes Metall, welches nicht nur vererzet, ſondern auch gediegen gefunden wird. Zu dem gediegenen Kupfer wird auch das ſogenannte Cementkupfer gerechnet, welches man aus gewiſſen vitrioliſchen Quellen erhält, die man Cementwaſſer zu nennen pflegt. Wenn man in dergleichen Quellen ein Stück Eiſen wirft, und es einige Zeit darin liegen läßt, ſo wird daſſelbe mit kleinen zuſammenhängenden Kupferkörnern dergeſtalt überzogen, daß es ſcheint, als wenn das Eiſen ganz in Kupfer wäre verwandelt worden. Die eigenthümliche Schwere dieſes Metalls, welches

von allen Säuren und von allen Laugenſalzen aufge- löſt wird, verhält ſich zu der Schwere des Regenwaſ- ſers wie $8\frac{1}{2}$ oder 9 zu 1. Es verbindet ſich ſehr leicht mit den meiſten übrigen metalliſchen Subſtanzen, und durch ſolche Vermiſchungen erhält man Meſſing, Tombak, Glockengut, Stückgut und noch andre zu- ſammengeſetzte Metalle. Meſſing und Tombak wer- den aus Kupfer und Galmey oder Zink, Glockengut und Stückgut aber aus Kupfer und Zinn gemacht.

§. 225.

Das Eiſen, welches unter allen Metallen dem menſchlichen Leben den meiſten Nutzen verſchaft, iſt vorzüglich wegen ſeiner Härte und Elaſticität, worin es alle übrigen Metalle übertrift, merkwürdig, und daher auch zu ſo vielen nützlichen Werkzeugen brauch- bar. Es iſt über $7\frac{1}{2}$ Mal ſchwerer, als das Re- genwaſſer, und wird vom Magnet angezogen, kann auch ſelbſt magnetiſch gemacht werden. Es wird mei- ſtentheils nur vererzet, und ſehr ſelten gediegen gefun- den. Durch wiederhohltes Ausglühen und Ablöſchen wird aus Eiſen Stahl gemacht, der ſich durch eine noch größere Härte und Elaſticität von dem gemeinen Eiſen unterſcheidet.

§. 226.

Das Zinn, welches eine eigne, hellweiße Farbe hat, die ein wenig ins Bläuliche fällt, iſt ein ſehr weiches, überaus leichtflüſſiges Metall, welches ſich unter allen Metallen am wenigſten ausdehnen läßt, und auch von allen an Schwere übertroffen wird; denn ſeine eigenthümliche Schwere verhält ſich zu der Schwe- re des Regenwaſſers nur wie 73 zu 10. Es knarret,

wenn man es zerbrechen oder biegen will, und aus dieſem ſtärkern oder ſchwächern Knarren läßt ſich die Reinigkeit deſſelben einigermaßen beurtheilen. Durch ein mäßiges Feuer läßt es ſich ſchon in eine weiße Aſche verwandeln, welche den vierten Theil mehr wiegt, als das Zinn, woraus ſie entſtanden iſt. Man findet dieſes Metall niemals gediegen, ſondern nur vererzet, und zwar vorzüglich in England und Sachſen.

§. 227.

Das Bley, welches eigentlich eine faſt bläulich-weiße Farbe hat, die aber an der Luft ſchwarz anläuft, iſt nach dem Golde unter den feſten Metallen das weichſte und von einer beträchtlichen Schwere, die über eilf Mal mehr beträgt, als die Schwere des Regenwaſſers. Es kömmt im Feuer gar bald, ehe es noch zu glühen anfängt, in Fluß, und läßt ſich, wenn es darin erhalten wird, ſehr geſchwind in einen Kalk verwandeln, welcher anfänglich grau iſt, bey einem länger anhaltenden Feuer aber gelb, und endlich roth wird. Der rothe Bleykalk iſt unter dem Namen Mennige bekannt, wovon man zwölf Pfund gemeiniglich aus eilf Pfund Bley erhält. Man findet dieſes Metall weit häufiger als das Zinn, aber eben ſo, wie dieſes, allezeit vererzet.

§. 228.

Das Queckſilber, welches man ehemals nicht unter die vollkommnen Metalle rechnete, weil man es für eine blos flüſſige Materie hielt, iſt eben ſo gut, wie die bisher beſchriebenen Metalle, ein feſter mineraliſcher Körper, der aber bey einem ſo geringen Grade von Wärme, wobey man noch erfrieren kann, ſchon zu

ſchmelzen anfängt, und bey einer ſtarken Hitze ganz flüchtig wird. Es verliert erſt ſeine Flüſſigkeit, wenn das Fahrenheitiſche Thermometer 39 Grad unter dem künſtlichen Eispuncte ſteht, alsdenn aber läßt es ſich ſo gut, wie Bley und andre vollkommne Metalle, hämmern. Es iſt vierzehn Mal ſchwerer, als das Waſſer, und wird nicht nur vererzet, ſondern auch gediegen gefunden. Das gediegene iſt unter dem Namen Jungfern-Queckſilber bekannt. Es vereiniget ſich ſehr leicht mit Gold, Silber, Zinn und Bley, aus welcher Vermiſchung man eine weiche Maſſe erhält, die man ein Amalgama zu nennen pflegt.

§. 229.

Die Halbmetalle haben zwar ebenfalls ein glänzendes Anſehen, wie die vollkommnen Metalle und eine ziemliche Schwere; ſie laſſen ſich aber nicht ſo, wie jene, durch den Hammer ausdehnen, ſondern reißen meiſtentheils auf oder zerſpringen. Man rechnet hierunter den Wißmuth, den Zink, das Spießglas, den Kobalt, den Nickel, den Braunſteinkönig, das Waſſerbley, den Arſenikkönig, den Wolfram oder das Schwerſteinmetall, den Uranit, das Titan, das Tellurium, u. m. a.

§. 230.

Der Wißmuth (Bismutum, marcaſita offic.) iſt ein blättriges Halbmetall von ſilberweißer Farbe, die aber gemeiniglich ein wenig ins Röthliche fällt, und von beträchtlicher Schwere, die ſich zu der Schwere des Waſſers wie 98 zu 10 verhält. Er iſt überaus leichtflüſſig, und mit halb ſo viel Zinn und halb ſo viel Bley gibt er ein zuſammengeſetztes Metall, welches ſchon in kochendem Waſſer zu ſchmelzen anfängt.

§. 231.

Der Zink hat eine bläuliche Farbe, die das Mittel zwiſchen der Farbe des Bleyes und Zinns hält, und iſt weniger ſpröde, als die meiſten übrigen Halbmetalle. Seine eigenthümliche Schwere beträgt etwas über ſieben Mal mehr, als die Schwere des Regenwaſſers. Er wird im Feuer ſehr bald zerſtöret und verbrennt mit einer bläulichgrünen Farbe. Er vermiſcht ſich leicht mit den meiſten Metallen, und gibt dem Kupfer eine gelbe Farbe; durch welche Vermiſchung Meſſing, Tombak und andre zuſammengeſetzte Metalle entſtehen.

§. 232.

Das Spiesglas (Antimonium) hat eine helle zinnweiße oder weißbläuliche Farbe, und ein blättriges, zum Theil ſtraliges Gewebe, und iſt ſehr ſpröde und brüchig. Wenn man es aber mit Zinn und Bley vermiſcht, ſo werden dieſe weichen Metalle dadurch härter; daher ſich die Schriftgießer deſſelben häufig zu bedienen pflegen. Seine eigenthümliche Schwere verhält ſich zu der Schwere des Waſſers wie 67 zu 10. Unter dem Namen Spiesglas aber verſteht man nicht allezeit das Halbmetall ſelbſt, ſondern auch ſehr oft die aus den Spiesglaserzen durch das Feuer geſaigerten unmetalliſchen Theile, und bezeichnet alsdenn das eigentliche Metall durch den Ausdruck Spiesglaskönig; weil das Wort König (regulus) in der Mineralogie überhaupt die Bedeutung hat, daß es die aus den Erzen geſchiedene, und von andern unmetalliſchen Theilen befreyte, metalliſche Maſſe anzeigt.

§. 233.

Der Kobalt oder Kobolt (Cobaltum, Cadmia

vitri caerulei) hat eine eiſengraue, bisweilen ins Zinnweiße fallende Farbe, die auch ſonſt noch mancherley Abänderungen leidet, und iſt ein ſehr hartes, ſprödes und ſtrengflüſſiges Halbmetall, deſſen eigenthümliche Schwere ſich zu der Schwere des Waſſers wie 78 zu 10 verhält. Mit Sand und Potaſche geſchmolzen, gibt er ein blaues Glas, woraus die ſchöne Farbe bereitet wird, welche unter dem Namen der blauen Stärke oder Schmalte bekannt iſt.

§. 234.

Der Nickel, der erſt ſeit dem Jahre 1751 von einigen Mineralogen als ein beſonderes Halbmetall betrachtet wird, iſt überaus ſtrengflüſſig und hart; doch läßt er ſich einigermaßen hämmern. Seine eigenthümliche Schwere beträgt ſo viel, wie die Schwere des Kobalts. Man findet ihn entweder in Geſtalt eines Kalks, oder vererzet in dem ſogenannten Kupfernickel. Er wird zur Verfertigung des weißen Kupfers gebraucht.

§. 235.

Der Braunſteinkönig (magneſia) iſt ein ſtahlfarbiges, ſehr hartes, ſprödes und ſtrengflüſſiges Halbmetall, welches man aus dem Braunſteinerze erhält. Seine eigenthümliche Schwere verhält ſich zu der Schwere des Waſſers wie 68 zu 10 Man bedient ſich dieſes Halbmetalls zur Verfertigung des weißen Glaſes, da es dem grünen ſeine Eiſenfarbe benimmt.

§. 236.

Das Waſſerbley (Molybdaena), worunter hier

ebenfalls der König, und nicht das ſonſt mit dieſem Namen bezeichnete Erz, aus welchem man denſelben erhält, verſtanden wird, gehört unter die erſt kürzlich entdeckten Halbmetalle und iſt noch nicht hinlänglich unterſucht worden. Es hat eine faſt ſtahlgraue Farbe, einen geringen Grad von Härte, aber einen ziemlichen Grad von Sprödigkeit. Seine eigenthümliche Schwere ſoll ſich zu der Schwere des Waſſers ungefähr wie 69 zu 10 verhalten.

§. 237.

Der Arſenikkönig iſt ein bleygraues, bisweilen der Zinnfarbe nahe kommendes, ſehr ſprödes Halbmetall, welches unter allen metalliſchen Subſtanzen das flüchtigſte iſt, und im Feuer einen Knoblauchsgeruch von ſich gibt. Es ſteigt darin in Geſtalt eines weißen Kalks, welcher ſich im Waſſer auflöſen läßt, in die Höhe. Seine eigenthümliche Schwere verhält ſich zu der Schwere des Regenwaſſers wie 83 zu 10.

§. 238.

Der Wolfram oder das Schwerſteinmetall, welches Herr Bergrath Werner dem berühmten Scheidekünſtler Scheel zu Ehren Scheelmetall (Scheelium) zu nennen pflegt, iſt erſt kürzlich als ein Halbmetall erkannt, und noch nicht hinlänglich unterſucht worden. Die Farbe deſſelben ſoll nach einigen ins Weiße, nach andern Mineralogen aber ins Stahlgraue oder Braune fallen. Es wird nicht gediegen, ſondern nur vererzet gefunden, und vorzüglich aus dem Wolframerz und Schwerſtein erhalten, wie man ſchon aus der Benennung erſehen kann.

§. 239.

Der Uranit (Uranium), ein in unſern Tagen entdecktes Halbmetall, deſſen Kenntniß wir dem berühmten Klaproth zu verdanken haben, hat eine dunkelgraue Farbe, einen ſchwachen Glanz und eine ſehr geringe Härte. Seine eigenthümliche Schwere verhält ſich zu der Schwere des Waſſers wie 64 zu 10. Es wird nur vererzet, und zwar vorzüglich bey Johanngeorgenſtadt im Erzgebirge, und zu Joachimsthal in Böhmen gefunden.

Etwas aus der Metaphyſik.

Einleitung.

§. 1.

Ungeachtet unter den Philoſophen noch immer über den Begriff geſtritten wird, den man mit dem Worte Metaphyſik eigentlich verbinden müſſe; ſo kommen ſie doch alle darin mit einander überein, daß die Lehren von den allgemeinen Eigenſchaften der Dinge, von dem Daſeyn und den Eigenſchaften Gottes, von dem Weſen einer Welt überhaupt, und von den Eigenſchaften eines Geiſtes diejenigen Gegenſtände ſind, welche unter das Gebiet der Metaphyſik gehören. Der erſte Theil derſelben,

welcher die allgemeinen Eigenſchaften der Dinge erkläret, heißt die Ontologie; der andre Theil, welcher von dem Daſeyn und den Eigenſchaften Gottes handelt, die natürliche Theologie; der dritte, welcher das Weſen einer Welt überhaupt betrachtet, die Kosmologie; und der vierte, welcher die Eigenſchaften eines Geiſtes unterſucht, die Pnevmatologie, von welcher einige noch die Pſychologie unterſcheiden, die ſich mit Betrachtung der Seele beſchäftiget. Ich will aber hier, um meine jungen Leſer nicht durch allzuviele metaphyſiſche Subtilitäten zu ermüden, nur die drey vornehmſten Theile dieſer Wiſſenſchaft, nämlich die Ontologie, die natürliche Theologie, und die Pſychologie kürzlich abhandeln; weil die Kosmologie größtentheils ſolche Materien enthält, die ſich hier ohne eine ausführliche Erzählung der darüber geführten Streitigkeiten nicht hinlänglich würden erklären laſſen, und außer der Pſychologie nicht viel gewiſſes in der Pnevmatologie gefunden wird.

§. 2.

Wenn man alſo die Gegenſtände erwägt, womit ſich die Metaphyſik beſchäftiget, ſo wird man den Werth und den Nutzen dieſer Wiſſenſchaft nicht in Zweifel ziehen können. Denn was kann wichtiger ſeyn, als die Lehre von Gott und von der Natur unſrer Seele? Es iſt zwar freylich wahr, daß nicht alle Erklärungen und Beweiſe der Metaphyſik vollkommen evident und überzeugend ſind; denn wie wäre es möglich, daß Menſchen, deren Fähigkeiten ſo ſehr eingeſchränkt ſind, ſo erhabene Materien völlig ergründen könnten? Allein auch das wenige, was ſie

überzeugendes enthält, muß uns ſchätzbar ſeyn, da es ſo wichtige Wahrheiten betriſt, die keinem vernünftigen Menſchen gleichgültig ſeyn können. Der Vorwurf, welchen gemeiniglich die Weltleute den metaphyſiſchen Schriften wegen unnützer Spitzfindigkeiten und Streitigkeiten zu machen pflegen, iſt zwar nicht ganz ungegründet, aber doch von der Art, daß er nicht die Wiſſenſchaft ſelbſt, ſondern nur diejenigen trifft, die ſich damit beſchäftigen.

§. 3.

Alles, was in der Metaphyſik und in der Philoſophie überhaupt gelehrt wird, gründet ſich auf folgenden allgemeinen Satz, den man als den erſten Grundſatz der menſchlichen Erkenntniß betrachten kann: Was uns das Weſen unſers Verſtandes als wahr zu denken nöthiget, das iſt wahr, und was wir gar nicht, oder nicht anders, als falſch denken können, das iſt falſch. Wir räumen daher ohne Widerrede ein, daß nichts zugleich ſeyn und nicht ſeyn könne, welches man den Satz des Widerſpruchs (principium contradictionis) nennt, weil es uns unmöglich fällt, das Seyn und Nichtſeyn einer und ebenderſelben Sache zu denken. Aus eben dem Grunde geben wir auch ohne weitern Beweis dieſen Satz zu, daß nichts ohne eine zureichende Urſache entſtehe, welches der Satz von der zureichenden Urſache (principium rationis ſufficientis) genannt wird; denn die Natur unſers Verſtandes zwingt uns bey einem endlichen Dinge, ein anderes vorauszuſetzen, durch deſſen Kraft es hervorgebracht worden iſt.

Erſtes Kapitel.

Von den allgemeinen Eigenſchaften der Dinge.

§. 4.

Alles dasjenige, wovon man ſich einen Begriff bilden kann, wird im weitläuftigen Verſtande ein Ens odes Ding genannt. Was ſich aber nicht denken läßt, z. B. ein viereckiger Cirkel, heißt ein Unding oder Nonens. In der engern Bedeutung aber legt man den Namen eines Dinges nur demjenigen bey, das auch außerhalb unſrer Gedanken wirklich vorhanden iſt, und nennt dasjenige ſchon ein Unding, was nirgends gefunden wird, ungeachtet ſich daſſelbe als möglich denken läßt; daher man einen Unterſchied zwiſchen den wirklichen und den blos möglichen Dingen zu machen pflegt.

§. 5.

An jedem Dinge, im engern Verſtande genommen, iſt vorzüglich die Exiſtenz, oder Wirklichkeit, und das Weſen zu bemerken. Der Begriff der Exiſtenz iſt ſo einfach, daß man ihn nicht gut erklären kann; daher ich mich bey den Definitionen deſſelben, über die immer noch geſtritten wird, nicht aufhalten will, zumal da die eigentliche Bedeutung dieſes Worts keinem unbekannt ſeyn wird. Jedermann weiß, daß man z. B. der Sonne und dem Monde die Exiſtenz oder Wirklichkeit, hingegen einem goldenen Berge nur die bloße Möglichkeit zu-

ſchreibt. Man pflegt aber zwiſchen der metaphyſiſchen oder idealen, und zwiſchen der phyſiſchen oder realen Möglichkeit einen Unterſchied zu machen. Metaphyſiſch oder ideal möglich heißt alles dasjenige, deſſen Begriff nichts widerſprechendes enthält. Die phyſiſche oder reale Möglichkeit aber findet nur alsdenn Statt, wenn man auch annehmen kann, daß zu dem gedachten Dinge zureichende Urſachen wirklich vorhanden ſind. Daß ein gemeiner Schäfer König werden kann, iſt blos metaphyſiſch möglich; daß aber ein Kronprinz in wenig Jahren König ſeyn kann, iſt eine reale Möglichkeit. Durch das metaphyſiſche Weſen verſteht man hier den Inbegriff alles deſſen, was man bey einem Dinge denket, und wodurch man es von andern unterſcheidet. Jeder Theil des Weſens, wie fern er beſonders betrachtet wird, heißt eine Eigenſchaft (qualitas); und kömmt dieſelbe einem Dinge zu allen Zeiten und bey allen Umſtänden zu, ſo wird ſie ein Attribut oder eine weſentliche Eigenſchaft genannt; iſt ſie aber nur bisweilen darin anzutreffen, ſo heißt ſie ein Modus oder eine zufällige Eigenſchaft. Z. B. die Fähigkeit zu denken und zu wollen, iſt ein Attribut oder eine weſentliche Eigenſchaft des Menſchen, hingegen die Fertigkeit, Verſe zu machen, nur ein Modus oder eine zufällige Eigenſchaft. Man braucht das Wort Weſen aber auch noch auf andre Art; denn bisweilen verſteht man durch daſſelbe nur die Summe der Eigenſchaften, welche einem Dinge beſtändig zukommen; dieſes wird daher von einigen Weltweiſen zum Unterſchiede von jenem das logikaliſche Weſen genannt. Bisweilen nimmt man es in einer noch engern Bedeutung, und zeigt dadurch blos dasjenige an, was

in einem Dinge das erſte, und nicht wiederum in andern Eigenſchaften deſſelben gegründet iſt, worin aber alles übrige ſeinen Grund hat, was dem Dinge zukömmt. Man pflegt es daher auch das Grundweſen zu nennen.

§. 6.

Wenn ein Ding in der Verfaſſung, wie man es denket, ohne Verbindung mit einem andern ſeyn kann, ſo nennt man es ein vollſtändiges Ding (ens completum), oder eine Subſtanz. Iſt aber ein Ding an ein andres nothwendig verknüpft, ſo daß es ohne das andre nicht exiſtiren kann, ſo heißt es ein unvollſtändiges Ding (ens incompletum). Z. B. ein Stern, ein Haus iſt ein vollſtändiges; hingegen die Gelehrſamkeit, das Fieber und alle Eigenſchaften ſind unvollſtändige Dinge; weil keine Gelehrſamkeit ohne Gelehrten, kein Fieber ohne eine fieberhafte Perſon, und überhaupt keine Eigenſchaft ohne Verbindung mit etwas andern exiſtiren kann.

§. 7.

Man ſchreibt einem Dinge eine Kraft zu, wenn durch daſſelbe ein anderes Ding möglich iſt. So ſagt man z. B. das Feuer habe die Kraft, die Körper auszudehnen, weil die Ausdehnung der Körper durch das Feuer möglich iſt. Die Kraft heißt lebendig, wenn durch dieſelbe wirklich etwas hervorgebracht wird; hingegen todt, wenn ihre Thätigkeit verhindert wird.

§. 8.

Dasjenige Ding, durch deſſen Kraft etwas hervorgebracht wird, heißt die Urſache oder der Grund

von dem andern Dinge, und dieſes letztere der Effect oder die Wirkung des erſtern. Es iſt aber dasjenige, deſſen Hervorbringung man einem andern Dinge zuſchreibt, entweder nur die Erkenntniß in unſerm Verſtande, oder die Sache ſelbſt; daher wird der Grund in den Erkenntniß- oder Idealgrund (principium cognoſcendi), und den Realgrund (principium eſſendi vel fiendi) eingetheilt.

§. 9.

Unter die Eigenſchaften, welche allen Dingen ohne Ausnahme zukommen, gehört die Einheit, Wahrheit und Vollkommenheit, woran niemand zweifeln wird, dem die metaphyſiſche Bedeutung dieſer Wörter bekannt iſt. Durch die Einheit verſteht man nichts anders, als die Verknüpfung alles deſſen, was zu einem Dinge gehört; die Wahrheit im metaphyſiſchen Verſtande iſt eben ſo viel, als die Wirklichkeit oder Möglichkeit eines Dinges ſelbſt; und Vollkommenheit heißt hier ſo viel, als der Inbegrif aller Eigenſchaften eines Dinges, die nicht in einer Verneinung beſtehen. Nun würde es alſo wohl überflüſſig ſeyn, zu beweiſen, daß jedes Ding eins, wahr und vollkommen iſt. Das Wort Vollkommenheit wird auch noch in einer andern Bedeutung gebraucht, da es ſo viel heißt, als jede nützliche Eigenſchaft eines Dinges. Dieſe Bedeutung liegt zum Grunde, wenn gefragt wird, ob dieſe oder jene Sache eine Vollkommenheit oder Unvollkommenheit zu nennen ſey? Man kann alſo das Laſter vollkommen nennen, weil es alles hat, was zum Begriff des Laſters erfordert wird, man kann aber nicht ſagen, das Laſter ſey eine Vollkommenheit, weil es keine nützliche Eigenſchaft iſt,

wenn man es mit der Beſtimmung und der Natur des Menſchen vergleicht.

§. 10.

Außer den ſchon angeführten Eintheilungen der Dinge pflegt man dieſelben noch in einfache und zuſammengeſetzte, in endliche und unendliche, in nothwendige und zufällige einzutheilen, von deren Unterſchieden jetzt noch kürzlich gehandelt werden ſoll.

§. 11.

Einfach nennt man überhaupt dasjenige, was nicht aus Theilen beſtehet, und zuſammengeſetzt dasjenige, was Theile hat. Mit dem Wort Theile aber pflegt man nicht immer einerley Begriff zu verbinden; daher es kömmt, daß auch die Wörter einfach und zuſammengeſetzt nicht immer einerley Bedeutung haben. Im weitläuftigen Verſtande heißt ein Theil jedes von dem Mannigfaltigen, welches man ſich bey einer Sache vorſtellen, und in Gedanken von den übrigen Dingen, mit denen es verbunden iſt, abſondern kann. Im engern Verſtande aber nennt man nur diejenigen verſchiednen Dinge, aus welchen etwas beſtehet, Theile, die ſich nicht nur von einander in Gedanken unterſcheiden, ſondern auch wirklich von einander trennen laſſen, ſo daß nach der Trennung die übrigen noch fortdauern. Man pflegt daher zwiſchen Gedanken-Theilen und wirklichen Theilen einen Unterſchied zu machen. Nämlich die Gedanken-Theile entſtehen blos durch eine Unterſcheidung des Mannigfaltigen in dem Verſtande, die wirklichen Theile aber durch die Trennung der Dinge, aus welchen eine Sache beſtehet. Hieraus

wird man alſo die beyden Bedeutungen der Wörter einfach und zuſammengeſetzt leicht einſehen können. Nämlich einfach heißt bisweilen dasjenige, worin man keine Theile unterſcheidet, bisweilen aber dasjenige, welches nicht aus verſchiednen trennbaren Dingen beſtehet. Eben ſo zeigt das Wort zuſammengeſetzt nach der einen Bedeutung ein Ding an, in welchem ſich verſchiedne Dinge unterſcheiden laſſen, und nach der andern Bedeutung heißt es ein ſolches Ding, das aus wirklichen trennbaren und mit einander verbundenen Dingen beſtehet. Das letztere pflegt man die wahre oder reale, und das erſtere die ideale Zuſammenſetzung zu nennen; durch welche Beywörter man auch die beyden verſchiednen Arten der Einfachheit unterſcheidet.

§. 12.

Die einfachen Subſtanzen, welches alſo, wenn von einer wahren Einfachheit die Rede iſt, ſolche ſind, die nicht aus andern trennbaren Subſtanzen beſtehen, werden Monaden genannt. Diejenigen Monaden, welche die Kraft zu denken haben, heißen Geiſter, diejenigen aber, aus denen die Körper zuſammengeſetzt ſind, Elemente, deren Exiſtenz aus der Exiſtenz der Körper erwieſen wird, ob es uns gleich wegen der Unvollkommenheit unſrer Sinne nicht möglich iſt, die Theilung der Körper bis auf die Elemente fortzuſetzen.

§. 13.

Endlich heißt alles das, was Schranken hat, oder was noch einer Vermehrung fähig iſt, unendlich aber dasjenige, was keine Schranken hat, oder was ſo beſchaffen iſt, daß ſich keine Vermehrung deſ-

ſelben gedenken läßt. In der höhern Mathematik aber wird der Ausdruck unendlich nicht in dieſer Bedeutung genommen, in welcher ihn die Metaphyſiker zu nehmen pflegen, wie man ſchon daraus erſehen kann, weil die Mathematiker nicht nur von unendlich großen, ſondern auch von unendlich kleinen Größen reden. Nämlich unendlich groß heißt in der Mathematik eine ſolche Größe, die größer iſt, als diejenigen Größen, die ſich wirklich angeben laſſen; unendlich klein aber wird diejenige genannt, welche kleiner iſt, als jede Größe, die ſich noch angeben läßt. Man kann alſo manche Dinge bald endlich, bald unendlich nennen, nachdem man dieſe Wörter entweder in der metaphyſiſchen oder mathematiſchen Bedeutung braucht. Der Begriff der Unendlichkeit verbunden mit dem Begriffe der Dauer, d. i. der fortgeſetzten Exiſtenz gibt den Begriff der Ewigkeit, welche alſo in einer unendlichen Dauer beſtehet.

§. 14.

Nothwendig iſt dasjenige, deſſen Gegentheil eine Unmöglichkeit enthält, und was ſich alſo nicht anders denken läßt; zufällig hingegen heißt alles das, deſſen Gegentheil ebenfalls möglich iſt, und was ſich alſo auch anders denken läßt. Daß ein Theil weniger enthält, als das Ganze, iſt etwas nothwendiges; die heutige ſchöne Witterung aber etwas zufälliges. Man theilt die Nothwendigkeit in die abſolute und hypothetiſche ein. Abſolut oder unbedingt nothwendig heißt dasjenige, deſſen Gegentheil ſchlechterdings nicht möglich iſt, und hypothetiſch oder bedingt nothwendig, deſſen Gegentheil nur wegen gewiſſer Umſtände nicht Statt findet. So

iſt es z. B. abſolut nothwendig, daß die drey Winkel in einem geradlinigen Triangel 180 Grad ausmachen, hingegen nur hypothetiſch nothwendig, daß ein raſender Menſch unvernünftig handelt. Denn es iſt ſchlechterdings unmöglich, daß ein geradliniger Triangel drey Winkel enthalten könnte, die zuſammen mehr oder weniger, als 180 Grad betrügen; hingegen iſt es nicht ſchlechterdings unmöglich, daß ein raſender Menſch in manchen Fällen und zu gewiſſen Zeiten vernünftig handeln könne, wie es auch die Erfahrung ſchon oft gelehrt hat.

Zweytes Kapitel.

Von Gott.

§. 15.

Durch das Wort Gott verſtehen wir ein mit Verſtand begabtes, nothwendiges und von der Welt unterſchiedenes Weſen, durch welches die Welt hervorgebracht worden iſt. In dieſem Begriffe kommen faſt alle verſchiedene Religionsſekten mit einander überein; daher ich jetzt keine andre Erklärung vorausſetzen kann, um das Daſeyn Gottes zu beweiſen, weil ſonſt der Beweis nicht für jedermann ſeyn würde.

§. 16.

Es leugnet niemand, daß etwas exiſtirt. Denn auch die Idealiſten, das heißt, diejenigen Leute, welche die Exiſtenz der Körper leugnen, geben doch

das Daſeyn der Geiſter zu, und ſelbſt die Egoiſten, wodurch man diejenigen verſteht, die das Daſeyn aller andern Dinge, außer ihrer eigenen Perſon, in Zweifel ziehen, räumen doch ihre eigene Exiſtenz ein. Wenn es alſo gewiß iſt, daß etwas exiſtirt, z. B. daß wir exiſtiren, ſo läßt ſich hieraus folgendergeſtalt auf das Daſeyn Gottes ſchließen. Nämlich entweder wir ſind nothwendig und von Ewigkeit her geweſen, oder wir ſind ohne alle Urſach entſtanden, oder wir haben uns ſelbſt hervorgebracht, oder wir haben unſer Daſeyn einem höhern Weſen zu danken. Es würde aber lächerlich ſeyn, zu behaupten, daß wir nothwendig und von Ewigkeit her geweſen wären, da die Einſchränkung und die Veränderlichkeit unſers Weſens eben ſo ſehr als unſre innere Empfindung uns von unſrer Endlichkeit und Zufälligkeit überzeuget. Zu glauben, daß wir ohne Urſache entſtanden wären, ſtreitet wider einen der Hauptgrundſätze der menſchlichen Vernunft, daß nichts ohne Urſache entſtehet. Daß wir uns ſelbſt ſollten hervorgebracht haben, iſt unmöglich; denn wir müßten in dem Augenblicke, da wir uns hervorgebracht hätten, zugleich exiſtirt und auch nicht exiſtirt haben, welches einen Widerſpruch enthält. Es bleibt alſo nichts weiter übrig, als das letzte Glied, daß wir nämlich unſern Urſprung einem höhern Weſen zu verdanken haben. Dieſes Weſen aber kann nicht zufällig, wie wir, ſeyn, ſonſt würde es ebenfalls eine Urſache nöthig haben, und alſo nicht die erſte Urſache von den exiſtirenden Dingen ſeyn, von welcher doch hier die Rede iſt. Es muß alſo nothwendig, und zwar mit Verſtand begabt ſeyn, welches der künſtliche Bau unſers Körpers, und die Natur unſrer Seele außer Zweifel ſetzt. Folglich iſt klar, daß

es ein nothwendiges und verſtändiges Weſen gibt, das von uns unterſchieden, und die Urſache von unſerm Daſeyn iſt. Da nun ein ſolches Weſen Gott genannt wird, ſo iſt das Daſeyn eines Gottes hierdurch richtig erwieſen.

§. 17.

Aber, werden vielleicht einige meiner jungen Leſer gegen den vorigen Beweis einwenden, wir ſind ja von unſern Eltern, und dieſe wieder von ihren Eltern u. ſ. w. entſtanden; wie läßt ſich denn alſo behaupten, daß wir unmittelbar unſer Daſeyn von einem höhern Weſen erhalten hätten? Es iſt alſo zu merken, daß die Zeugung der Menſchen und Thiere zwar im gemeinen Leben ein Hervorbringen ihres Gleichen genannt wird, aber keine eigentliche Hervorbringung iſt, wenn man dieſes Wort in derjenigen Bedeutung nimmt, wie es bisher genommen worden iſt, da es ſo viel heißt, als die einzige und hinlängliche Urſache von etwas ſeyn. Die Menſchen und die Thiere überhaupt thun bey der Zeugung weiter nichts, als daß ſie einander durch ihre Vereinigung in diejenigen Umſtände ſetzen, welche zu der Entwickelung der jungen Frucht, die in der Mutter verborgen liegt, nothwendig ſind. Die Eltern ſind daher eben ſo wenig die eigentliche Urſache der Kinder, als ein Gärtner die Urſache von den Blumen und Früchten iſt, ob er gleich dadurch, daß er den Saamen derſelben in die Erde ſtreut, und dieſelbe befeuchtet, ihnen die Gelegenheit zu ihrer Entwickelung verſchaffet. Wir können auch überhaupt von uns nicht ſagen, daß wir im eigentlichen Ver-

ſtande fähig wären, das Geringſte hervorzubringen. Die größten Künſtler können nur im poetiſchen Stil Schöpfer genannt werden; denn ſie thun weiter nichts, als daß ſie die ſchon vorhandenen und von Gott erſchaffenen Dinge auf eine gewiſſe Art mit einander verbinden. Wenn z. B. von einem berühmten Chymiſten geſagt wird, daß er durch ſeine Kunſt ein ganz neues Metall, oder eine neue Farbe hervorgebracht habe, ſo will man durch dieſen Ausdruck eigentlich nur ſo viel ſagen: der Scheidekünſtler habe aus den bereits exiſtirenden Materien eine ſolche metalliſche, oder zum Färben geſchickte Zuſammenſetzung gemacht, die bisher noch von keinem andern auf dieſe Art gemacht worden ſey. Denn aus nichts kann kein Menſch etwas machen.

§. 18.

Wer nicht zu der Secte der Egoiſten oder Idealiſten gehöret, die auch ſo zahlreich eben nicht zu ſeyn pflegt, und alſo an dem Daſeyn der Körper und anderer Dinge außer ihm nicht zweifelt, der kann ſich noch auf verſchiedene andere Arten, z. B. aus der Betrachtung des Weltgebäudes und deſſen Regelmäßigkeit von der Exiſtenz Gottes überzeugen. Das Weltgebäude iſt ein Ganzes von einer erſtaunenswürdigen Größe, das aus unzählig vielen Theilen beſteht, die alle mit einander auf das genaueſte und ordentlichſte verbunden ſind. Die Erde, welche wir bewohnen, obgleich ihr Umfang 5400 geographiſche Meilen beträgt, iſt noch etwas ſehr kleines in Anſehung vieler andrer Weltkörper, die wir an dem geſtirnten Himmel erblicken. Der Jupiter, wie meinen Leſern noch aus der Naturlehre bekannt ſeyn

wird, iſt über tauſendmal, und die Sonne über eine millionmal größer, als unſre Erde, und es iſt ſehr wahrſcheinlich, daß jeder Fixſtern eine Sonne iſt, und eben ſolche Planeten um ſich hat, wie unſre Sonne, nur daß dieſelben wegen der großen Entfernung nicht geſehen werden können; denn die Weite des nächſten Fixſterns von unſrer Erde beträgt, nach der Vermuthung der neuern Aſtronomen, über vier Billionen deutſche Meilen, ſo, daß eine Kanonkugel, wenn ſie ſich auch beſtändig mit eben der Geſchwindigkeit bewegte, mit welcher ſie aus einer ſtark geladenen Kanone fährt, doch fünf Millionen Jahre nöthig haben würde, um den nächſten Fixſtern zu erreichen. Nun überlege man einmal, wie weit diejenigen Sterne entfernt ſeyn müſſen, welche man kaum durch die beſten Ferngläſer erblicket, und wie erſtaunend groß alſo blos derjenige Theil des Weltgebäudes ſeyn müſſe, den wir noch mit unſern Augen ſehen können! Und alle dieſe ungeheuern Körper bewegen ſich mit der größten Ordnung ſeit undenklichen Jahren, und ſind dergeſtalt mit einander verbunden, daß keiner den andern in ſeiner Bewegung verhindert, und daß immer der eine das nöthige Licht und die nöthige Wärme von dem andern erhalten kann. Hätte die Erde eine andre Stellung gegen die Sonne, ſo würde ſie unmöglich von uns bewohnt werden können. Denn wäre ſie der Sonne näher, ſo würden wir vor Hitze verſchmachten, und wäre ſie weiter von ihr entfernt, ſo würden wir vor Kälte umkommen müſſen. Ja, dieſe bewundernswürdige Regelmäßigkeit findet man ſogar in den kleinſten Theilen, aus denen die Welt zuſammengeſetzt iſt. Der geringſte Wurm, die ſchlechteſte Pflanze iſt eine künſtliche Maſchine, die

der geſchickteſte Künſtler nicht völlig nachzuahmen im Stande iſt. Denn alles dasjenige, was ſolche Künſtler thun, von denen man ſagt, daß ſie ein Thier, oder eine Pflanze ſehr natürlich nachgemacht hätten, beſteht gemeiniglich blos in einer ſolchen Bearbeitung der Oberfläche eines Körpers, wodurch die äußere Geſtalt eines Körpers von ihnen dergeſtalt bearbeitet worden iſt, daß die äußere Geſtalt des Kunſtwerks eine Aehnlichkeit mit der Geſtalt eines Thieres oder Pflanze erhalten hat. Man darf nur das Innere eines ſolchen Kunſtwerks mit dem innern Bau des natürlichen Körpers, den es vorſtellen ſoll, vergleichen, ſo wird man ſchon den großen Unterſchied zwiſchen beyden auf den erſten Blick bemerken, und ſich gar bald von der Unmöglichkeit überzeugen, nur ein kleines Pflänzchen völlig nachzumachen. Sollte ſich nun aus dieſer künſtlichen und regelmäßigen Einrichtung des ganzen Weltgebäudes und aller ſeiner Theile nicht ohne alle Gefahr zu irren ſchließen laſſen, daß dieſes vortreffliche Ganze eine verſtändige und von der Welt unterſchiedne Urſache haben, d. h. daß nothwendig ein Gott exiſtiren müſſe? Denn wie ungeräumt wäre es, mit den Epicuräern zu glauben, daß die Welt durch einen ungefähren Zufall, durch einen Zuſammenſtoß unbelebter und von Ewigkeit her exiſtirender Atomen entſtanden ſey. Würde wohl jemand bey Betrachtung eines nur mittelmäßigen Palaſtes auf die Vermuthung gerathen, daß Ziegeln, Steine und Holz einmal von ungefähr zuſammen geflogen wären, und dadurch dieſes regelmäßige Gebäude verurſacht hätten? Und gleichwohl iſt der Bau und die Einrichtung des künſtlichen Palaſtes, aus welcher man auf einen verſtändigen Baumeiſter zu

ſchließen pflegt, in Vergleichung mit dem Bau und der Einrichtung der Welt für nichts zu halten; wie ſollte man alſo wohl nur einen Augenblick an dem Daſeyn Gottes zweifeln können?

§. 19.

Man findet in den Schriften der Philoſophen noch eine Menge andrer Beweiſe für die Exiſtenz Gottes, die aber freylich nicht alle von einerley Werthe ſind. Carteſius und nach ihm verſchiedne andre Gelehrte, denen die jetzt erklärten Beweiſe a poſteriori nicht zureichend ſchienen, die Atheiſten völlig zu überzeugen, haben verſucht, das Daſeyn Gottes auf geometriſche Art, nämlich aus bloßen Begriffen a priori zu demonſtriren. Sie definiren zuerſt Gott durch dasjenige Weſen, welches alle mögliche Vollkommenheiten beſitzet, beweiſen die Möglichkeit eines ſolchen Weſens daraus, weil die Verbindung aller möglichen Vollkommenheiten nichts widerſprechendes enthält, und ſchließen alsdenn folgendergeſtalt:

Was alle mögliche Vollkommenheiten hat, das hat auch die Exiſtenz, weil die Exiſtenz ſelbſt eine Vollkommenheit iſt.

Nun iſt Gott ein Weſen, das alle mögliche Vollkommenheiten hat;

Folglich hat Gott auch die Exiſtenz.

Dieſer Beweis ſcheint anfangs ſehr einleuchtend und untadelhaft zu ſeyn. Der Oberſatz iſt ein Axioma, der Unterſatz eine Erklärung, deren Möglichkeit erwieſen worden iſt, und aus beyden folgt die Concluſion augenſcheinlich, daß Gott die Exiſtenz haben müſſe. Allein, wenn man die Hauptbegriffe dieſes Schluſſes

genau erwägt, und dieſelben, den Regeln der Logik gemäß, in beyden Vorderſätzen in einerley Bedeutung nimmt, ſo läßt ſich leicht einſehen, daß der Satz, welcher eigentlich erwieſen werden ſoll, nämlich: Es exiſtiret wirklich ein Weſen, welchem der Begriff Gott zukömmt, dadurch nicht erwieſen wird; welches am deutlichſten in die Augen fällt, wenn man dieſen Schluß mit andern Worten und beſtimmter ausdrückt. Denn der Oberſatz:

Was alle mögliche Vollkommenheiten hat, das hat auch die Exiſtenz,

kann nicht von einem wirklichen Dinge verſtanden werden, weil ſonſt eine offenbare petitio principii begangen, oder ein Schluß mit vier Hauptbegriffen gemacht würde; ſondern es muß hier blos von einem möglichen Dinge, d.h. von einer bloßen Verbindung der Begriffe in Gedanken die Rede ſeyn, weil man nichts, als die Möglichkeit des vollkommenſten Weſens bey dieſem Beweiſe voraus ſetzen kann. Folglich muß der vorige Satz und der ganze Schluß eigentlich alſo verſtanden werden:

Derjenige Begriff, in welchem ich mir alle mögliche Vollkommenheiten vorſtelle, enthält auch den Begriff der Exiſtenz.
Der Begriff Gott iſt ein Begriff, in welchem ich mir alle mögliche Vollkommenheiten vorſtelle;
Folglich enthält der Begriff Gott auch den Begriff der Exiſtenz.

Da aber der Begriff des vollkommenſten Weſens durch eine willkührliche Verbindung von Begriffen

entſtanden iſt, ſo folgt hieraus noch nicht, daß auch wirklich ein Weſen außerhalb unſerer Gedanken vorhanden iſt, welchem dieſer Begriff zukömmt, wenn derſelbe gleich nichts widerſprechendes enthält. Der Atheiſt kann alſo immer einräumen, daß man bey dem Begriffe Gott, wie fern man das vollkommenſte Weſen darunter verſteht, auch den Begriff der Exiſtenz denket, und gleichwohl immer noch an dem eigentlichen Daſeyn Gottes zweifeln. Moſes Mendelsſohn und andre neuere Philoſophen haben ſich zwar Mühe gegeben, dieſen Beweis des Daſeyns Gottes wider die vorgebrachten Einwürfe zu vertheidigen; allein wie wenig ihnen dieſe Vertheidigung geglückt ſey, hat nicht nur der berühmte Königsberger Philoſoph, Herr Kant, ſondern auch ein Gelehrter in Halle, Herr Ludwig Heinrich Jakob, in ſeiner Prüfung der Mendelsſohnſchen Morgenſtunden oder aller ſpekulativen Beweiſe für das Daſeyn Gottes, ausführlich gezeigt.

§. 20.

Unter den wahrſcheinlichen Beweiſen für die Exiſtenz Gottes gibt es einige, die nicht zu verachten ſind, zumal da ſie von Ungeübten viel leichter, als andre verſtanden werden können. Ein ſolcher Beweis iſt derjenige, welcher aus der Allgemeinheit der Meinung, daß ein Gott ſey, hergenommen wird. Es iſt beynahe kein Volk auf dem ganzen Erdboden bekannt, welches nicht einen Gott glauben ſollte. Denn obgleich Locke verſchiedene Schriftſteller anführet, die in den andern Welttheilen ganze Völker entdeckt haben wollen, bey denen kein Begriff von einem Gott, keine Religion anzutreffen geweſen ſey, ſo wird doch

dieſem von andern und neuern Nachrichten widerſprochen, daß man alſo keine gegründete Urſache hat, an der Allgemeinheit dieſer Meinung zu zweifeln. Wie wäre es aber möglich geweſen, daß ſich die Meinung von der Exiſtenz Gottes unter einer ſo großen Menge von Völkern, wovon viele nicht die geringſte Verbindung mit einander gehabt haben, hätte ausbreiten und ſo allgemein werden können, wenn ſie nicht dem Weſen unſrer Vernunft und folglich der Wahrheit ſo gemäß wäre?

§. 21.

Aus dem Grundbegriffe, welcher bey dem Beweiſe der Exiſtenz Gottes zum Grunde gelegt worden iſt, und aus der Betrachtung der natürlichen Dinge werden ſich nunmehr leicht die vornehmſten göttlichen Eigenſchaften herleiten laſſen. Denn iſt Gott ein nothwendiges, mit Verſtand begabtes Weſen, und der Schöpfer der ganzen Welt, ſo muß er auch ewig, independent und unveränderlich ſeyn; ſonſt würde er ſelbſt unter die Dinge gehören, welche eine Urſache oder einen Schöpfer nöthig haben. Er muß ferner mächtig, weiſe und gütig ſeyn; wie wäre es ſonſt möglich geweſen, daß er eine Welt von ſolcher Vollkommenheit, von ſolcher Regelmäßigkeit, und mit ſo viel Guten aller Art angefüllt, hätte erſchaffen können? Bey ſeinem Weſen, da er nothwendig und ewig iſt, findet alſo keine Einſchränkung, keine Vermehrung Statt; d. h. er iſt unendlich. Und weil das Zuſammengeſetzte aus trennbaren Theilen beſteht, und folglich einer Zerſtörung fähig iſt, ſo muß Gott nothwendig einfach, und alſo ein Geiſt ſeyn, indem eine einfache denkende Subſtanz ein Geiſt genannt

wird. Mit einem Worte, jede Vollkommenheit, die ſich aus der Betrachtung der Welt erkennen läßt, muß ihm, als der Quelle aller dieſer Vollkommenheiten, im unendlichen Grade zukommen; hingegen alles Unvollkommene und Endliche, was wir an uns und an andern Geſchöpfen bemerken, muß von ihm gänzlich entfernt ſeyn. Man zählt daher unter ſeine Eigenſchaften mit Recht die vollkommenſte Erkenntniß aller Dinge, die vollkommenſte Freyheit, Heiligkeit, Gerechtigkeit, Wahrhaftigkeit und Unveränderlichkeit in ſeinen Entſchließungen.

§. 22.

Aber, wird man vielleicht nunmehr fragen, kann man durch Hülfe der bloßen Vernunft auch die Einheit Gottes erkennen? Dieſe Frage läßt ſich in der That mit Ja beantworten, obgleich in dieſem Puncte, ſo wie in vielen andern die Unvollkommenheit unſerer blos philoſophiſchen Erkenntniß nicht zu leugnen iſt. Alles, was in der Welt angetroffen wird, läßt ſich aus der Setzung eines einzigen unendlichen Schöpfers vollkommen als möglich begreifen. Man hätte alſo nicht den geringſten Grund, mehr als einen Gott anzunehmen, zumal da alle Theile der Welt, die zugleich ſind, und auf einander folgen, in einer beſtändigen und genauen Verknüpfung mit einander ſtehen, welches den Satz, daß alle dieſe Dinge nur einen einzigen Urheber haben, aufs neue beſtätiget.

§. 23.

Nachdem wir alſo geſehen haben, daß ſich das Daſeyn und die vornehmſten Eigenſchaften Gottes

durch Hülfe der bloßen Vernunft erkennen laſſen, ſo wollen wir noch eine kurze Betrachtung über die göttliche Vorſehung, anſtellen, wodurch nichts anders, als die Erhaltung und Regierung der Welt verſtanden wird. Durch die Erhaltung Gottes dauern nicht nur die einfachen Subſtanzen und ihre Kräfte, ſondern auch die Verbindung derſelben unter einander fort. Daß aber dieſelben einer Erhaltung nöthig haben, und nicht durch eigne Kraft ihre Exiſtenz fortſetzen können, läßt ſich aus ihrer Zufälligkeit und aus dem Satze von der zureichenden Urſache ſchlieſſen. Es iſt ein ſehr eitler Einwurf, den einige wider die göttliche Erhaltung der Welt zu machen pflegen, daß es eine Unvollkommenheit wäre, wenn Gott eine Welt erſchaffen hätte, die er zu erhalten brauchte, indem man ja einen Künſtler für weit größer hielte, wenn ſein Kunſtwerk ohne fernere Arbeit fortdauerte, als wenn er es beſtändig durch neue Bemühungen in ſeiner Verfaſſung erhalten müßte. Denn wie kann man etwas zur göttlichen Vollkommenheit rechnen, das an ſich unmöglich iſt? Ein zufälliges Ding, das ſich nicht durch eigne Kraft den Anfang ſeiner Exiſtenz geben konnte, kann auch unmöglich die Urſache von der Fortſetzung ſeiner Exiſtenz ſeyn. Gleichwie es nun der Vollkommenheit Gottes nicht zuwider iſt, daß er nicht viereckige Cirkel, runde Quadrate, oder hölzernes Eiſen machen kann; alſo läßt ſich auch nicht behaupten, daß eine Welt, die einer Erhaltung bedarf, mit den Vollkommenheiten Gottes ſtreite. Das von einem Künſtler hergenommene Gleichniß ſchickt ſich zur Erläuterung dieſer Materie ganz und gar nicht, weil ſich von einem Künſtler nicht ſagen läßt, daß er ſeine Maſchine oder ſonſt

ein Kunſtwerk auf eben die Art mache und erhalte, wie Gott die Welt gemacht hat und erhält, indem der Künſtler, wie ich bereits oben (§. 17.) erinnert habe, den einfachen Dingen, aus welchen ſein Werk beſtehet, nicht die Exiſtenz gibt, ſondern ſie blos auf gewiſſe Art mit einander verbindet, und daher auch bey der Erhaltung derſelben nichts dazu beytragen kann, daß die Theile ihre Exiſtenz fortſetzen. Es würde alſo nicht genau und philoſophiſch geredet ſeyn, wenn man den Künſtler die zureichende Urſache ſeiner Kunſtwerke und ihrer Erhaltung nennen wollte.

§. 24.

So wenig man nun an der göttlichen Erhaltung aller Dinge zweifeln kann, eben ſo wenig läßt ſich auch die Regierung Gottes, d. h. die Abrichtung aller Begebenheiten und Veränderungen in der Welt zu ſeiner Abſicht in Zweifel ziehen. Denn vermöge ſeiner vollkommenſten Weisheit kann Gott die Welt nicht ohne Abſicht erſchaffen haben. Setzt man aber einmal eine gewiſſe Abſicht Gottes bey der Schöpfung dieſer Welt voraus, ſo muß man auch ferner zugeben, daß er zur Erreichung derſelben die Dinge und Begebenheiten unter ſich beſtändig ſo verknüpfen und leiten wird, daß dadurch ſeine Abſichten am beſten befördert werden. Dieſe göttliche Regierung aber kann ſich nicht blos auf das Ganze beziehen, wie einige vorgeben, ſondern muß ſich auch auf die geringſten Theile und Veränderungen erſtrecken. Denn beſteht nicht das Ganze aus allen ſeinen Theilen zuſammengenommen? und kann alſo wohl eine vollkommen gute Regierung des Ganzen ohne Regierung aller Theile Statt finden? Es iſt lächerlich, was einige behaupten, daß

die Sorge für die geringſten Dinge in der Welt dem höchſten Weſen ganz unanſtändig ſeyn würde. Denn iſt es ihm nicht unanſtändig gewesen, Fliegen, Mükken, und andere dergleichen Kleinigkeiten zu erſchaffen, wie kann die Regierung derſelben für etwas unanſtändiges gehalten werden? Daß ſich Fürſten und Generale, welches Beyſpiel man immer anzuführen pflegt, nur um das Ganze, und nicht um alle einzelne Dinge bekümmern, geſchieht nicht deswegen, weil dergleichen Sorgfalt eine Unanſtändigkeit enthielte, ſondern weil die menſchliche Unvollkommenheit und Einſchränkung dieſelbe unmöglich machet; daher es auch kömmt, daß bey der Regierung der beſten Fürſten beſtändig ſo viel Fehler vorgehen, welche vermieden werden könnten, wenn es ihnen möglich wäre, alle Kleinigkeiten zu wiſſen und einzurichten. Denn wie viele Beyſpiele könnte man hier nicht anführen, um zu zeigen, daß oft die unwichtigſte Sache die wichtigſte Veränderung verurſacht habe*), und daß alſo an der Regierung der Kleinigkeiten bey der Regierung eines weitläuftigen Ganzen ſehr viel gelegen ſey. Da nun alle dieſe menſchlichen Unvollkommenheiten, wodurch die Sorge für alle einzelne Dinge unmöglich wird, bey Gott, als dem vollkommenſten Weſen, nicht Statt finden, ſo hat man ja nicht die mindeſte Urſache, die göttliche Regierung aller einzelnen Dinge und geringſten Begebenheiten in der Welt für zweifelhaft zu halten.

*) Eine Menge ſolcher Beyſpiele enthält die aus dem Franzöſiſchen überſetzte Schrift: Große Begebenheiten aus kleinen Urſachen.

Drittes Kapitel.

Von der Seele.

§. 25.

Wir ſind uns andrer Dinge bewußt, wir können nicht nur die Vorſtellungen, die wir von den Dingen haben, auf verſchiedene Art mit einander verbinden, welches mit einem Worte Denken heißt, ſondern wir ſind auch im Stande, nach dieſen Vorſtellungen zu handeln, welches Wollen genannt wird. Es muß alſo nothwendig etwas in uns ſeyn, welches die Kraft zu denken und zu wollen hat. Da man nun dasjenige, was die Kraft zu denken und wollen hat, einen Geiſt, und jedes geiſtige Weſen, welches mit einem Körper vereiniget iſt, eine Seele nennt, ſo iſt offenbar, daß wir wirklich eine Seele haben. Nun fragt ſichs alſo, in was für eine Claſſe von Dingen unſre Seele zu zählen ſey, ob ſie zu den vollſtändigen oder unvollſtändigen, zu den einfachen oder zu den zuſammengeſetzten Dingen gehöre? Dieſe Fragen müſſen wir vor allen Dingen unterſuchen, weil ſie zu den folgenden Betrachtungen unentbehrlich ſind.

§. 26.

Damit wir alſo erſtlich urtheilen können, ob die Seele ein vollſtändiges Ding, eine Subſtanz ſey oder nicht, ſo wollen wir ſehen, ob es möglich ſey, ſie für ein unvollſtändiges Ding, für eine bloße Eigenſchaft unſers Körpers zu halten. Sollte ſie wirklich, wie diejenigen behaupten, welche man Materialiſten zu nennen pflegt, eine bloße Eigenſchaft unſers Körpers

ſeyn, ſo müßte alles Denken und Wollen in einer bloßen Bewegung gewiſſer Theile unſers Körpers beſtehen; denn alle Veränderungen, die durch Körper hervorgebracht werden können, ſind Bewegungen. Wenn wir nun den Begriff von der Bewegung, welche nichts anders iſt, als eine Veränderung des Raums, mit demjenigen vergleichen, was wir Bewußtſeyn, und überhaupt Denken und Wollen nennen, ſo werden wir bey genauer Aufmerkſamkeit finden, daß Bewegung, Denken und Wollen ganz verſchiedne Dinge ſind, und daß ſich das Denken und Wollen aus der bloßen Bewegung, als aus einer zureichenden Urſache nicht herleiten läßt. Wie könnte man z. B. glauben, daß unſere Begriffe von Gott, von der Weisheit, von der Tugend und von ſo vielen andern abſtracten Dingen nichts als Bewegungen körperlicher Theilchen wären? Beſteht aber das Denken und Wollen nicht in einer Bewegung körperlicher Theile, ſo kann auch die Seele nicht für eine bloße Eigenſchaft des Körpers gehalten werden, ſondern ſie muß ein von dem Körper unterſchiednes Weſen, und alſo ein vollſtändiges Ding, eine mit beſondern Eigenſchaften begabte Subſtanz ſeyn.

§. 27.

Nunmehr laßt uns ferner unterſuchen, ob die Seele unter die zuſammengeſetzten oder einfachen Subſtanzen gehöre, d. h. ob ſie aus andern trennbaren Subſtanzen beſtehe oder nicht (§. 12.). Geſezt alſo, die Seele wäre aus wirklichen trennbaren Subſtanzen zuſammengeſetzt, ſo müßte entweder jede dieſer einzelnen Subſtanzen, aus welchen die Seele beſtünde, die ganze Kraft zu denken und wollen haben, oder das Denken und Wollen müßte etwas ſeyn, das nur durch die Zu-

ſammenſetzung möglich würde. Wollte man nun das erſte annehmen, ſo wäre die Seele nicht eine, ſondern eine ganze Menge von denkenden Subſtanzen oder Seelen, indem einem jeden Theile, für ſich allein betrachtet, das ganze Weſen der Seele zukäme. Sollte aber das Denken und Wollen etwas ſeyn, das nur durch die Zuſammenſetzung möglich wäre, ſo müßten unſre Gedanken einen gewiſſen Raum einnehmen, und entweder in einer Bewegung oder in einer Wirkung der Bewegung beſtehen. Da nun ein Gedanke, vermöge unſrer innern Empfindung, nichts ausgedehntes iſt; denn wie wäre es z. B. möglich, das Bewußtſeyn, einen abſtracten Begriff, oder ein Verlangen als etwas zu denken, das einen Raum erfüllte? und da auch überhaupt das Denken und Wollen durch keine Bewegung begreiflich iſt, wie wir ſchon im vorigen Paragraphen geſehen haben, ſo iſt klar, daß Denken und Wollen nicht durch die Zuſammenſetzung entſtehen könne, und daß alſo die Seele keine zuſammengeſetzte, ſondern eine einfache Subſtanz ſeyn müſſe.

§. 28.

Allein obgleich die Natur der Seele von der Natur des Körpers ganz verſchieden iſt, ſo iſt doch die Seele, wie wir aus der Erfahrung wiſſen, mit dem Körper auf das genaueſte vereiniget. Mit den Veränderungen des Körpers ſind gewiſſe Vorſtellungen in der Seele verbunden; und ſobald die Seele etwas will, entſtehen in dem Körper die zur Erfüllung des Gewollten nöthigen Bewegungen. Es fragt ſich alſo, wie es zugehe, daß ſich die Vorſtellungen in der Seele nach dem Zuſtande des Körpers, und wiederum die Bewegungen des Körpers nach den Vorſtellungen und dem Willen der Seele richten? Dieſe Frage wird in den Schulen der Philo-

ſophen nicht auf einerley Art beantwortet. Denn anders wird die Vereinigung des Leibes und der Seele von den Carteſianern, anders von Leibnitzen und ſeinen Nachfolgern, und noch anders von den meiſten ältern und verſchiednen neuern Weltweiſen erkläret, welche drey verſchiedne Meinungen ich jetzt kürzlich anführen und prüfen will.

§. 29.

Nach der Meinung der Carteſianer, welche es für unmöglich halten, daß Geiſter und Körper in einander ſollten wirken können, werden die Empfindungen der Seele nicht durch die Bewegungen des Körpers, und die Veränderungen des Körpers nicht durch die Wirkungen der Seele hervorgebracht, ungeachtet Leib und Seele in ihren Veränderungen genau mit einander übereinſtimmen, ſondern dieſe Uebereinſtimmung entſteht blos daher, weil Gott von den Veränderungen des Leibes Anlaß nimmt, gewiſſe Veränderungen in der Seele ſelbſt zu wirken; ſo wie er von dem Wollen der Seele Gelegenheit nimmt, diejenigen Bewegungen des Leibes, welche demſelben gemäß ſind, ſelbſt hervorzubringen. Dieſe Art, die Vereinigung zwiſchen Leib und Seele zu erklären, wird daher das Syſtema cauſarum occaſionalium d. i. das Syſtem der gelegentlichen Urſachen genannt.

§. 30.

Nach der Hypotheſe des Baron von Leibnitz wirken Leib und Seele ebenfalls nicht wirklich in einander, ſondern die Veränderung eines jeden entſtehet nach den Geſetzen ſeines eignen Weſens. Der menſchliche Körper iſt nichts anders, als eine künſtliche Maſchine, welche von dem Schöpfer ſo eingerichtet worden iſt, daß ſie durch ihre mechaniſche Structur, ohne Beyhülfe einer

andern Subſtanz, alle mögliche Bewegungen hervorbringen kann. Auf eine ähnliche Art beſitzt die Seele die Fähigkeit, alle Gedanken, und ſelbſt die ſinnlichen Begriffe in ſich ſelbſt, ohne die Veranlaſſung des Körpers, zu erzeugen. Der Zuſtand, in welchem ſie ſich jeden Augenblick befindet, folgt aus demjenigen Zuſtande, in welchem ſie unmittelbar vorher war, und nicht aus dem Zuſtande oder der Bewegung des Körpers. Leib und Seele aber ſind von dem Schöpfer dergeſtalt in Harmonie gebracht worden, daß alle Veränderungen in beyden, die zu einerley Zeit geſchehen, beſtändig zuſammentreffen und mit einander übereinſtimmen, und deswegen einander hervorzubringen ſcheinen. Leibnitz erläutert dieſes durch ein Gleichniß von zwey Uhren, die in keiner Verbindung mit einander ſtehen, aber dergeſtalt eingerichtet und geſtellt ſind, daß die eine in eben dem Augenblicke ſchläget, in welchem die andre dieſe Stunde zeiget. Dieſe Art, die Verbindung zwiſchen Leib und Seele zu erklären, pflegt man die präſtabilirte Harmonie zu nennen.

§. 31.

Nach der Meinung der übrigen Philoſophen, welche weder die Carteſianiſche, noch die Leibnitziſche Erklärungsart annehmen, entſtehet die Uebereinſtimmung zwiſchen Leib und Seele dadurch, daß der Leib in die Seele, und die Seele in den Leib wirket. Durch die Bewegungen der Nerven werden die Empfindungen in der Seele wirklich hervorgebracht oder doch möglich gemacht, ſo wie durch die Vorſtellungen und das Wollen der Seele diejenigen Bewegungen im Körper entſtehen, die damit übereinſtimmen. Dieſe letztere Erklärungsart heißt daher das Syſtem der phyſikaliſchen Verbindung oder des phyſikaliſchen Einfluſſes

(Syſtema influxus phyſici), und hat ohne Zweifel auch die gröſste Wahrſcheinlichkeit, da die Carteſianiſche und Leibnitziſche Meinung einer Menge Schwierigkeiten unterworfen iſt. Denn nach dem Syſtem der Carteſianer muß man Gott die Vollſtreckung aller menſchlichen Laſter und Schandthaten zuſchreiben. Wenn z. B. ein Dieb oder Mörder den andern beraubte oder ermordete, ſo hätte eigentlich der Dieb nur die Vorſtellung und den Willen von dieſer ſchändlichen Handlung, der Diebſtahl aber und der Mord ſelbſt würde von Gott, der den Körper regieret, unmittelbar vollſtrecket. Allein wer ſollte nicht einſehen, daß dieſes alles der Heiligkeit und Vollkommenheit Gottes unmöglich gemäß ſeyn könne? Nach der Leibnitziſchen Hypotheſe wäre der Körper ganz und gar überflüſſig, weil darin angenommen wird, daß die Seele durch ihre eigne Kraft alle Empfindungen und übrigen Ideen hervorbringt; Gott müßte alſo etwas ganz überflüſſiges und unnöthiges gemacht haben, welches doch mit ſeiner vollkommenſten Weisheit ſtreitet. Man hat alſo immer vielmehr Urſache, die Meinung derer anzunehmen, welche eine wahrhaftige Wirkung der Seele in den Leib, und des Leibes in die Seele behaupten, ob wir gleich die Art und Weiſe, wie dieſe Wirkung geſchiehet, nicht erklären können; denn das iſt ganz unerweislich, was diejenigen vorgeben, welche das Syſtem des phyſikaliſchen Einfluſſes beſtreiten, daß nämlich einfache und zuſammengeſetzte Dinge in einander nicht ſollten wirken können.

§. 32.

Wenn nun durch den Tod die Verbindung des Leibes u. der Seele unterbrochen wird, was für einen Zuſtand können wir nach der bloßen Vernunft in Anſehung un-

ſerer Seele erwarten? Der Leib wird, wie bekannt, bald nach der Trennung von der Seele gänzlich zerſtört, das heißt, in eine unzählige Menge kleiner Theile aufgelöſet. Dieſer Zerſtörung aber kann die Seele nicht unterworfen ſeyn, weil ſie einfach iſt, und nicht, wie der Leib, aus trennbaren Theilen beſteht. Sie muß alſo auch nach dem Tode noch fortdauern, wofern ſie nicht derjenige, der ſie aus nichts erſchaffen hat, wieder in nichts verwandelt. Es fragt ſich alſo, ob Gott unſre Seele vernichten wolle oder nicht? Nun haben wir nicht die geringſte Urſache, das erſte anzunehmen, ſondern wenn wir die göttlichen Eigenſchaften betrachten, ſo finden wir eine Menge Gründe, die uns überzeugen, daß Gott auch nach dem Tode unſre Seele in demjenigen Zuſtande erhalten werde, in welchem ſie denken, und ſich ihrer vorhergehenden Begriffe bewußt ſeyn kann. Unſre Seele iſt eines beſtändigen Fortganges in der Vollkommenheit fähig, und gleichwohl iſt das gegenwärtige Leben viel zu kurz, als daß ſie ihre Kräfte völlig entwickeln könnte. Sollte ſie nun nach der Trennung von ihrem Leibe aufhören, ſo müßte ihr Gott alle dieſe vortreflichen Fähigkeiten umſonſt und ohne Abſicht gegeben haben. Aber könnte man von dem weiſeſten und vollkommenſten Geiſte wohl glauben, daß er etwas vergebens thun, daß er ohne Abſicht handeln ſollte? Wir wiſſen auch aus unzähligen Erfahrungen, daß der Tugendhafte in dieſem Leben oft unglücklich iſt, und unbelohnt bleibet, ſo wie der größte Böſewicht oft bis an das Ende ſeines Lebens aller Arten von irdiſchem Glücke genießet. Sollte alſo für die Seelen der Menſchen kein Leben nach der Trennung von ihren Leibern zu hoffen ſeyn, ſo müßten viele laſterhafte Handlungen ganz unbeſtraft, und viele tugendhafte Handlungen

ganz unbelohnt bleiben; aber dieſes läßt uns die Gerechtigkeit und Liebe des vollkommenſten Weſens nicht als möglich denken. Wir haben alſo die gegründetſte Hofnung, daß unſre Seele auch nach dem Tode noch fortfahren werde, zu denken, und ſich ihres jetzigen Zuſtandes bewußt zu ſeyn, weil ſonſt keine Belohnungen und Strafen möglich ſeyn würden. Ob ſie aber nach dem Tode ganz ohne Körper bleiben, oder wieder einen andern Körper erhalten werde, das iſt eine Frage, zu deren Beantwortung die bloßen Vernunftgründe nicht hinlänglich ſind.

§. 33.

Auf eben die Art, wie das Daſeyn der menſchlichen Seele, als einer beſondern geiſtigen Subſtanz erwieſen worden iſt, läßt ſich auch das Daſeyn der Thierſeelen beweiſen. Denn die Meinung derer, welche nach dem Beyſpiele des Carteſius die Thiere für bloße Maſchinen halten, ſtreitet mit allen oben angeführten Gründen, und mit demjenigen, was wir an den Thieren täglich beobachten können. Sie haben eben ſolche, und bisweilen noch feinere Empfindungen, als die Menſchen; es fehlt ihnen auch nicht an der Einbildungskraft und an dem Gedächtniſſe, welche Fähigkeiten insgeſamt nicht Eigenſchaften einer Maſchine ſeyn können. Man würde daher etwas ganz unerweisliches behaupten, wenn man den Thieren die Seele abſprechen wollte. Ob man ſie aber mit Recht unvernünftig nennen könne, oder ob ſie wirklich einen Grad von Vernunft beſitzen, ob ferner ihre Seelen auch nach dem Tode fortdauern werden oder nicht, das ſind Fragen, die ſich nicht ſo leicht, als der erſte Punct, entſcheiden laſſen.

Bayerische Staatsbibliothek München

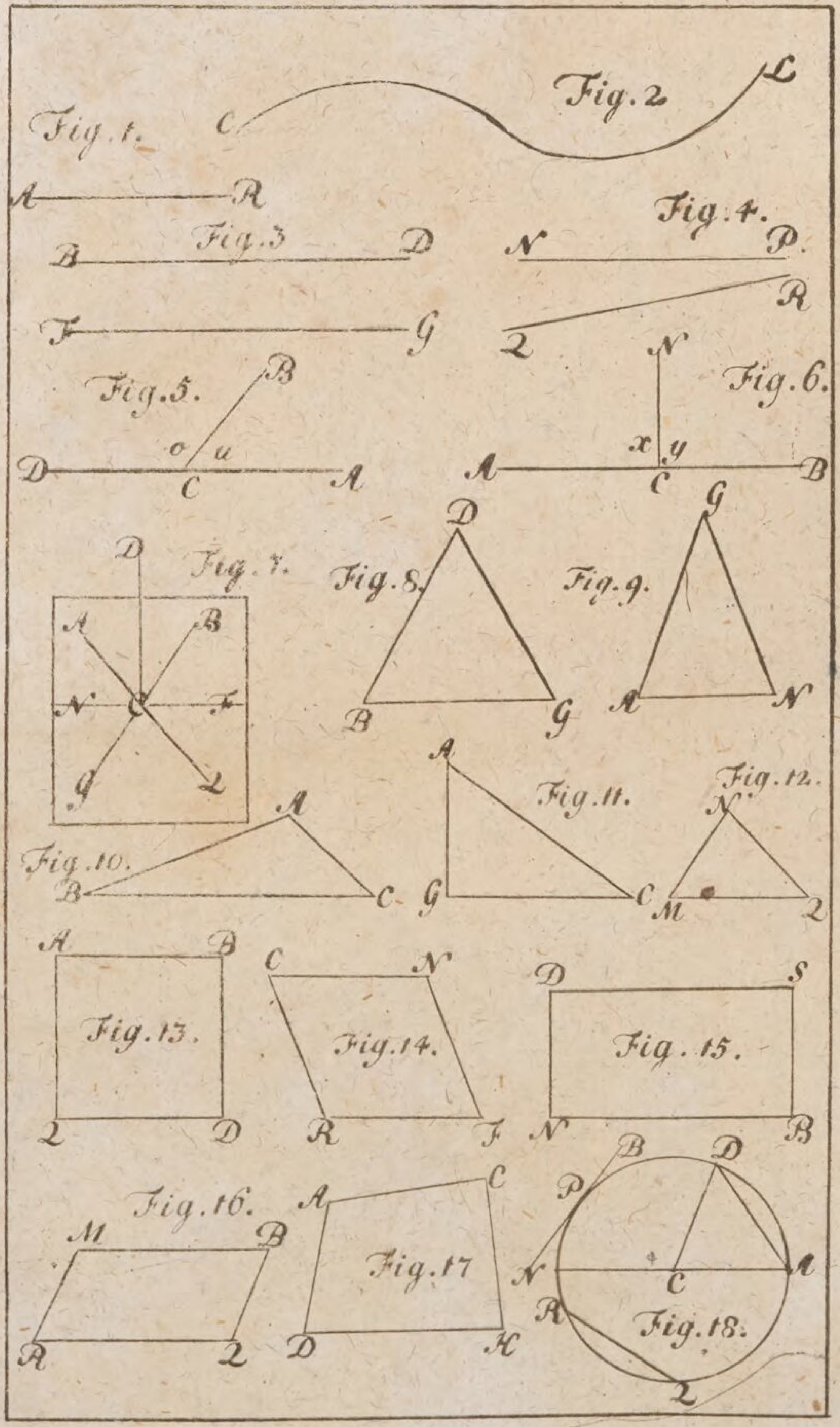


Fig. 1.
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17
Fig. 18.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Tab. II.

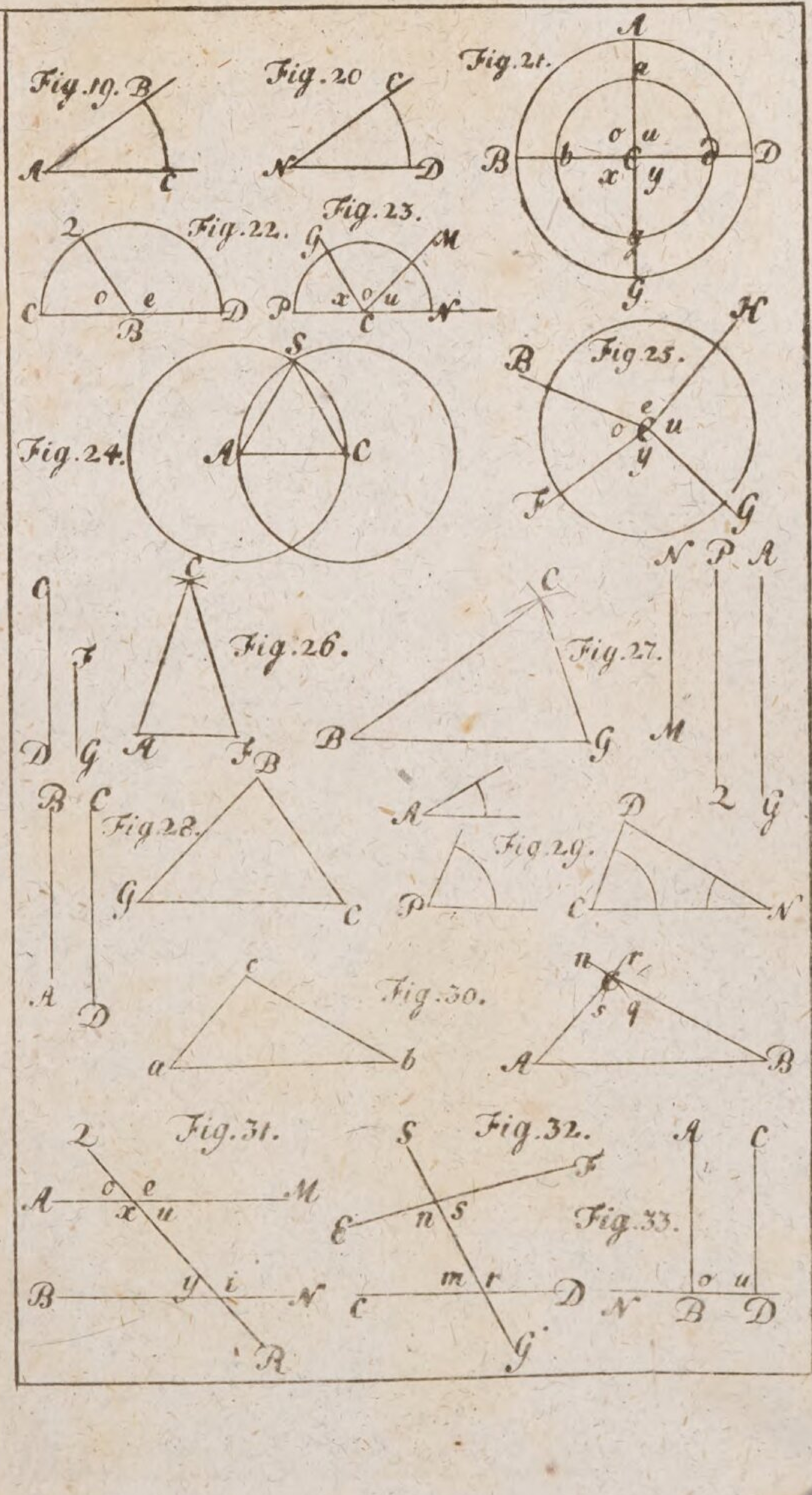


Fig. 19.
Fig. 20
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.

Tab. III.

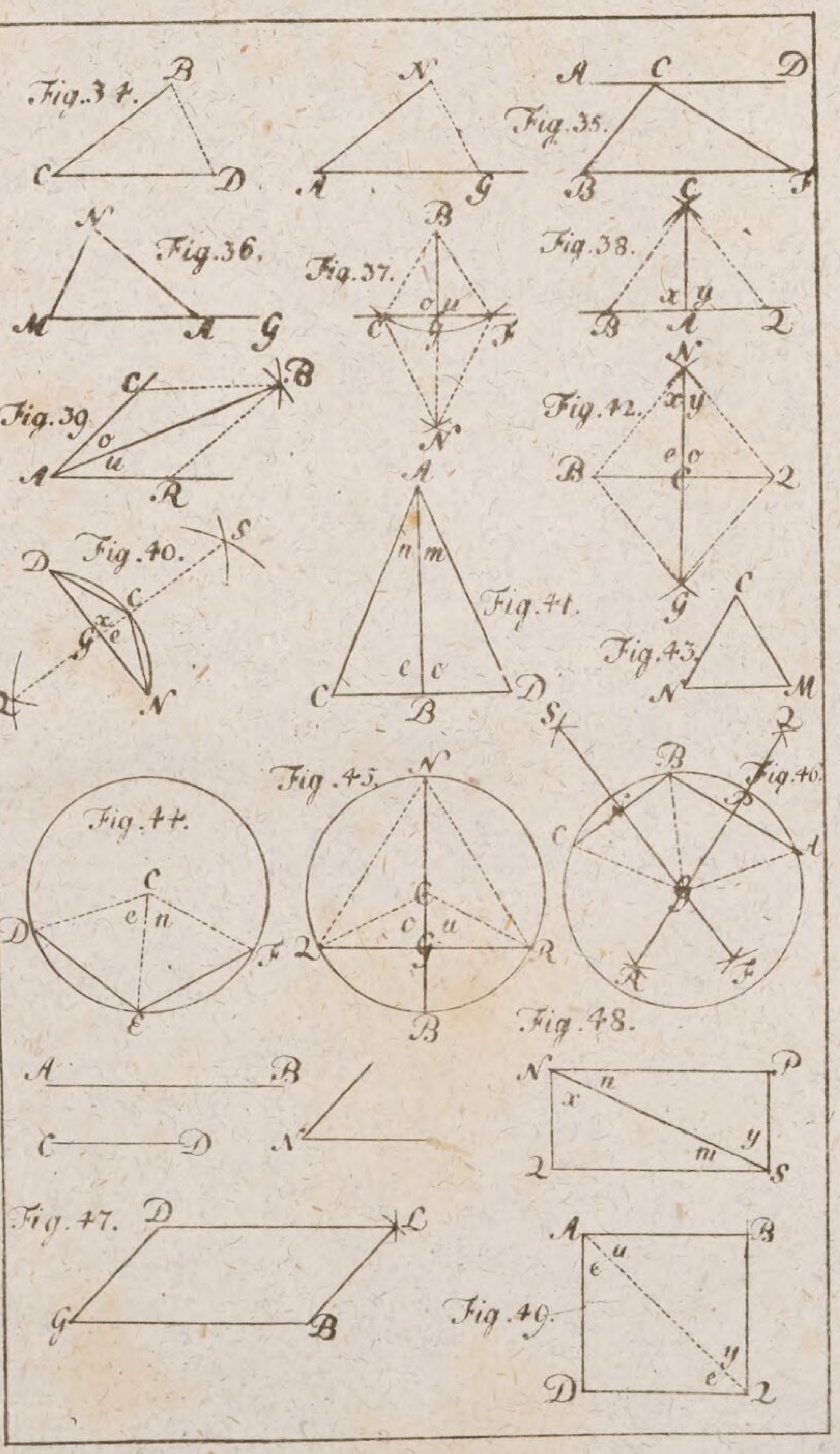


Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Tab. IV.

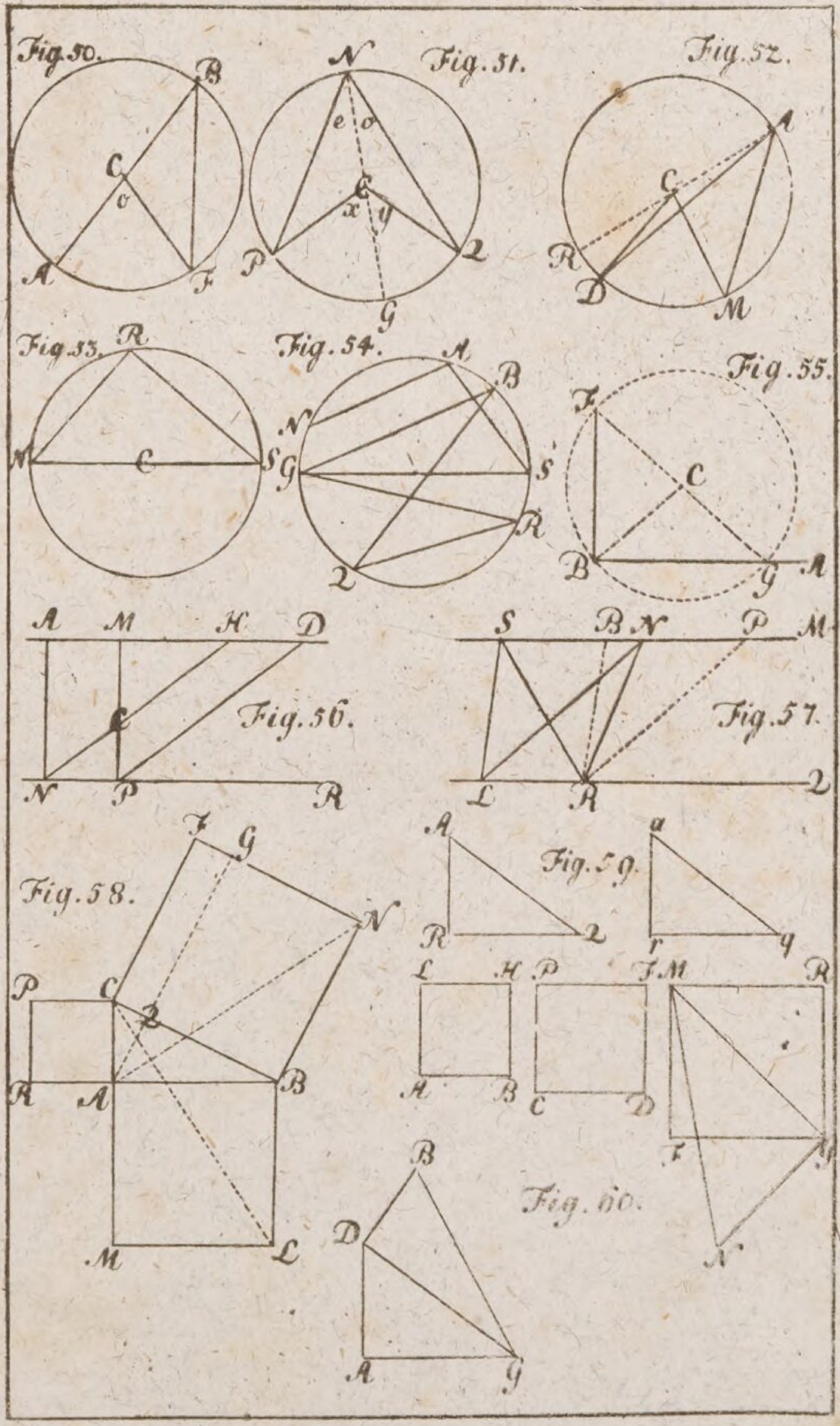


Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.

Tab. V.

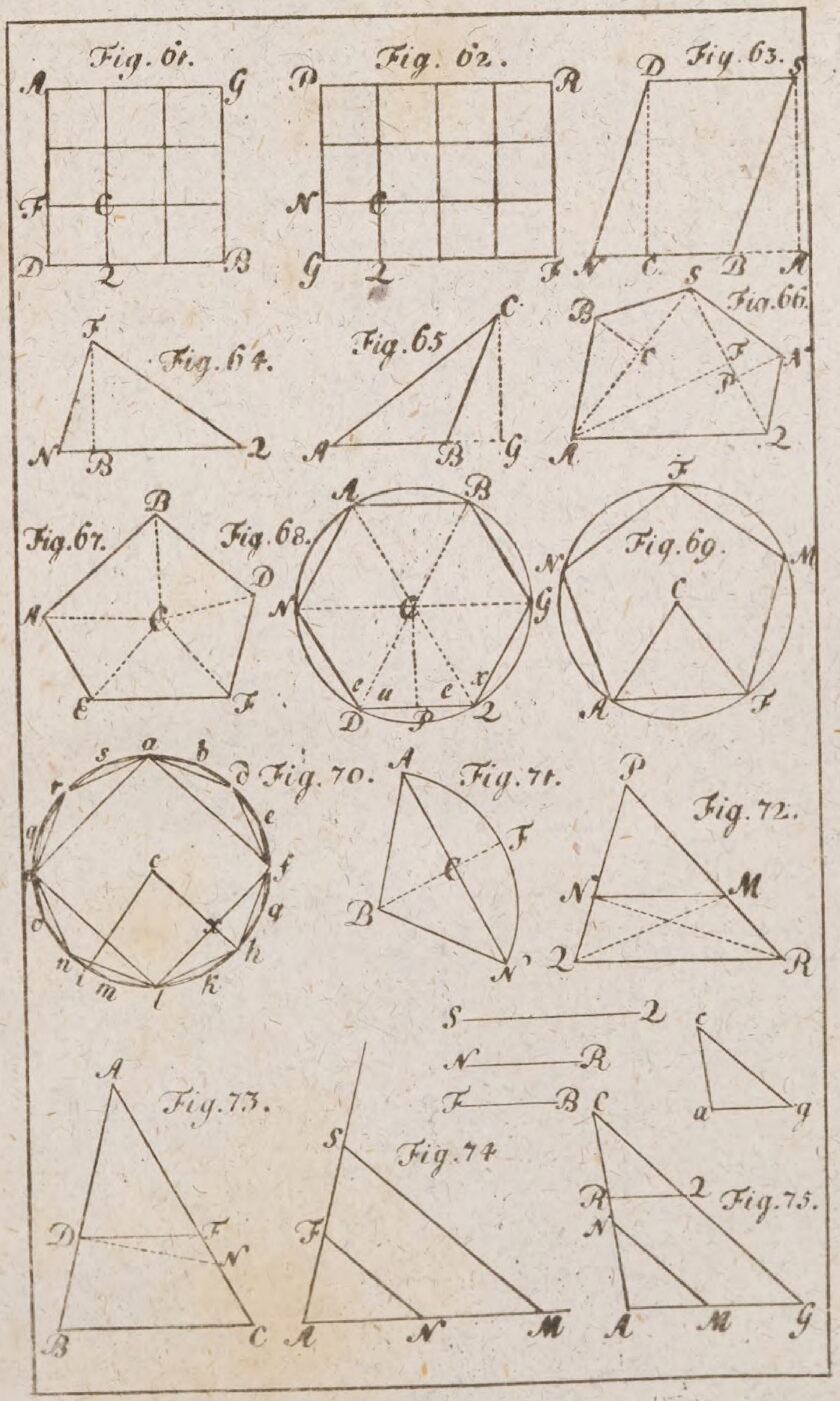


Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74
Fig. 75.

Tab. VI.

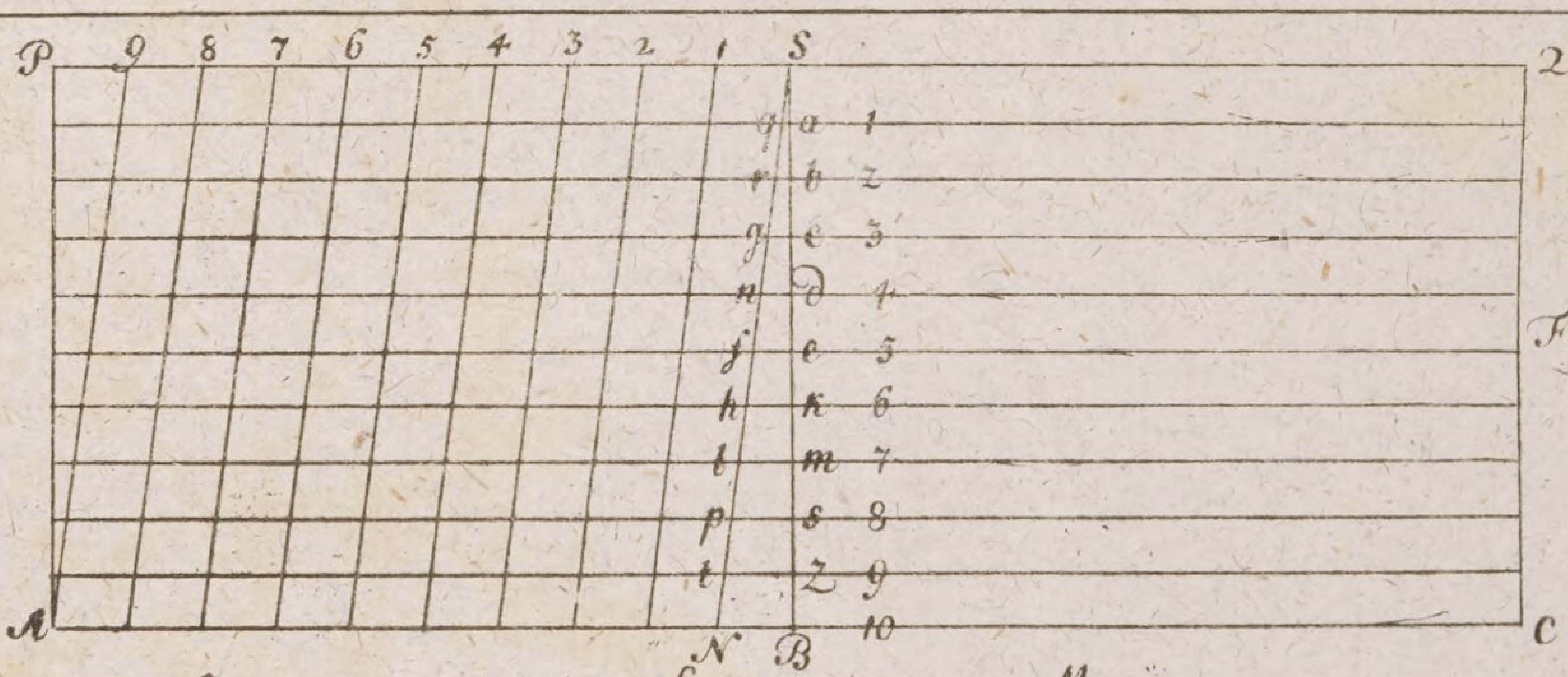


Fig. 76.

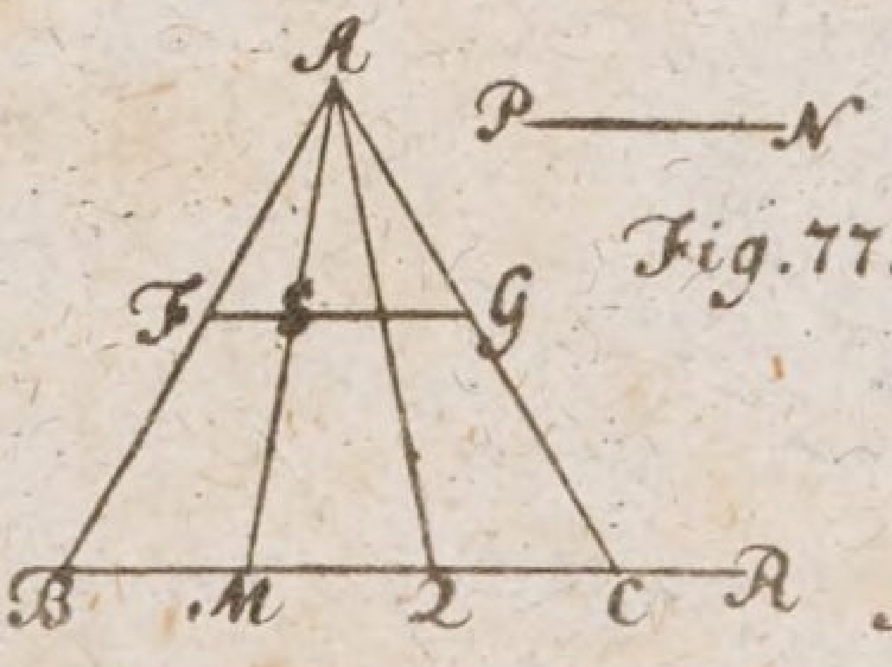


Fig. 77.

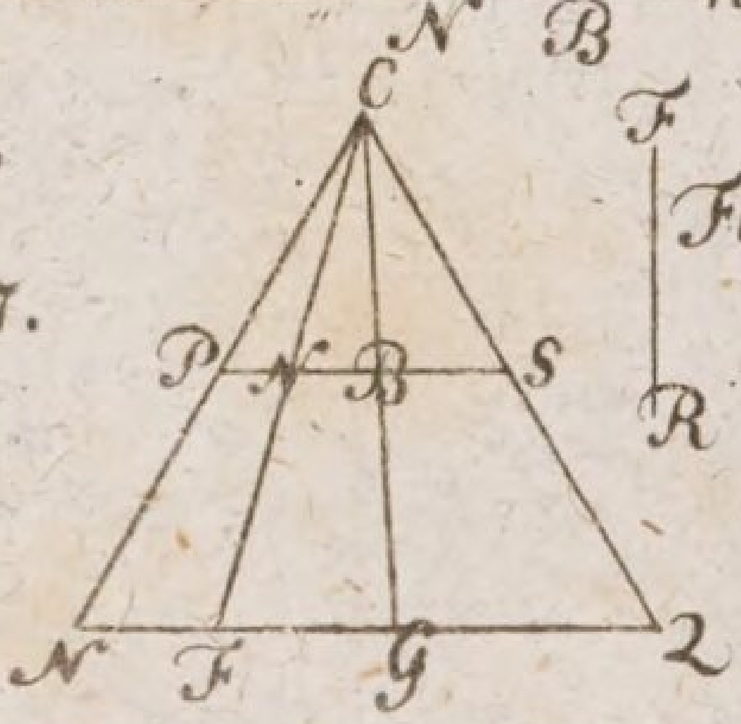


Fig. 78.

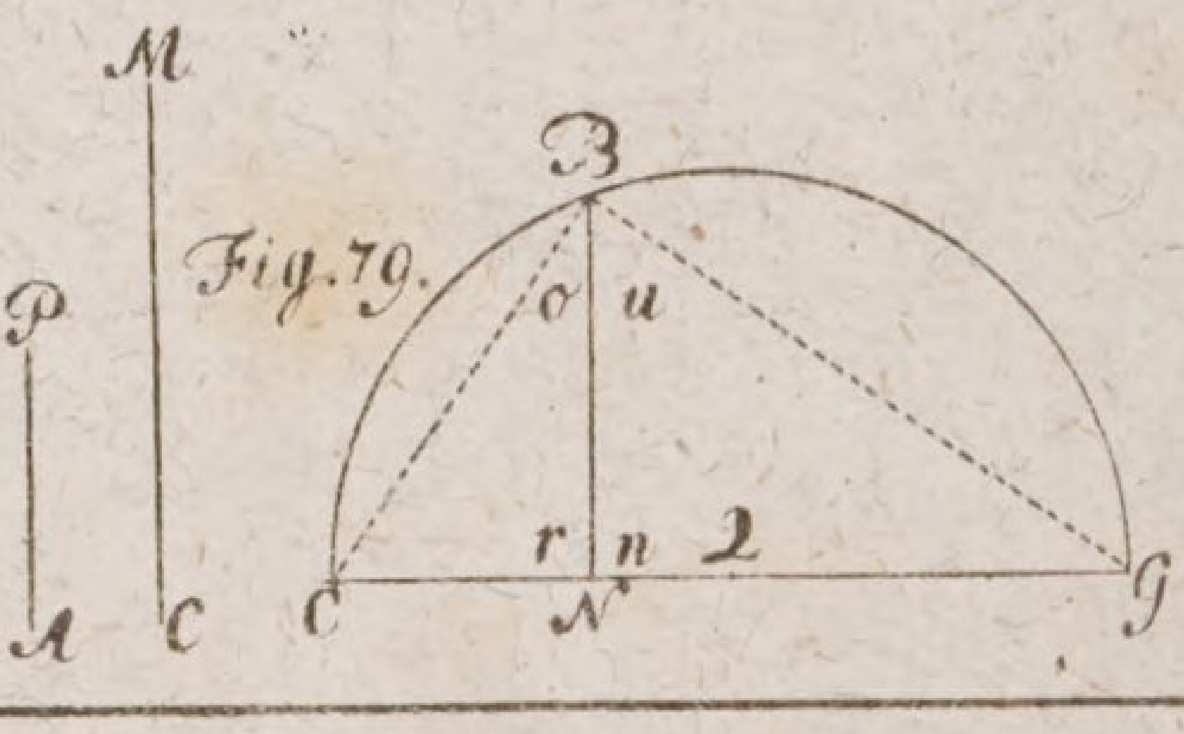


Fig. 79.

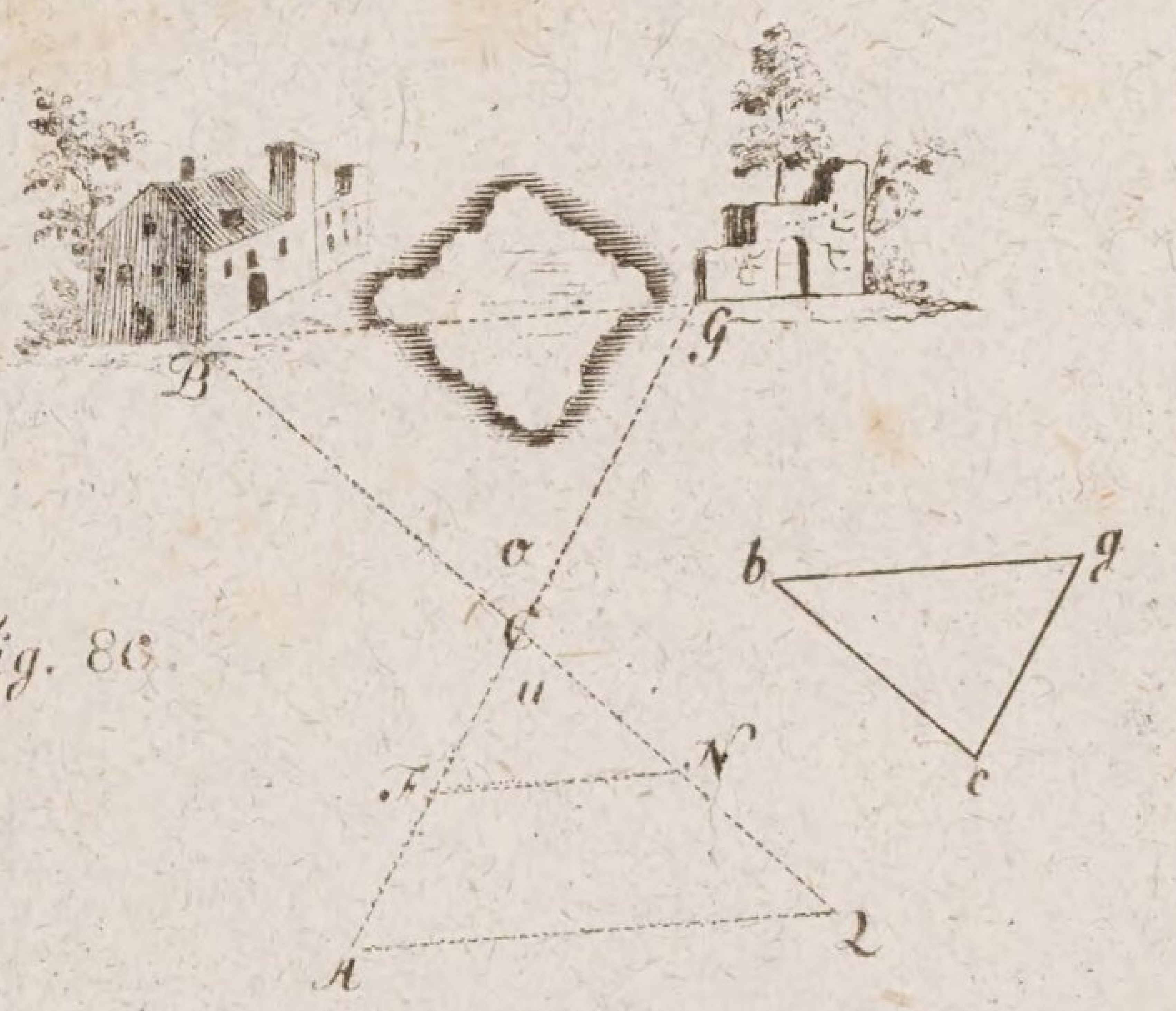
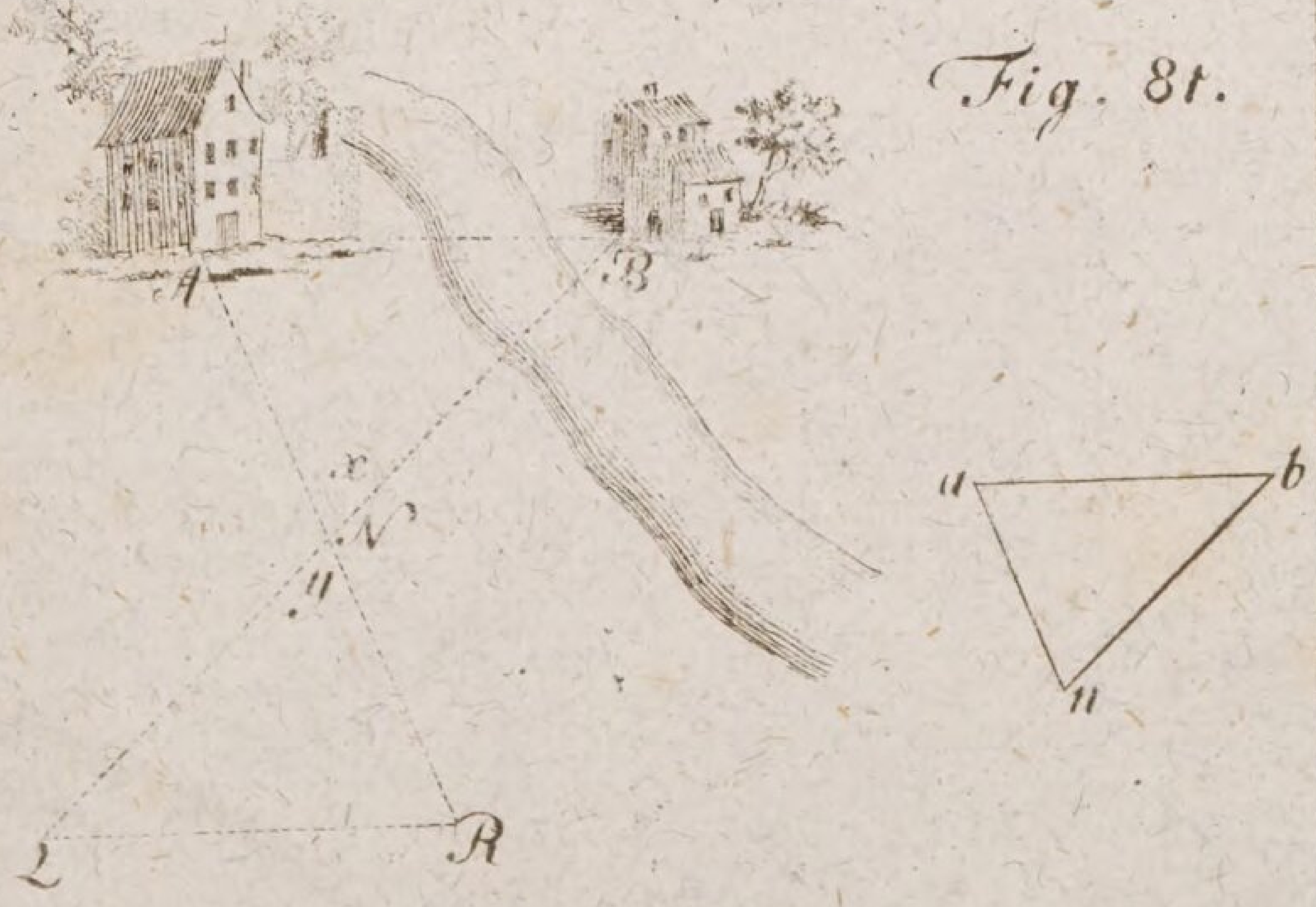
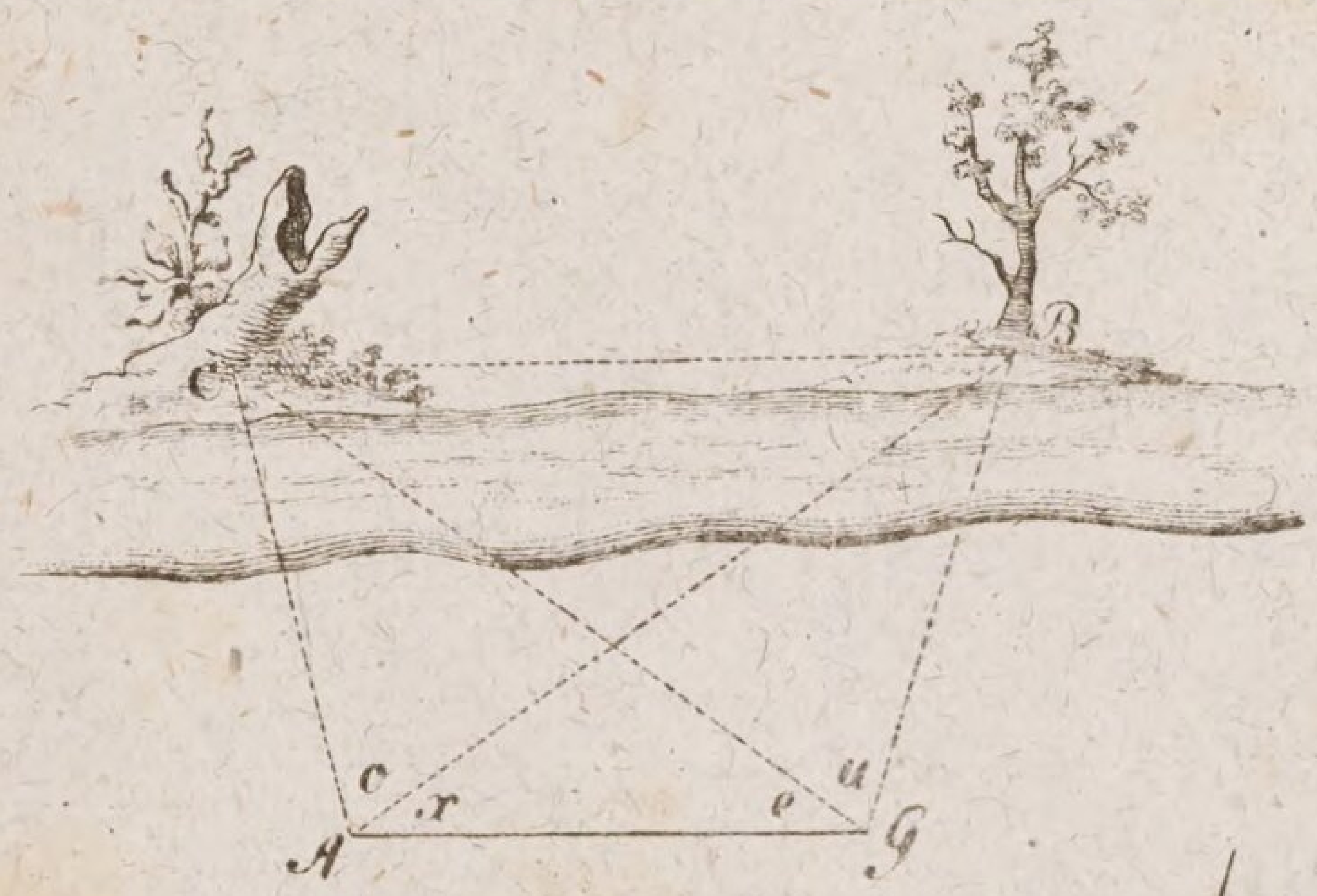


Fig. 80.

Fig. 81.





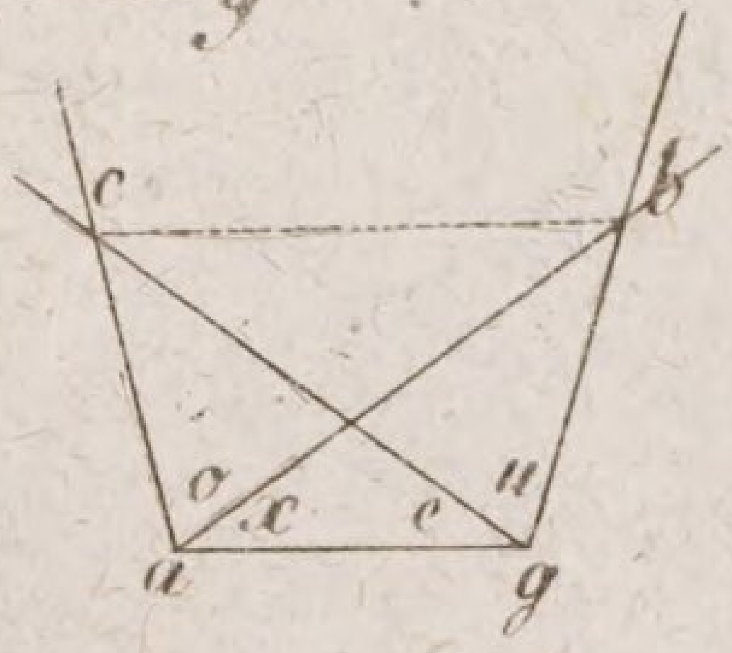
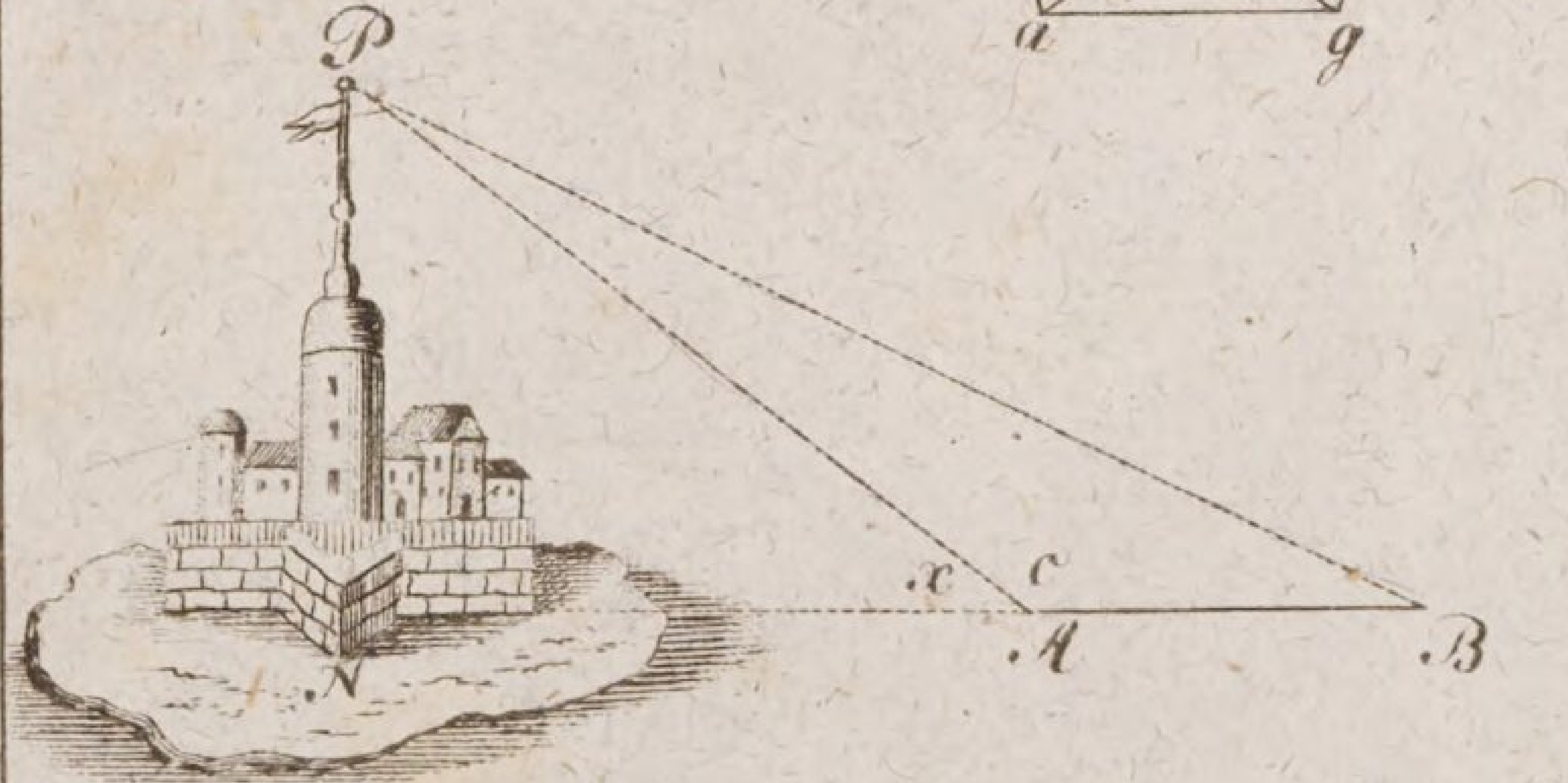


Fig. 82.



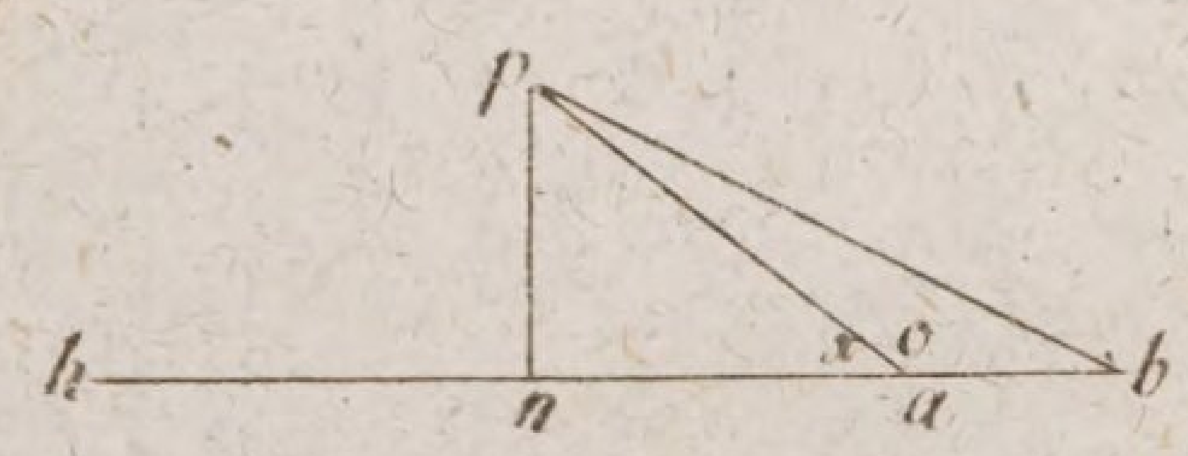
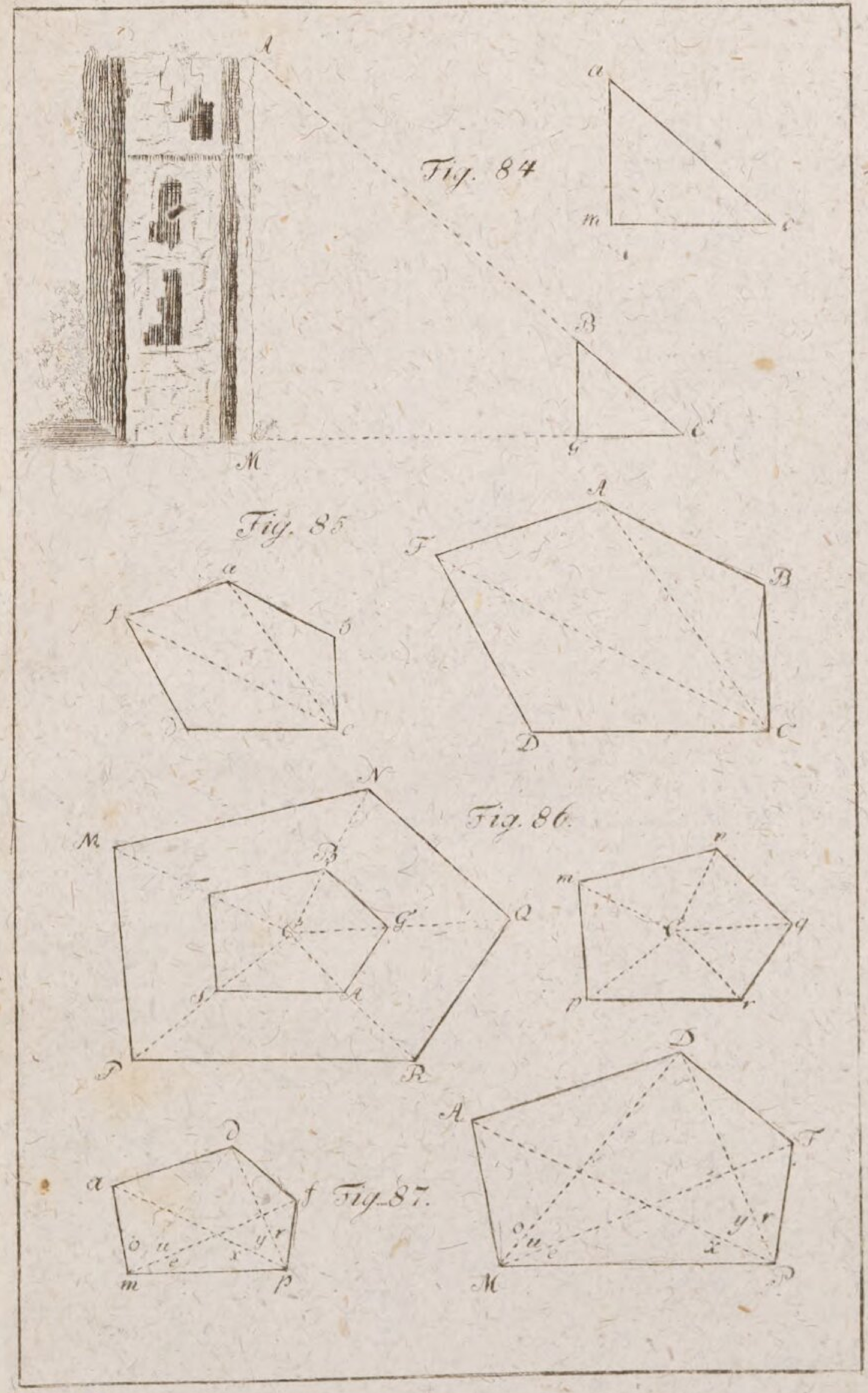
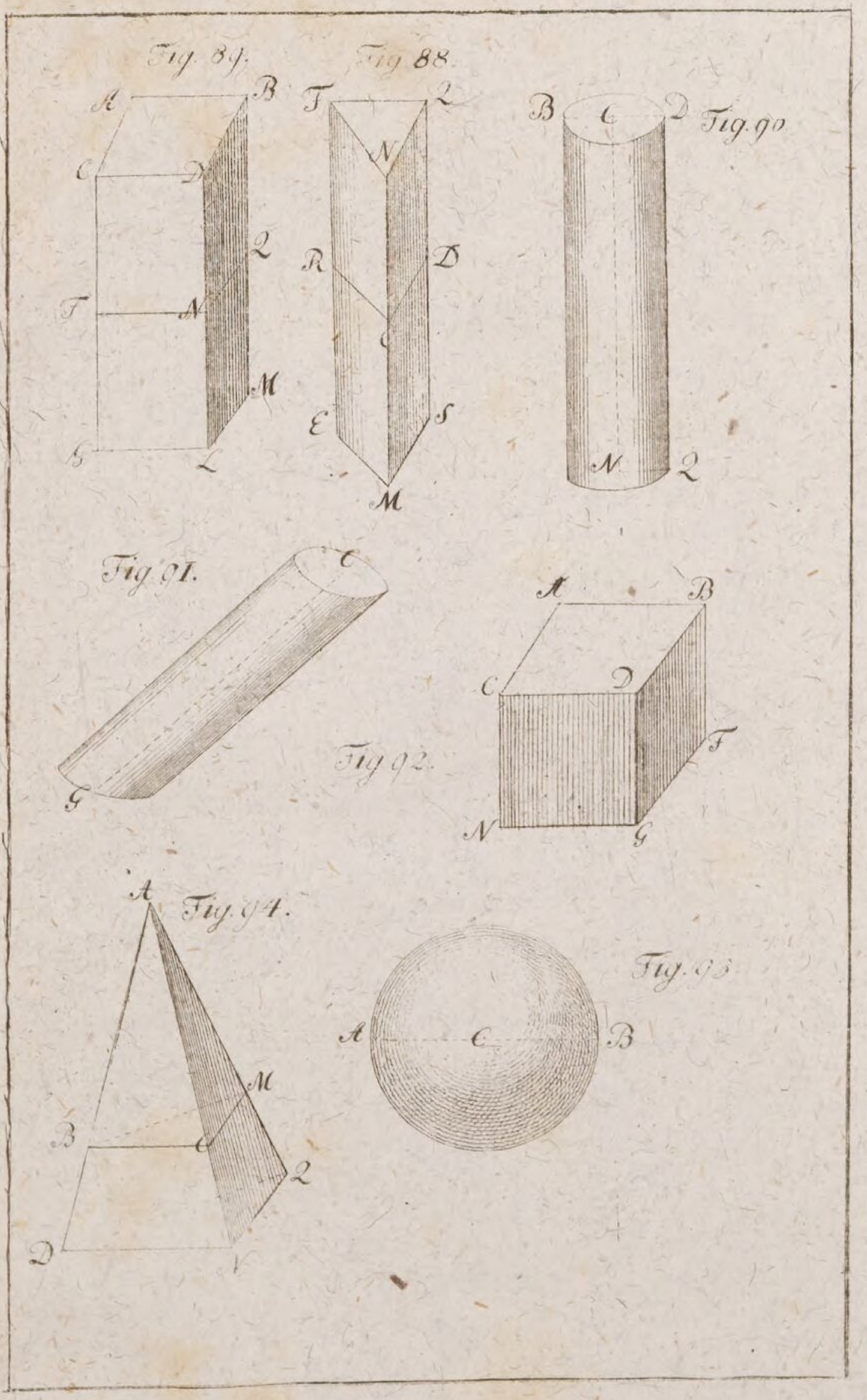


Fig. 83.

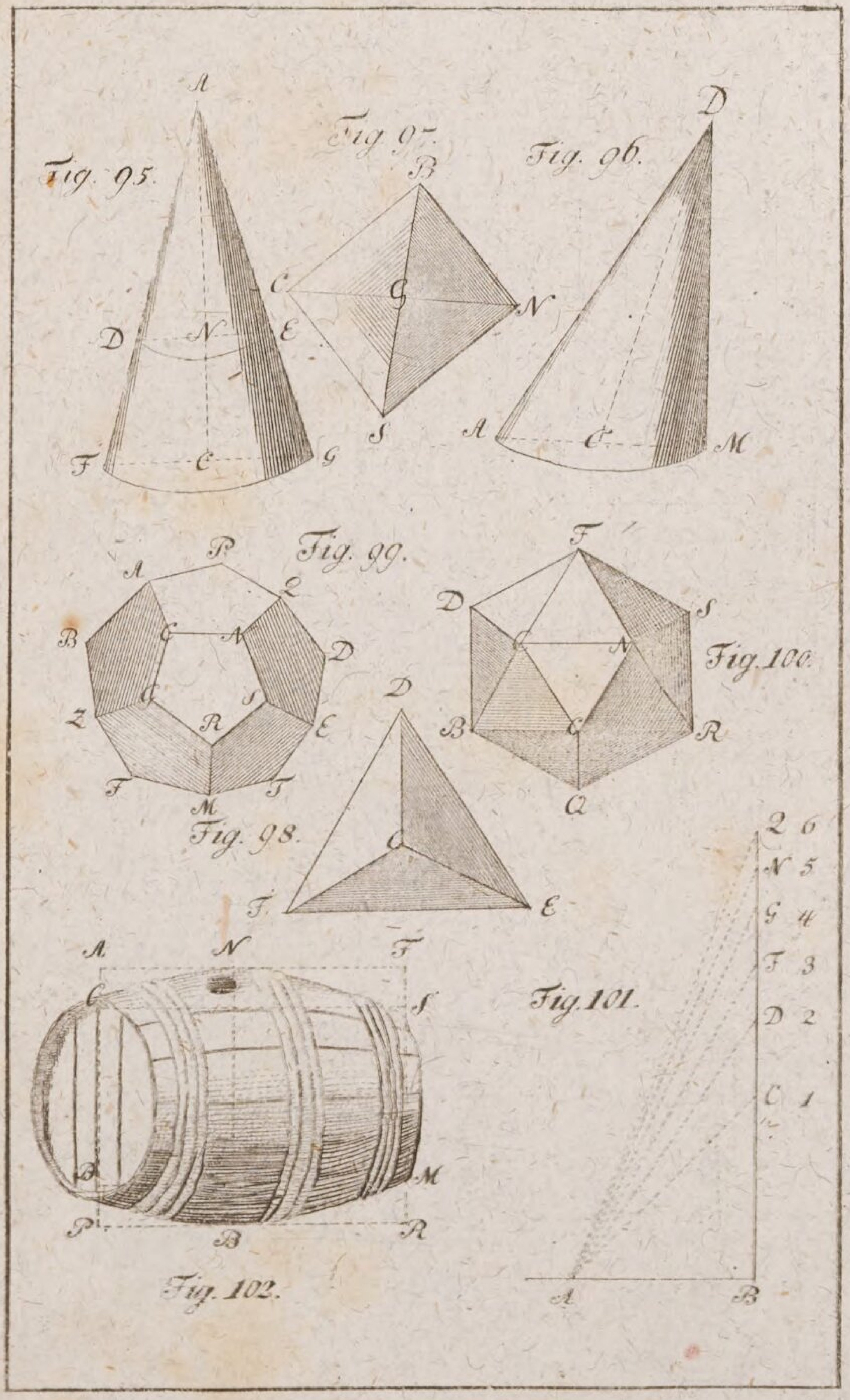
Tab. IX.



Tab. X.



Tab. XI.



Tab. XI.

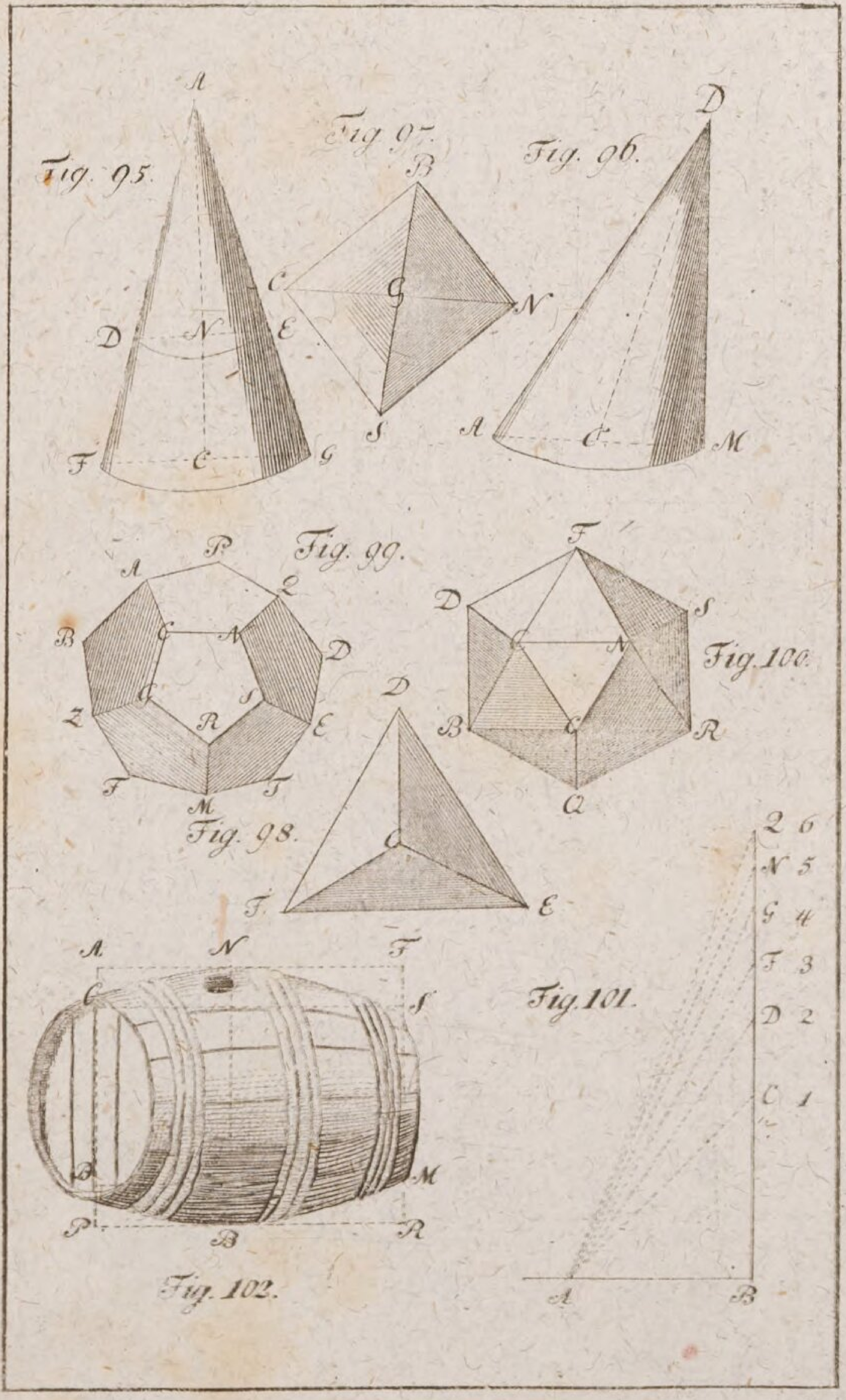


Fig. 95.
A
D
N
E
F
C
G
Fig. 97.
B
C
G
N
S
Fig. 96.
D
A
C
M
Fig. 99.
P
A
Q
B
C
N
D
G
S
Z
R
E
F
M
T
Fig. 98.
D
C
F
E
F
D
S
C
N
Fig. 100.
B
C
R
Q
A
N
F
C
S
B
M
P
B
R
Fig. 102.
Fig. 101.
Q 6
N 5
G 4
F 3
D 2
C 1
A
B

Taf. XII.

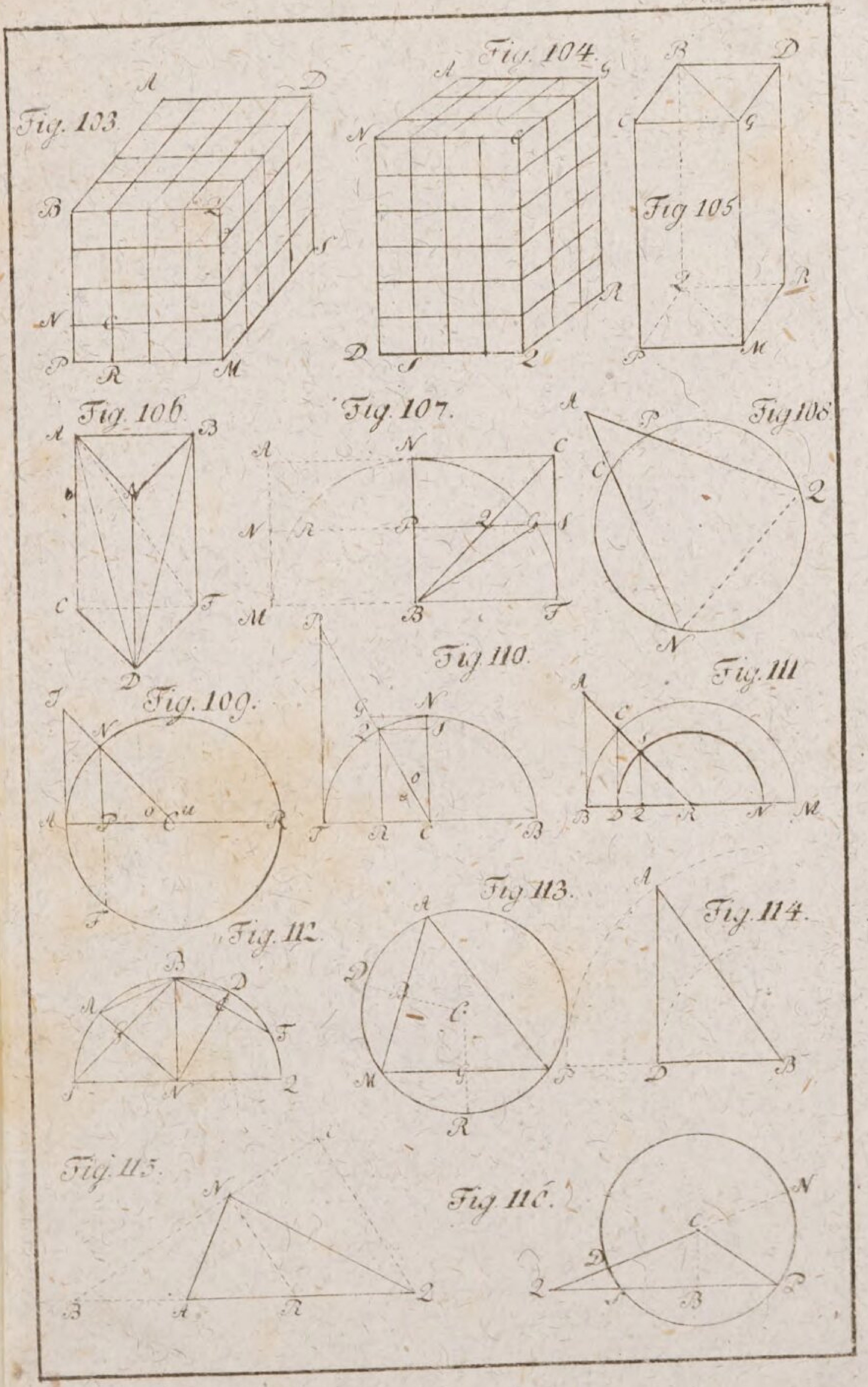
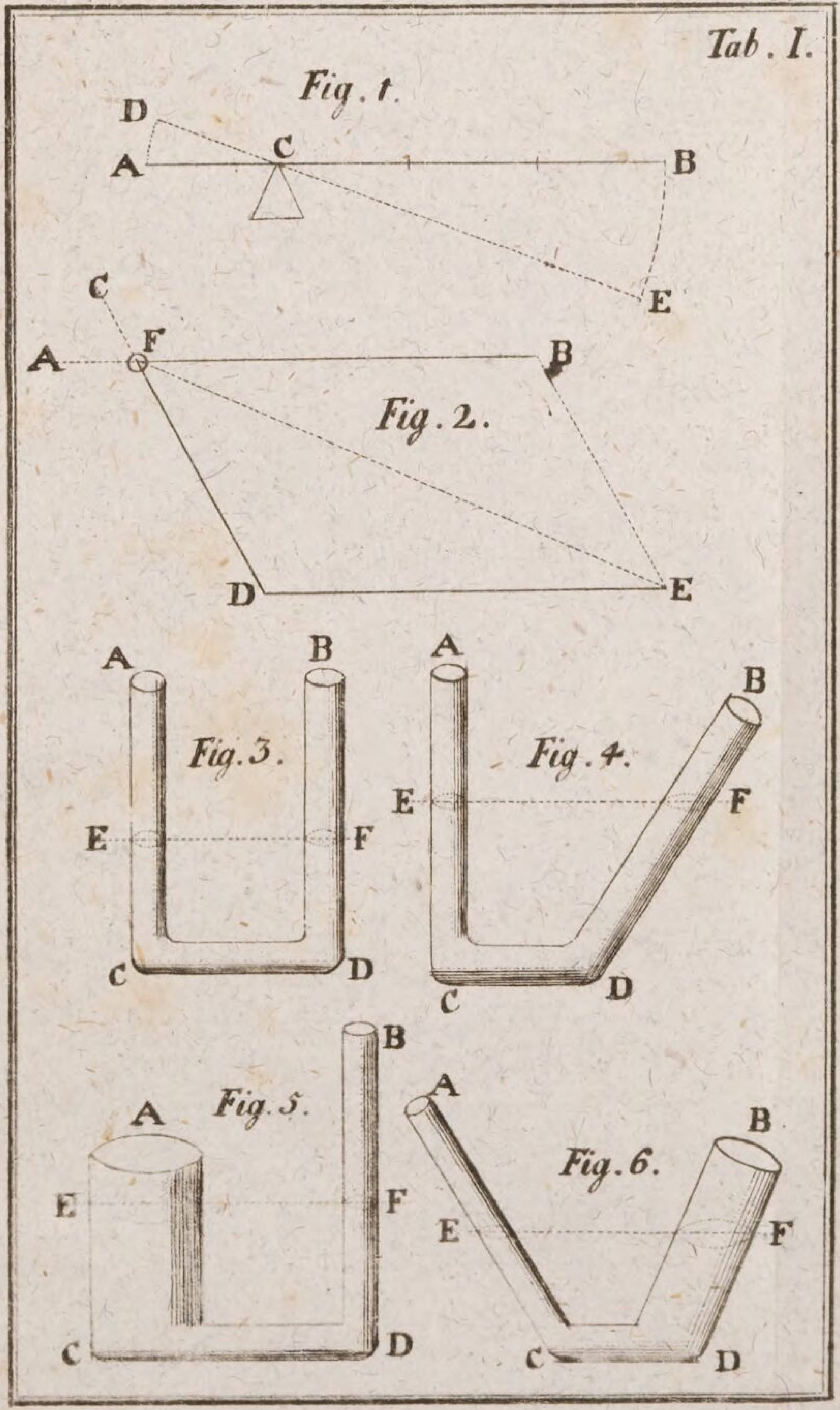


Fig. 103.
Fig. 104.
Fig 105
Fig. 106
Fig. 107.
Fig 108
Fig. 109.
Fig 110.
Fig. 111
Fig. 112.
Fig 113.
Fig. 114.
Fig. 115.
Fig 116.

Phyſ.


Tab. I.
Fig. 1.
D
C
A
B
E
Fig. 2.
C
F
A
B
D
E
Fig. 3.
A
B
E
F
C
D
Fig. 4.
A
B
E
F
C
D
Fig. 5.
A
B
E
F
C
D
Fig. 6.
A
B
E
F
C
D

Phyſ.

Tab. II.

Fig. 1.

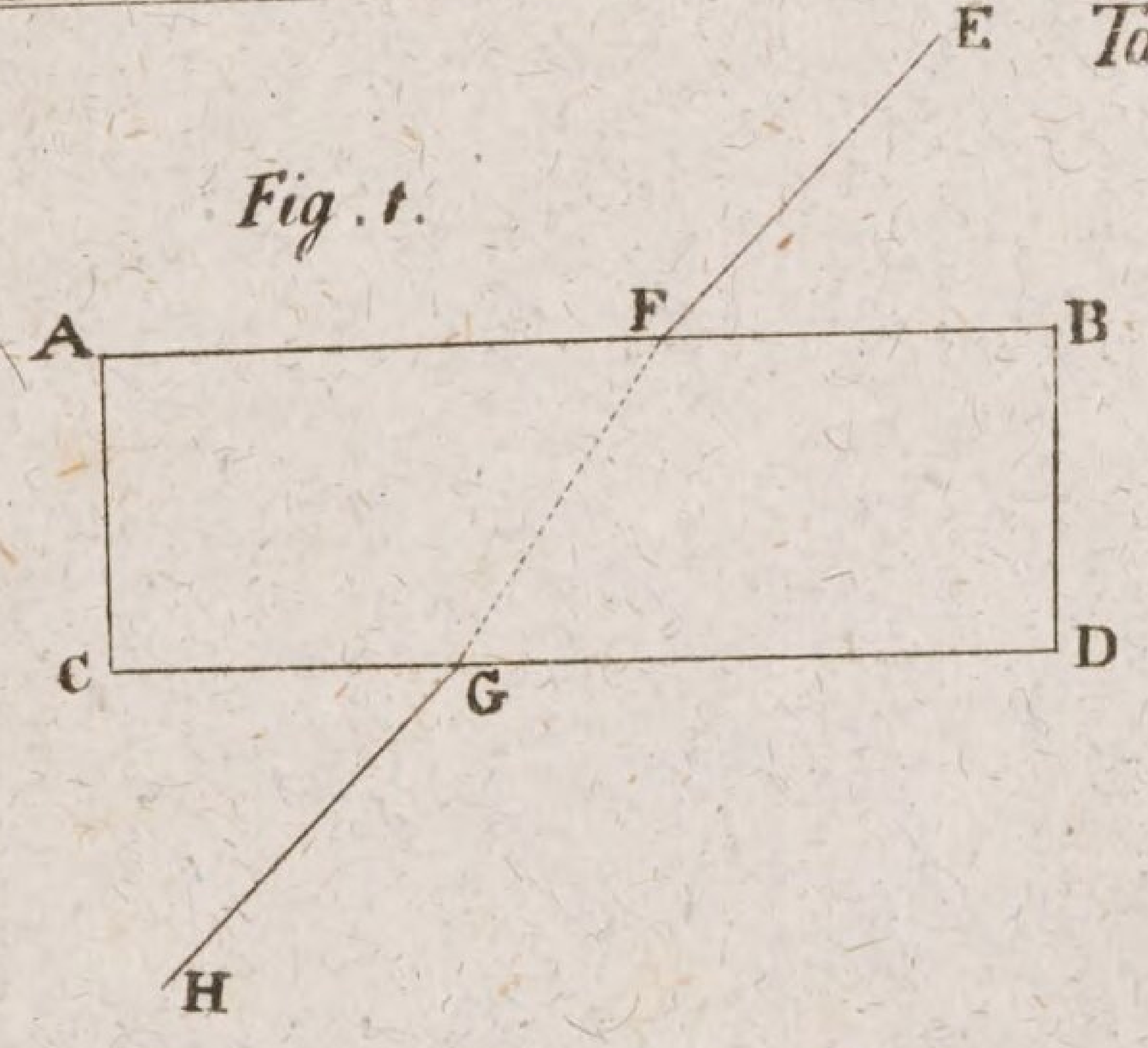


Fig. 2.

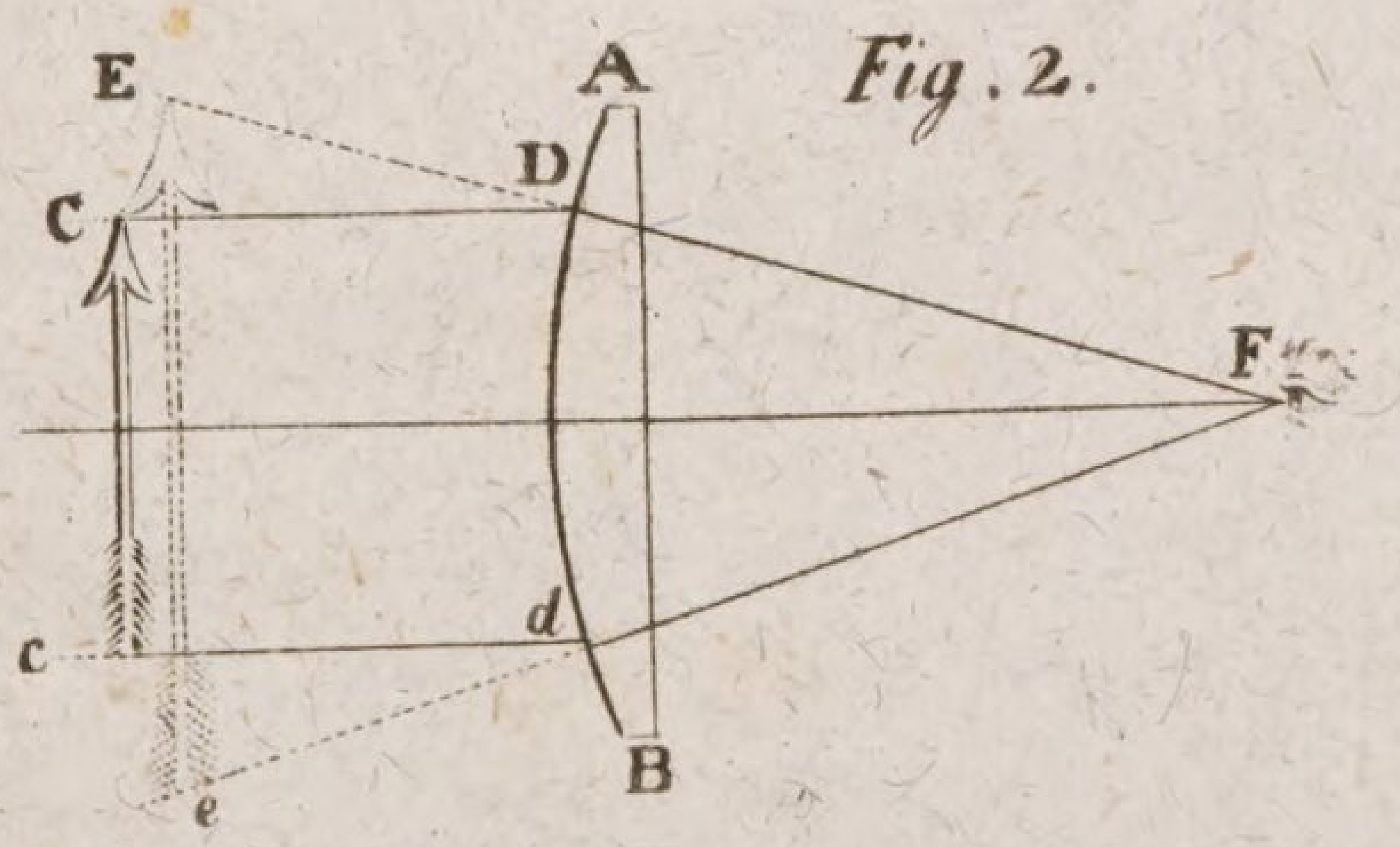
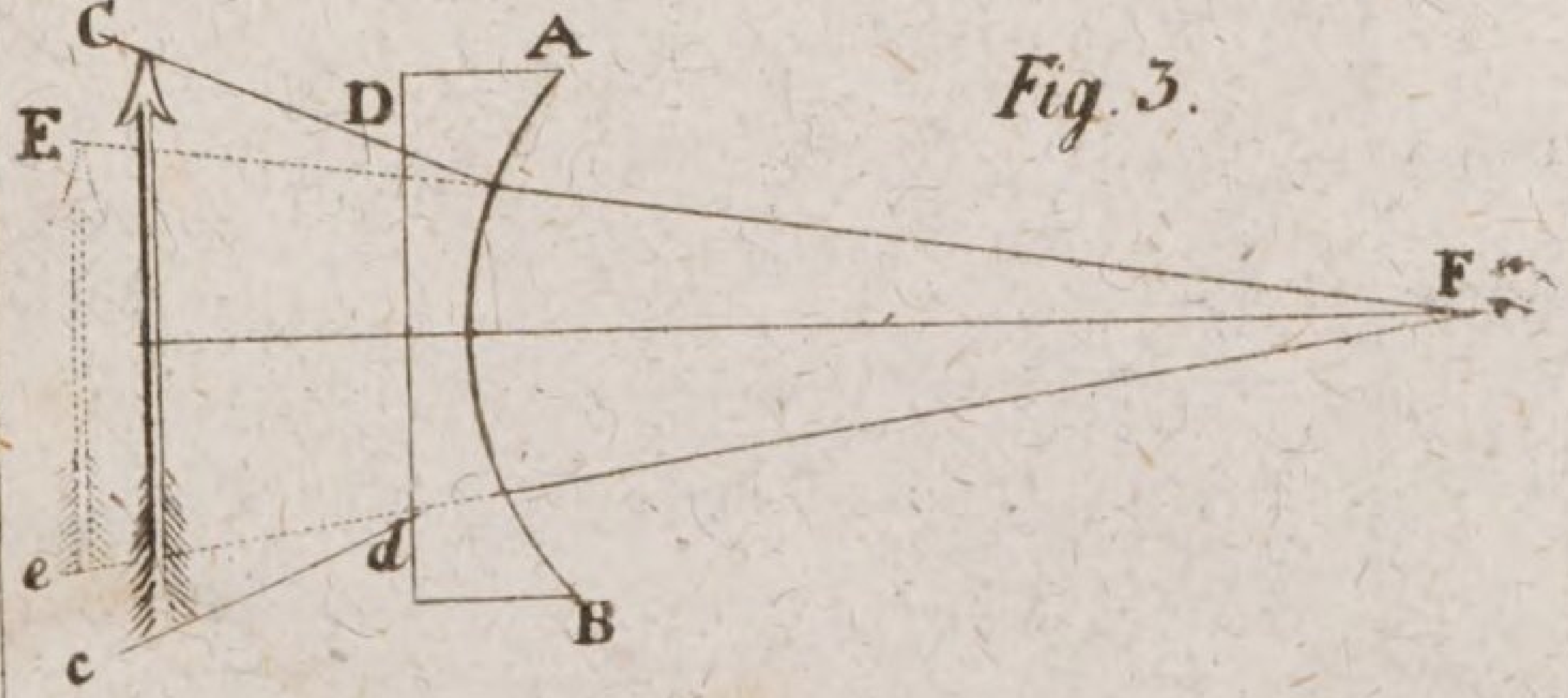


Fig. 3.



Phyſ.

Tab. III.

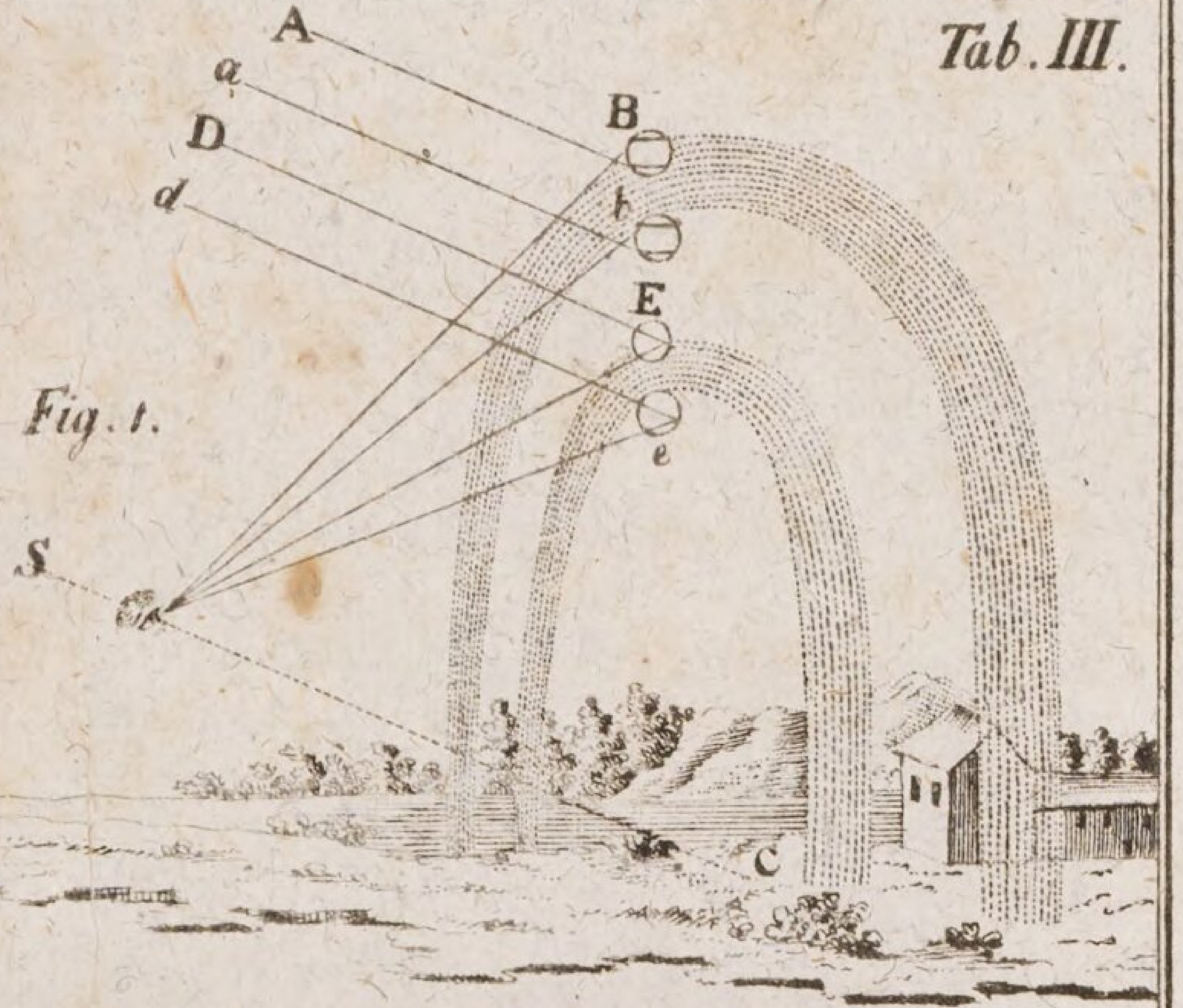
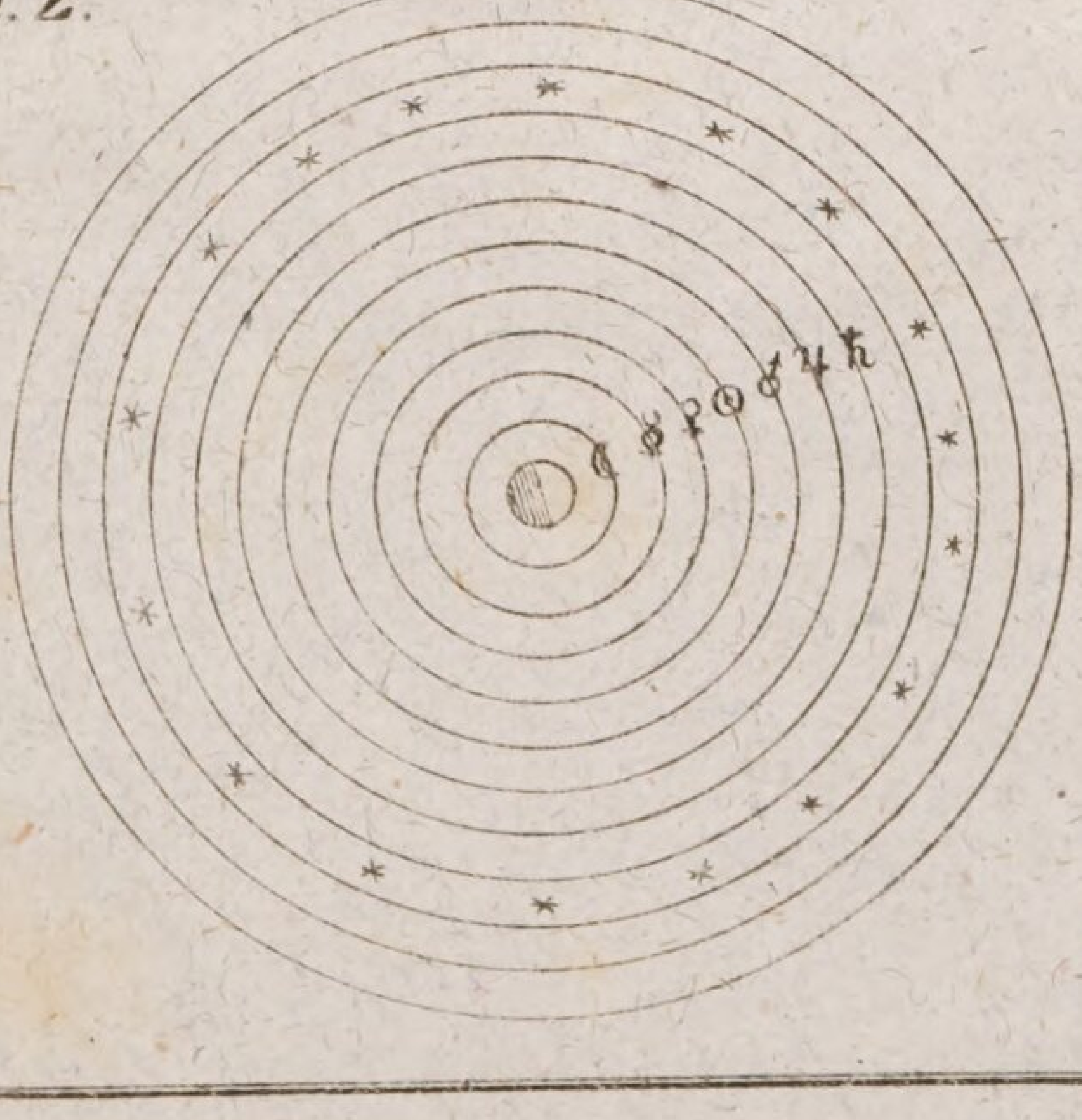


Fig. 1.

Fig. 2.



Phyſ.

Tab. IV.

Fig. 1.

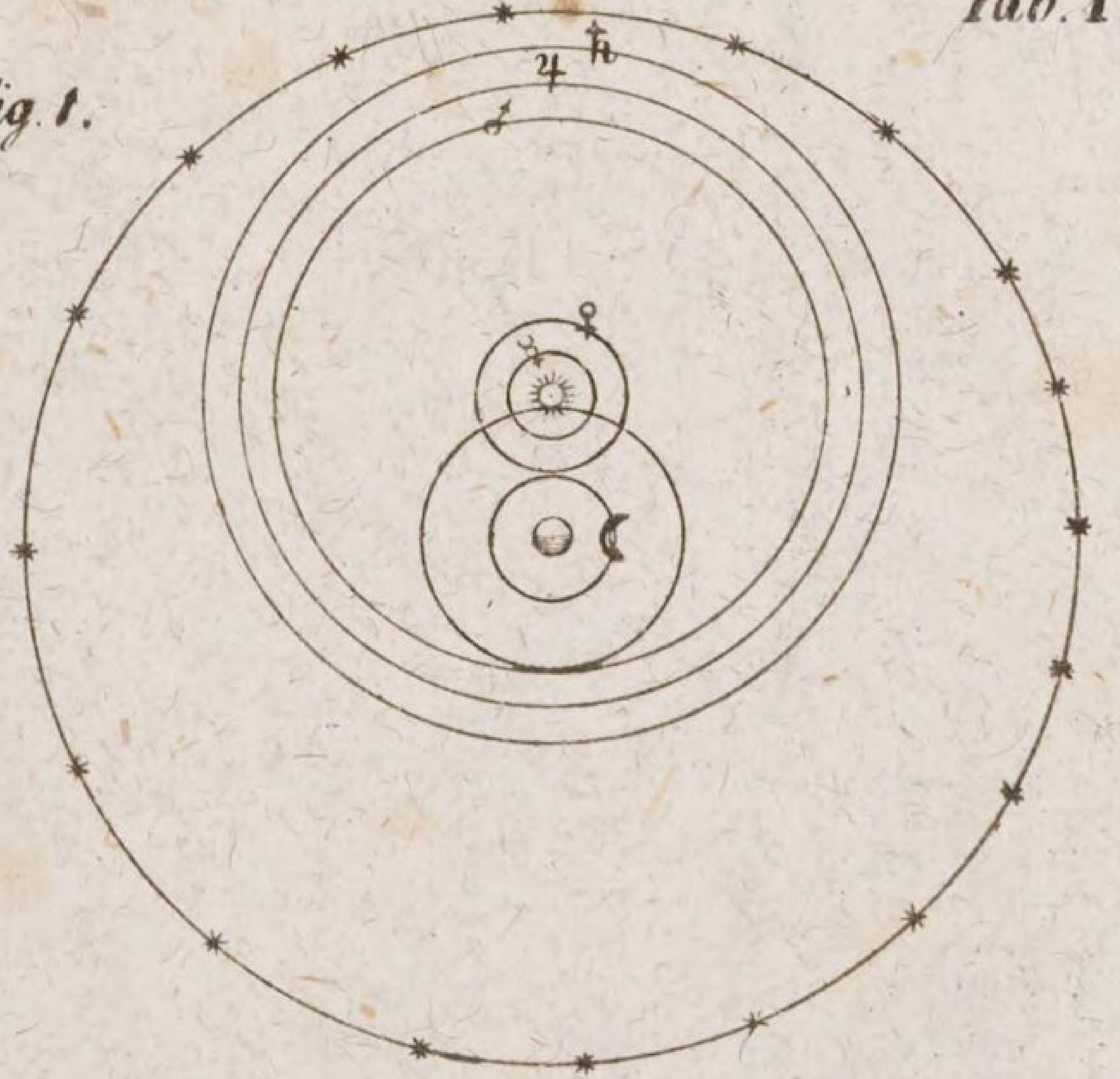
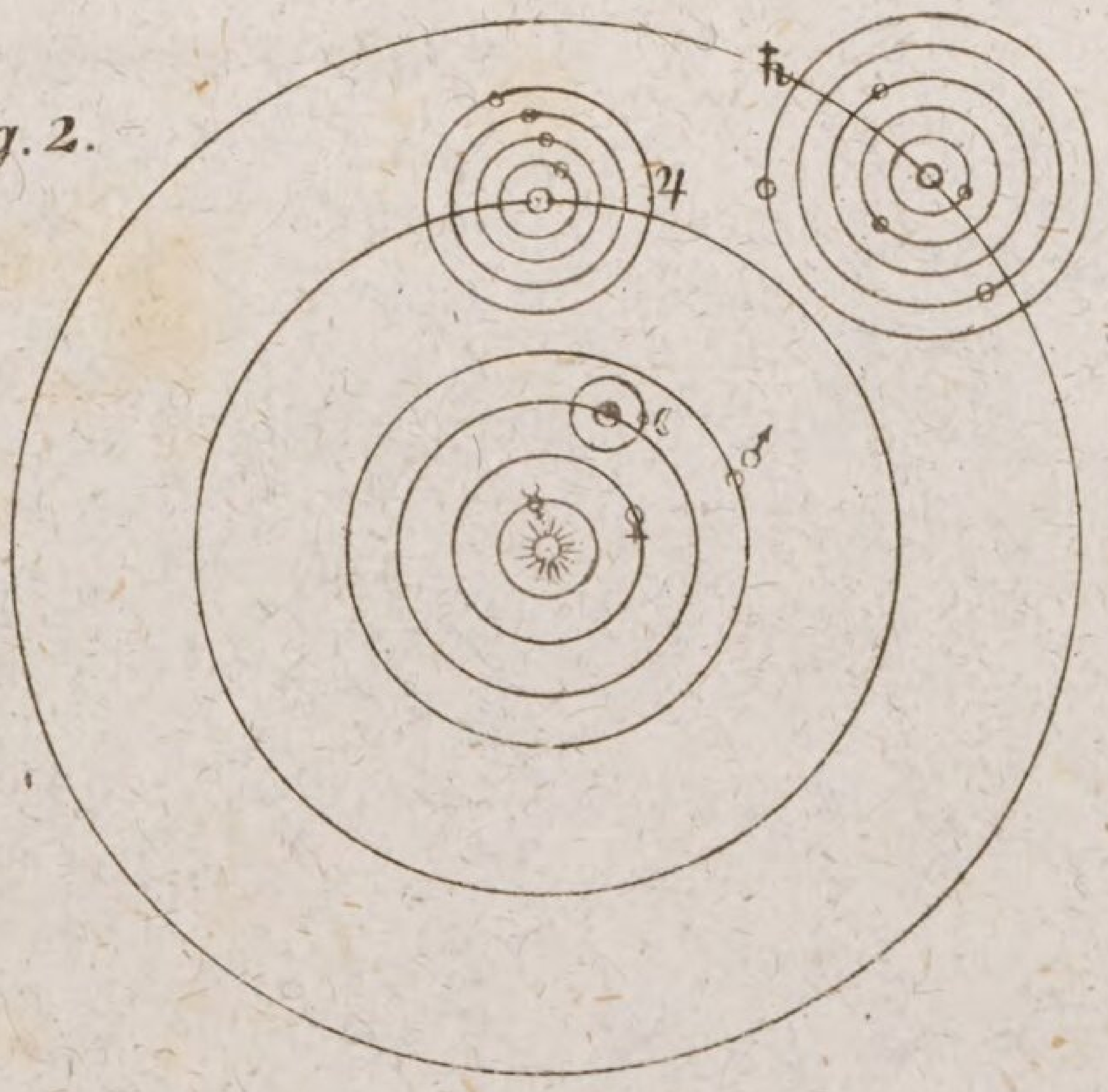


Fig. 2.



BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Ebert, Johann Jacob,

Unterweisung in den philosophischen und mathematischen Wissenschaften für die obern Classen der Schulen und Gymnasien

Leipzig 1810

Ph.u. 152 b
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10045676-3